Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ

મોહનલાલ પંચોળી

५१ ग / १३

ગુજરાત વિદ્યાપીઠ
અમદાવાદ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ओ३म्

पुस्तक संख्या...... 491 / 92

पञ्जिका संख्या...... 30,282

पुस्तक पर सर्व प्रकार की निशानियां लगाना वर्जित है। कोई सज्जन पन्द्रह दिन से अधिक देर तक पुस्तक अपने पास नहीं रख सकते। अधिक देर तक रखने के लिये पुनः आज्ञा प्राप्त करनी चाहिये।

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

३०२४३
२८.८.६६

ऋते ज्ञानान्न मुक्तिः
२५ ग
१३
३०२४३
गुरुकुल पुस्तकालय काँगड़ी.

CHECKED 1973
Initial

स्टाक प्रमाणीकरण १९८४-१९८५

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગૂજરાત વિદ્યાપીઠ ગ્રંથાવલી પુ૦-૭૦

અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ

સોહનલાલ પંચોળી

પ્રકાશક તરફથી ભેટ

ગૂજરાત વિદ્યાપીઠ
અમદાવાદ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પ્રકાશક
મગનભાઈ પ્રભુદાસ દેસાઈ
મહામાત્ર, ગૂજરાત વિદ્યાપીઠ, અમદાવાદ-૧૪

મુદ્રક
જીવણજી ડાહ્યાભાઈ દેસાઈ
નવજીવન મુદ્રણાલય, અમદાવાદ-૧૪

સર્વ હક ગૂજરાત વિદ્યાપીઠને સ્વાધીન છે

પહેલી આવૃત્તિ પ્રત ૧,૦૦૦

સાડાત્રણ રૂપિયા જુલાઈ, ૧૯૫૬

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પ્રકાશકનું નિવેદન

ભાઈશ્રી પંચોળી ગણિતના એક બહુ અનુભવી અને જૂના જાણીતા શિક્ષક છે. ગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ વિષેના તેમના અનુભવસિદ્ધ જ્ઞાનને આધારે કરેલું આ લખાણ તેમણે પ્રેમપૂર્વક વિદ્યાપીઠને પ્રસિદ્ધ કરવા માટે સોંપ્યું, તે માટે સંસ્થા તેમની આભારી છે. તેને પુસ્તકરૂપ આપવા માટે વિદ્યાપીઠના સેવકોએ તેમની સાથે મળીને તેને મઠાર્યું, તેનો ઉલ્લેખ શ્રી પંચોળીએ તેમના પ્રાસ્તાવિક બે બોલમાં કર્યો જ છે, એટલે મારે વિશેષ કહેવાનું રહેતું નથી. તેમ જ એનો આમુખ લખવાને માટેની મારી વિનંતીને માન આપી ભાઈશ્રી લાલભાઈ દેસાઈ જેવા પીઢ શિક્ષણકારે તે લખી આપ્યો, તેથી આ ચોપડીનું મૂલ્ય વળી વધે છે. સંસ્થા તે માટે તેમની પણ આભારી છે.

ગણિતનો વિષય કેટલાંક વરસથી આપણા શિક્ષણમાં નબળો પડતો ગયો છે, એ લક્ષણ આપણી પ્રજાના વિકાસને માટે સારું ચિહ્ન ન ગણાય. તે વિષે શિક્ષકોમાં પણ કાંઈક દુર્લક્ષ નહિ તોય અરુચિ જેવી વૃત્તિ પેદા થઈ હોય એમ લાગે છે. શિક્ષણમાં રસ પડવો જોઈએ એવા રસવાદનો વાયરો વચગાળાનાં વરસોમાં વાયો, તેની માઠી અસર પણ એમાં હશે એમ લાગે છે. ગણિત, વ્યાકરણ વગેરે જેવા વિષયોના શિક્ષણને આ વાયરે નુકસાન પહોંચાડ્યું. શિક્ષણમાં રસ પડવો જોઈએ, એ વાત ખોટી છે એમ કહેવાનો મારો ભાવ નથી. પરંતુ શિક્ષણમાં પડતો રસ શેરડીના બડવા જેવો છે; ખાટીમીઠી જેવો કે તૈયાર કાઢી આપેલા રસના પ્યાલા જેવો નથી. બડવો બરોબર ચાવીએ તો જ રસ પડે. તેથી તે રસ અવનવો અને વધારે મીઠો બને છે. વિદ્યાર્થીએ શિક્ષણમાં આ રીતે રસ મેળવવાનો છે. તેની સાથે શિક્ષકે તેને શેરડીના બડવા જેવું આકર્ષક શિક્ષણ પીરસવાનું રહે છે. આ કામ ગણિત

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

જેવા અતિ મહત્ત્વના વિષયમાં કરવાની જરૂર બહુ મોટી છે. આ પુસ્તક તે ખોટ ભાગવા માટે છે.

પ્લેટોએ કહ્યું છે કે, જે પ્રજામાં સંગીત અને ગણિતના અભ્યાસની ઉન્નતિ અને વૃદ્ધિ નહીં થાય, તે પ્રજા તેનું સત્ત્વ ખોશે. (આ હું મારી ભાષામાં તે મહાન તત્ત્વચિંતકની વાત યાદદાસ્ત ઉપરથી ટાંકું છું.) ચોકસ, વ્યવસ્થિત અને વ્યવહારશુદ્ધ વિચાર કરવાની ટેવ પાડવાને માટે, ગણિત વિષય પોતાનું અનોખું મહત્ત્વ ધરાવે છે. તે વિષયની આવી શક્તિ તેને યોગ્ય અધ્યાપન દ્વારા પ્રગટ થાય અને વિદ્યાર્થીને ઘડે, એ તેના શિક્ષણની પદ્ધતિનું રહસ્ય છે. આ રહસ્ય લેખકે આ ચોપડીમાં પ્રગટ કરવા પ્રયત્ન કર્યો છે, એવી આશા રાખું છું. અનુભવી શિક્ષકો એ પરથી પ્રેરાઈને આપણી ભાષામાં અત્યારે જૂજજાજ છે એવા અધ્યાપન-સાહિત્યમાં વધારો કરવા તત્પર થશે, તો આ ચોપડીનું પ્રકાશન કૃતાર્થ થશે. એનો ઉપયોગ આપણાં અધ્યાપન મંદિરો કરે અને તેને સુધારવામાં તથા વધુ ઉપયોગી બનાવવામાં સૂચના સલાહ આપી મદદ કરશે એવી વિનંતી છે. ભાઈ લાલભાઈએ તેમના આમુખને અંતે ઇચ્છા વ્યક્ત કરી છે તે પૂરી કરવા માટે વિદ્યાપીઠ જરૂર ધ્યાન રાખશે. આ ચોપડીને શિક્ષક જગતમાં આવકાર મળશે અને તેઓ પણ આગળનો એનો ભાગ બનતી ત્વરાએ માગશે, એ આશાની સાથે આ પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવે છે.

૨૭–૬–'૫૬

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આમુખ

ગુજરાતી ભાષામાં શિક્ષણશાસ્ત્રને લગતાં પુસ્તકો ઓછાં છે અને તેમાંયે જુદા જુદા વિષયોના શિક્ષણની વિગતવાર ચર્ચા કરતાં પુસ્તકો તો ભાગ્યે જ હશે. ક્યાંક લેખનશિક્ષણ, વાચનશિક્ષણ, નિબંધશિક્ષણ જેવા વિષયો ઉપર છૂટાછવાયા લેખો લખાયા છે, પણ કોઈ પણ વિષયને સમગ્ર રીતે આવરી લેતું અને તેના બધાયે મુદ્દાઓની છણાવટ કરતું પુસ્તક હજી સુધી નથી લખાયું. ગુજરાતી ભાષાશિક્ષણને લગતાં એક બે પુસ્તકો લખાયાં છે ખરાં, પરંતુ એમાં જે ઝીણવટભરી ચર્ચા કરવી જોઈએ એ નથી. બાકીના બધા વિષયો તો લગભગ અણઉકેલ્યા જ પડ્યા કહેવાય.

શિક્ષણશાસ્ત્રનાં જે પુસ્તકો લખાયાં છે તેમાં મુખ્યત્વે બે વિભાગ હોય છે. એકમાં સર્વસામાન્ય પદ્ધતિઓની ચર્ચા અને બીજામાં વિષય શીખવવાની પદ્ધતિઓની ચર્ચા હોય છે, પરંતુ જગ્યાને અભાવે અને પુસ્તકનું કદ વધી જાય એ બીકથી સાધારણ રીતે સંપૂર્ણ વિગતવાર ચર્ચા સાંગોપાંગ થતી નથી. એટલે જુદા જુદા વિષયોની સંપૂર્ણ ચર્ચા કરતાં અને એ વિષયોના આંટીઘૂંટીવાળા મુદ્દાઓની છણાવટ કરતાં પુસ્તકોની ખાસ જરૂર છે. અધ્યાપન મંદિરોમાં આવાં પુસ્તકને અભાવે શિક્ષક કાં તો એવા આંટીઘૂંટીવાળા પ્રશ્નો છોડી દે છે, અગર તો પોતાની માન્યતા પ્રમાણે તેનો ઉકેલ કાઢે છે. ખાસ કરીને ગણિતશાસ્ત્રમાં આવા ઘણા મુદ્દાઓ પડેલા છે અને તેનો ઉકેલ બતાવે, બાળકોને એવા મુદ્દાઓ સચોટ રીતે સમજાવી શકાય એવી દૃષ્ટિ આપે, એવાં પુસ્તકની જરૂર છે જ.

મને કહેતાં આનંદ થાય છે કે, ગણિતશાસ્ત્રની આ પ્રકારની ઊંડી ચર્ચા કરનાર પુસ્તક આજે પ્રગટ થાય છે. એમાં ગણિતશાસ્ત્રનાં સાદાં સરળ સત્યોથી માંડીને મુશ્કેલમાં મુશ્કેલ સત્યો વર્ગમાં કેવી રીતે રજૂ કરવાં, બાળકોને એ સત્યોનું સચોટ ભાન કેવી રીતે કરાવવું, તેમ જ એ સત્યોને ગણતરીમાં કેવી રીતે ઉપયોગમાં લેવાં અને માનસશાસ્ત્રની

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

દૃષ્ટિએ એ સત્યોનો કેવી રીતે અનેક પ્રકારે ઉપયોગ કરવો, તેનું ઠેક-ઠેકાણે નિરૂપણ કરવામાં આવ્યું છે. ગણિતશાસ્ત્રના જુદા જુદા મુદ્દાઓ શીખવવાની જુદી જુદી રીતો પ્રચલિત છે. એમાંની કેટલીક રીતો જુદે જુદે તબક્કે માન્ય છે. એ બધી રીતોની માહિતી શિક્ષકને હોવી જરૂરી છે અને તેથી આ પુસ્તકમાં એવી ઘણીખરી રીતોનો પણ નિર્દેશ કરેલો છે. એનાથી શિક્ષકને કઈ રીતથી આરંભ કરી છેવટે કઈ વ્યવહાર્ય રીત ઉપર બાળકને લઈ જવાં અને કયે ક્રમે લઈ જવાં એનો ખ્યાલ આવે છે. વળી આ પુસ્તકમાં પ્રાથમિક તેમ જ માધ્યમિક શાળાના શિક્ષકોને ઉપયોગી થઈ પડે એવી રીતોની છણાવટ કરેલી છે અને તેથી એ પુસ્તક માધ્યમિક શાળાના શિક્ષકોને પણ એટલું જ ઉપયોગી થઈ પડશે. વળી પ્રાથમિક શાળામાં શીખવાતી રીતો અને વિગતોથી માધ્યમિક શાળાનો શિક્ષક માહિતગાર હોવો જ જોઈએ. એટલે એ દૃષ્ટિએ પણ એને આ પુસ્તક ઉપયોગી થઈ પડશે.

કોઈ પણ રીતનો આરંભ કરતાં પહેલાં મૌખિક મહાવરાની ખૂબ જ જરૂર છે. એ માટે ક્યાં કેવા પ્રકારનાં ઉદાહરણો યોજવાં એ બાબતમાં માર્ગદર્શન કરવાનો ઠીક ઠીક પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે. એકંદરે પુસ્તક સુંદર અને ઉપયોગી થઈ પડ્યું છે.

મેં જ્યારે આ પુસ્તકની હસ્તપ્રત વાંચી હતી ત્યારે મને થયેલું કે, એ જલદી પ્રસિદ્ધ થાય તો ઠીક. એના પ્રકાશન માટે મેં પણ કેટલાક પ્રયત્નો કરેલા અને આજે આ પુસ્તક ગૂજરાત વિદ્યાપીઠના વિદ્યા-પ્રચારના પ્રકાશન વિભાગમાં પ્રસિદ્ધ થાય છે એ જાણીને મને આનંદ થાય છે. આ પ્રવૃત્તિ આદરવા માટે હું શ્રી મગનભાઈ દેસાઈને અભિનંદન આપું છું. એનો બીજો ખંડ પણ વહેલામાં વહેલી તકે પ્રસિદ્ધ થશે એવી આશા રાખું છું.

૧૪-૬-૫૬ લા. ર. દેસાઈ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ શું છે અને શા માટે?

ઉત્તમ શિક્ષક થવા ઇચ્છનારે શું શીખવવું અને તે કેવી રીતે શીખવવું, એ બે જ બાબતો જાણવી એ બસ નથી. પણ એની સાથે જે શીખવવાનું છે, તે શા માટે શીખવવું જોઈએ, અને તેમાંની કઈ કઈ વિગતો શા માટે શીખવવી ન જોઈએ, તેમ જ જે વિગતો શીખવવાનો નિર્ણય કર્યો છે, તે વિગતો કયા ક્રમે અને કઈ વિકાસ-યોજના પ્રમાણે શીખવવી જોઈએ, એવી એવી સર્વ વિગતો કાર્ય-કારણભાવથી વિચારવી, તે સર્વ વિચારોને આચારમાં મૂકવાનો આગ્રહ સેવવો, અને તેમ કરતાં જણાતી ત્રુટીઓ દૂર કરવા માટે તેમાં સતત યોગ્ય ફેરફાર કર્યે જવો, એ જ શિક્ષકજીવનની સિદ્ધિનું ચેતન સ્વરૂપ છે. એવી વિધિનું એ ચેતન સ્વરૂપ પરિવર્તનશીલ છે. પણ જ્યારે શિક્ષકજીવનને નિષ્ક્રિયતા અને શુષ્કતા આવરી લે છે, ત્યારે એ પરિસ્થિતિ શિક્ષકજીવનને જડ સ્વરૂપમાં મૂકી દે છે.

શિક્ષણનો કોઈ પણ વિષય જે પદ્ધતિએ શીખવવાનો આદેશ થયો હોય, તે પદ્ધતિ શા માટે ઉપયોગમાં લેવી અને એથી બીજી પદ્ધતિ શા માટે નહિ એ સમજવાથી, તેમ જ એક જ પ્રકારની ગણતરી ભિન્ન ભિન્ન સમયે અને પ્રસંગે ભિન્ન ભિન્ન સ્વરૂપે રજૂ કરવાની કુશલતા વાપરવાથી વર્ગમાં ચમત્કારિક વાતાવરણ સર્જાય છે, ઘણી વખત કાર્યની ગતિમાં વૃદ્ધિ થાય છે અને આરંભેલા કાર્યમાં સરળતા ઉત્પન્ન થાય છે. આવા પ્રસંગો પણ શિક્ષકના મૂલ્યાંકનમાં સારો વધારો કરે છે. તેથી શિક્ષકે પોતાને શીખવવાના વિષયની નવનવીન રીતો અને પ્રયોગો જાણવાં અને તેનો ઉપયોગ પોતાના રોજના વ્યવહારમાં અનુકૂળ થાય તેવી રીતે કરવો, એ જ શિક્ષકજીવનનું ચેતન સ્વરૂપ છે, અને તેવી પરિસ્થિતિ શિક્ષકજીવનને સિદ્ધિના માર્ગે દોરે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અંકગણિત જેવા પુરાતન વિષયમાં શીખવવાના મૂળભૂત સિદ્ધાંતો તો ઘણુંખરું એના એ જ રહે છે, હોય છે. પણ તેને પ્રાપ્ત કરવાના માર્ગો જુદે જુદે સમયે જુદા જુદા હોય છે, કારણ કે શિક્ષણ ગ્રહણ કરનાર શિષ્યો જુદા જુદા પ્રમાણમાં વિકસિત માનસવાળા હોય છે. આપણું શિક્ષણ આપણા વિદ્યાર્થી વર્ગના માનસિક વિકાસ પ્રમાણે દર વર્ષે ઘડાવું જોઈએ. તો જ આપણા રોજના કાર્યમાં કાંઈક નવીનતા આણી શકાય છે, અને તેને લીધે જ વર્ગનું વાતાવરણ વધારે ઉત્સાહિત બની શકે છે.

કોઈ પણ વિષયનાં પાયાનાં સત્યોનું તલસ્પર્શી અને સર્વાંગી જ્ઞાન શિક્ષકોને હસ્તામલકવત્ થાય, ત્યારે જ શિક્ષક તે વિષયના શિક્ષણની પદ્ધતિને સફળ રીતે વાપરી શકે છે. સાચું અને સર્વદેશી જ્ઞાન જેની પાસે હોય, તેવો શિક્ષક પોતાના વિષયની પદ્ધતિ પોતે જ ઉત્પન્ન કરી શકે છે. જ્ઞાન એ જ મુખ્ય શક્તિ છે, પદ્ધતિ તો અનુષંગી બળ છે. તેથી જ આ પુસ્તકમાં એક જ પરિણામ મેળવવા માટેની અનેક રીતોની ચર્ચા કરવા પ્રયત્ન કર્યો છે.

જે વ્યક્તિ સ્થળ અને કાળના બળને પિછાણે છે, તે પોતાનું અસ્તિત્વ માનભેર ટકાવી શકે છે. સમયના વહનની સાથે માનવ-જીવનને સ્પર્શતી કાંઈ ને કાંઈ નવનવીન સ્થિતિ અને રીતિઓ ઉત્પન્ન થાય છે. તેને અનુકૂળ જીવન ઘડવા માટે જેઓ સદૈવ તૈયાર રહે છે, તેવી વ્યક્તિઓ જીવંત રહે છે, અને જેઓ એવા કાળ અને સ્થળ બળનો પ્રતિરોધ કરે છે, તેઓ કાળના ઇતિહાસમાં 'ફોસિલ' — નામ-શેષ બની જાય છે. એટલા માટે શિક્ષકજીવનની કારકિર્દીના ત્રણ સાડા ત્રણ દાયકામાં ચેતન સ્વરૂપે અસ્તિત્વ ટકાવી રાખવા માટે ઓછામાં ઓછું ત્રણ વાર તો પોતાના શીખવવાના વિષયોની સાંગોપાંગ અદ્યતન વિધિઓ અને વિચારવહનો જાણી લેવાનો શિક્ષકગણે આગ્રહ સેવવો જ જોઈએ. એવા મનોરથો સેવનારની સેવા કરવા માટે આવા સંદર્ભ-ગ્રંથનું આયોજન કરવાની પ્રેરણા મળી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ભૂતકાળ અને વર્તમાનકાળમાં યોગાનુયોગથી પ્રાપ્ત થયેલા અનેક જ્ઞાત અને અજ્ઞાત શિક્ષક મિત્રોએ પ્રત્યક્ષ કે પરોક્ષ રીતે આપેલી પ્રેરણાને લીધે કરેલા અભ્યાસ અને તેનો વ્યવહારમાં ઉપયોગ કરતાં મેળવેલ અનુભવના પરિણામે ચિત્તમાં સંગ્રહાયેલ વિચારો આજે શબ્દદેહમાં મૂર્તિમંત કરતાં મને પરમ સંતોષ થાય છે. એ જ્ઞાનનો પૂરો ઉપયોગ કરી, મૂળ કરતાં કાંઈક વધારે શુદ્ધ વૃદ્ધ સ્થિતિમાં એ જ્ઞાનન્યાસ — જ્ઞાન અને અનુભવની થાપણ બની શકે ત્યાં સુધી પરિપૂર્ણ સ્વરૂપે જેની હતી તેને યથાશક્તિ પાછી સોંપતાં આ જીવનમાં કૃતકૃત્યતા અનુભવું છું.

આ ગ્રંથની હસ્તલિખિત પ્રત વાંચી જવા માટે, અને આ પુસ્તકની શોભામાં વધારો કરી આપનાર 'આમુખ' લખી આપવા માટે તેમ જ તેમણે બતાવેલી અનેક આંટીઘૂંટીઓનો નિકાલ સૂચવવા માટે સૌજન્યશીલ શ્રી લાલભાઈ દેસાઈનો હું ખૂબ ઋણી છું. શ્રી બંસીલાલ ગાંધી, અને શ્રી શિવાભાઈ ગો. પટેલ, એ બંનેએ આ પુસ્તકની હસ્તલિખિત પ્રત ઘણી ઝીણવટથી વાંચી પ્રાથમિક અને માધ્યમિક શિક્ષકોના ઉપયોગની દૃષ્ટિએ વિવિધ પ્રકારની સૂચનાઓ કરી મદદ કરી છે એ માટે એ ગૃહસ્થોનો ઘણો ઘણો ઉપકાર માનું છું.

નવજીવન પ્રેસના સંચાલકોએ તેમ જ સ્ટાફે મને જોઈતી બધી જ અનુકૂળતાઓ કરી આપવા બદલ એ સહુનો હું આભારી છું. તેમાંય શ્રી બાલુભાઈ પારેખે આ પુસ્તકનાં પ્રૂફો વાંચવામાં, જોડણી, વાક્યરચનાની સરળતા અને તર્કશુદ્ધ વિચારો જ સરળ રીતે રજૂ કરાવવાના આગ્રહની દૃષ્ટિએ ધીરજ અને આગ્રહપૂર્વક જે મદદ કરી છે, તેને માટે હું તેમનો પણ થોડો ઋણી છું.

વાચક શિક્ષકો આ પુસ્તકને વારંવાર વાંચી વર્ગમાં એ વિચારોને આચરવા આગ્રહ સેવશે, તો હું મારો પ્રયત્ન સફળ થયો માનીશ.

૧૫–૬–'૫૬

મોહનલાલ પંચોળી

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

વસ્તુનિર્દેશ

પ્રકાશકનું નિવેદન		૩
આમુખ	લાલભાઈ ર. દેસાઈ	૫
આ શું છે અને શા માટે?		૭
૧. ગણિત શિક્ષકની વિશિષ્ટતા		૩
૨. સંખ્યાની ઉત્પત્તિનો ઇતિહાસ		૬
૩. સંખ્યાનું શિક્ષણ		૧૪
૪. સાદી સંખ્યાના સરવાળા		૨૯
૫. સાદી સંખ્યાના ગુણાકાર		૪૨
૬. સાદી સંખ્યાની બાદબાકી		૫૩
૭. સાદી સંખ્યાના ભાગાકાર		૬૭
૮. પરિમાણમાપના એકમો		૮૧
૯. નાણાંની ગણતરી		૧૦૨
૧૦. ચોરસમાપ અને ઘનમાપ (દ્વાદશાંશ પદ્ધતિએ ગણતરી)		૧૨૪
૧૧. વિવિધ પરિમાણનું આણપાણમાં રૂપાંતર		૧૩૫
૧૨. સંખ્યાની સિદ્ધિ		૧૪૪
૧૩. અવયવ અને અવયવી		૧૫૬
૧૪. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનાં સ્વરૂપો		૧૬૧
૧૫. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનો આરંભ		૧૬૪
૧૬. સામાન્ય અપૂર્ણાંકનો સુવર્ણ સિદ્ધાંત		૧૬૭
૧૭. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સરવાળા		૧૭૧
૧૮. સામાન્ય અપૂર્ણાંકની બાદબાકી		૧૭૪
૧૯. સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું એકાંશ અપૂર્ણાંકના યોગમાં રૂપાંતર		૧૭૬

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૦. સામાન્ય અપૂર્ણાંકોના ગુણાકાર	૧૭૯
૨૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના ભાગાકાર	૧૮૧
૨૨. કોઈ પણ બે સામાન્ય અપૂર્ણાંકની સરખામણી	૧૮૪
૨૩. વ્યાવહારિક ગણતરી કરવામાં સામાન્ય અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ	૧૮૮
૨૪. દશાંશ અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ અને વિકાસ	૧૯૦
૨૫. દશાંશ અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનો આરંભ	૧૯૭
૨૬. દશાંશના સરવાળા અને બાદબાકી	૨૦૩
૨૭. દશાંશના ગુણાકાર	૨૦૪
૨૮. દશાંશના ભાગાકાર	૨૧૧
૨૯. સામાન્ય અને દશાંશ અપૂર્ણાંક : રૂપાંતર	૨૧૮
૩૦. મેટ્રિક પદ્ધતિ	૨૨૩
સંદર્ભ ગ્રંથોની યાદી	૨૩૩

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ

ખંડ ૧

ગણતરીની પ્રાથમિક રીતો

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧. ગણિત શિક્ષકની વિશિષ્ટતા

૧. કોઈ પણ ચિત્રકાર કે શિલ્પી પ્રથમ તો મનુષ્યના સ્થૂળ સ્વરૂપનું આલેખન આપવા પ્રયત્ન કરે છે. પછી ઊંચી કલાનું પ્રદર્શન કરવા ઇચ્છનાર તે પ્રયત્નમાં મનોભાવ વ્યક્ત કરવા પ્રયત્ન કરે છે. શિક્ષક પણ એક કલાકાર છે. તેને બાળકના સ્થૂળ સ્વરૂપને જાણવા કરતાં તેના માનસિક સ્વરૂપને ઓળખવાની વધારે જરૂર પડે છે. બાળકનું માનસિક સ્વરૂપ તેમની આચરણમાં મુકાયેલ ટેવોને જોવાથી જાણી શકાય છે. જેમ સામાન્ય વ્યવહારમાં સારીમાઠી ટેવોનો નિર્ણય આપણે આપણી વિવેકબુદ્ધિથી કરી શકીએ છીએ, તે જ પ્રમાણે શિક્ષકે તેની પોતાની તેમ જ બાળકોની સારીમાઠી ટેવોનું નિરીક્ષણ અને પરીક્ષણ નિરંતર કરવું જોઈએ; તે પછી તેના પોતાના કલ્યાણ માટે તેમ જ પોતાના પનારે પડેલા શિષ્યોના કલ્યાણ માટે વિવેકબુદ્ધિથી માઠી ટેવોનો ત્યાગ કરવો અને કરાવવો જોઈએ, તેમ જ સારી ટેવોને સ્વીકારવા માટે તૈયાર રહેવું જોઈએ, તેમ જ તેવી સારી ટેવોને આચરણમાં મૂકવા માટે દૃઢપ્રતિજ્ઞ થવું જોઈએ. અલબત શિક્ષકોમાં પોતાની ખોટી ટેવો ખોટી છે, એમ જાણ્યા પછી પણ તેને સુધારવાનો પ્રયત્ન કરવાના મનોબળનો ઘણે ભાગે અભાવ હોય છે. છતાં વિદ્યાર્થીઓનું માનસ ઘણે ભાગે સ્વચ્છ હોય છે, તેથી તેમની ટેવો જેવી ઘડવી હોય તેવી ઘડી શકાય છે, એમ સમજનાર સાચો શિક્ષક પોતાના શિષ્યોના કલ્યાણ માટે નિરંતર સારી ટેવો આત્મસાત્ કરે છે, અને ખોટી ટેવોને સુધારવાનો પ્રયત્ન કર્યા જ કરે છે.

૨. યુવાન કે પ્રૌઢ, નરમ કે ખડતલ, દુરાગ્રહી કે સદાગ્રહી, ગમે તે પ્રકારના શિક્ષકોમાંથી લગભગ બધા જ પોતે જે ગણતરી કરવાની રીતો જાણે છે, તેમાંની ઘણીખરી આજથી ૫૦ વરસ પહેલાંની હોય છે. એટલા સમયમાં જગતના વ્યવહારમાં ઘણો ફેરફાર થતો આવ્યો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

તે અનુસાર ગણતરીની રીતો બદલાતી ગઈ હોય છે. તેને આપણે જાણવી જોઈએ, તેમ જ પોતાને જાણીતી રીતોની સાથે ગણતરીની નવી રીતોને વિવેકબુદ્ધિથી સરખાવવી જોઈએ. હેતુપુરઃસરની રીતોને અપનાવવી જોઈએ. માત્ર ઘણા વખત થયાં જે રીત પોતે જાણે છે, અને એટલા જ ખાતર પોતાને જે રીત ગમે છે, તે કેટલાક રોજના શિક્ષણમાં વાપરે છે. આ વર્તન શિક્ષકના ધંધાને ઉત્તમ બનાવવા માટે વાજબી નથી. શિક્ષકે વિદ્યાર્થીઓના શ્રેય માટે યોગ્ય રીતોનો સ્વીકાર કરવો જોઈએ. એટલે શિક્ષકોએ રોજ નવી નવી રીતો જાણવી જોઈએ, અને રોજના વ્યવહારમાં તેને અજમાવવી જોઈએ.

૩. ખૂબ ભણેલા માણસને તેમ જ ઘણાય અભણ માણસને સામાન્ય ગણતરી કરતાં આવડતું હોય છે. આ જમાનામાં સામાન્ય વ્યવહાર પૂરતી ગણતરી કરતાં આવડતું ન હોય, એવા ભણેલા ભાગ્યે જ હોય છે. તેટલેથી તેવા ભણેલા માણસમાં શિક્ષક થવાની લાયકાત આવી જતી નથી. કારણ કે એક જ પ્રકારના વ્યવહારની ગણતરી કરવાની ઘણી રીતો હોય છે. તેમાંની કઈ રીત માનસશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ સ્વીકારવા યોગ્ય છે, અને કઈ રીત કેટલા પ્રમાણમાં દૂષિત છે, તેનો નિર્ણય માત્ર સામાન્ય ભણેલા લેભાગુ શિક્ષકો ભાગ્યે જ કરી શકે છે. સારા શિક્ષકને ગણતરી કરવાની એક જ નહિ પણ સર્વ રીતો આવડવી જોઈએ. તેમાંથી કઈ રીતનો ક્યારે કેવા સંયોગમાં ઉપયોગ કરવો તેનો વિવેકબુદ્ધિથી નિર્ણય કરતાં તેને આવડવું જોઈએ.

૪. સામાન્ય ગણતરી કરવાની બધી રીતો જાણનાર પણ સારો શિક્ષક થઈ શકે કે નહિ એ શંકાસ્પદ બિના છે. કારણ કે શિક્ષકે તે રીતો જાણવા ઉપરાંત એ પ્રત્યેક રીતમાં કયા કયા સિદ્ધાંતો સમાયેલા છે, તે જાણવું જોઈએ. એ સિદ્ધાંતો તૈયાર કરાવવા માટે મોઢાની ચર્ચા કેમ કરવી, તેમ જ તે રીતો દૃઢ કરાવનાર પાયાનાં સત્યોનો ઉપયોગ કરતાં આવડે તેટલા માટે મૌખિક મહાવરો કેવી રીતે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

કરાવવો જોઈએ, એ સર્વે આનુષંગિક બાબતોમાં શિક્ષક પાવરધો થયેલો હોવો જોઈએ.

૫. કોઈ પણ ક્રિયા વારંવાર એકની એક જ રીતે અભાન સ્થિતિમાં કરવાની લઢણ તેનું નામ ટેવ. ગણતરી કરવાની સારી ટેવોનું બંધારણ રચવા માટે દરેક રીતનો પહેલાં એવો મહાવરો કરાવવાનો નિરંતર વિચાર કરવાનો હોય છે. આ પદ્ધતિનું મહત્ત્વ શિક્ષણશાસ્ત્રનો અભ્યાસ નહિ કરનાર સામાન્ય વ્યક્તિને જણાતું નથી. એટલા માટે સારા શિક્ષકો બાળકોમાં સારી ટેવોનું બંધારણ ઘડવા પ્રયત્ન કરે છે. ત્યારે ભણેલા માત્ર ભણાવવાનો જ પ્રયત્ન કરે છે.

૬. શિક્ષકને ગણતરી કરવાની પ્રાથમિક રીતો આવડે, તે એક જ પ્રકારની જુદી જુદી રીતોના ભેદ અને ગુણદોષ પારખે, અને તે ઉપરથી કઈ કઈ રીતો કયા ક્રમે શીખવવી તેનો નિર્ણય કરતાં શીખે, એટલાથી આ વિષયનો સારો શિક્ષક બની શકે નહિ. સારા શિક્ષક બાલમાનસ અને જગતમાં પ્રવર્તતો વ્યવહાર એ બે પરિસ્થિતિની પૂરી નિરીક્ષા કરી લીધા પછી જ પદ્ધતિ, સિદ્ધાંત અને મૌખિક મહાવરો કરાવવાની યોજના ઘડે છે. આવું આચરણ કરનાર નિર્ભય શિક્ષક પોતાને શીખવવાની રીતોમાં સારી સિદ્ધિ મેળવી શકે છે.

૭. અંકગણિતના વિષયોનું શિક્ષણ આપવા ઇચ્છનાર શિક્ષકને તે તે પ્રત્યેક વિષયના વ્યવહારનું યથાસ્થિત અને વાસ્તવિક જ્ઞાન હોવું જોઈએ તે ઉપરાંત ગણતરીના પરિણામમાં તેણે વ્યાવહારિક તત્ત્વ અપનાવવું જોઈએ. વળી આજે શાળામાં વપરાતાં પાઠ્યપુસ્તકોમાં તેમ જ પરીક્ષાના પ્રશ્નપત્રોમાં જ્યાં જ્યાં અવ્યાવહારિક ઉદાહરણોનું આયોજન હોય ત્યાં ત્યાં ગંભીર રીતે વિચાર કરી શિક્ષણમાંથી એવા અવ્યવહારુ તત્ત્વને દૂર કરવા કરાવવા પ્રયત્ન કરવો, તેમ જ તેવી પરિસ્થિતિની ચર્ચા કરવી તે વર્તમાન કુશળ શિક્ષકોની સૌથી પહેલી અને અગત્યની ફરજ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨. સંખ્યાની ઉત્પત્તિનો ઇતિહાસ

શાસ્ત્રીય વિષયના અભ્યાસીએ પોતાના ખાસ વિષયના ઇતિહાસ વિષે, હાલ નહિ વપરાતી લાંબી રીતો વિષે, એક વખત સામાન્ય રીતે કબૂલ કરાયેલ ભૂલ વિષે, કાંઈ પણ જાણવું એ કાળક્ષેપ છે, તેમ જ માનસિક વિકાસમાં ઓછું કીમતી છે, એમ ધારવું ન જોઈએ.

જેમ દૂરબીનમાંથી જ જોઈ શકાય એવો સૂક્ષ્મ તારો નરી આંખે અદૃશ્ય હોવાને લીધે ઘણી વખત તે કાંઈ પણ ઉપયોગનો લાગતો નથી, પણ જેઓ તેનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે જાણે છે, તેઓ તેથી વધારે અગત્યના આકાશી પદાર્થોનું સ્થળ નક્કી કરવામાં તેનો ઉપયોગ કરે છે, તેવી જ રીતે ભૂતકાળની ઘણી જ નકામી ચોપડી પણ એક સંભાળી રાખવાલાયક ચીજ છે.*

—ડિ મૉર્ગન

૧. કોઈ પણ શાસ્ત્રની ઉત્પત્તિનો વિચાર કરવો એ ચમત્કારનું કારણ શોધવા જેવું છે. ચમત્કારનું કારણ સહેલાઈથી ભાગ્યે જ મળી શકે છે, અને જ્યારે એ ચમત્કાર કુદરતી સર્વસામાન્ય નિયમનું એક સરસ ઉદાહરણ થઈ પડે છે, ત્યારે તેનું ચમત્કારિત્વ જતાં છતાં તેમાં અદ્ભુતત્વની પ્રતીતિ થાય છે. તે જ પ્રમાણે હરકોઈ શાસ્ત્રની ઉત્પત્તિ શોધવાનો પ્રયત્ન કરવાથી તે શાસ્ત્રની મહત્તા અને કુદરતના

---

* No man of science should think it a waste of time to learn of the history of his own subject, nor is the investigation of laborious methods now fallen into disuse or of errors once commonly accepted, the least valuable of mental disciplines.

The most worthless book of a bygone day is a record worthy of preservation. Like telescopic star, its obscurity may render it unavailable for most purposes, but it serves in hands which know how to use it, to determine the places of more important bodies.

— De Morgan

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આધારે બંધાયેલ તેની રચનાનું આપણને ભાન થાય છે. તેથી તે શાસ્ત્રનો અભ્યાસ રસિક થઈ પડે છે. એ પ્રમાણે અંકગણિતની બીજરૂપે અને શાસ્ત્રરૂપે ઉત્પત્તિ કેવી રીતે થઈ તે જાણવાથી આ વિષયનો અભ્યાસ કરવામાં મજા પડે છે.

શાસ્ત્રો માનવસમાજે શોધી કાઢ્યાં છે. તેથી શાસ્ત્રોની ઉત્પત્તિનો ઇતિહાસ માનવસમાજના ઇતિહાસ જેટલા જૂના કાળ સુધી જવો જોઈએ. માનવજાતિ હાલના સ્વરૂપમાં ક્યારે આવી, તેણે વિચાર કરવાનું ક્યારે શરૂ કર્યું, તે વિચારો તેણે ક્યારે વ્યક્ત કરવા માંડ્યા, કયાં સાધનો અને કઈ રીતોએ એ વિચારો બીજાને જણાવવા માંડ્યા, એ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપવા આપણે પશુ અને માનવજીવનની ટેવો, સ્વભાવ, માનસિક અને શારીરિક વલણનું બારીક અવલોકન કરવું જોઈએ. એ ઉપર જુદા જુદા તર્ક કરીને ઉપરના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપવાના પ્રયત્ન થયા છે. એ જ પ્રમાણે માનવજાતિએ ગણતરી કરવાની શરૂઆત ક્યારથી કરી, તેઓ એ ગણતરી કેવી રીતે કરતા, લાંબી ગણતરીઓ કેવી રીતે લક્ષમાં રાખતા, અને એવી જુદી જુદી ગણતરીઓ કેવી રીતે લખી રાખતા, એ સર્વે પ્રશ્નોનો વિચાર કરવાથી અંકગણિતની બીજરૂપે ઉત્પત્તિ કેવી રીતે થઈ તે સ્પષ્ટ થાય છે.

૨. માણસજાતિએ પોતાની સામાજિક સ્થિતિ અને શ્રેયનો વિચાર કર્યો ત્યાર પછી તેણે પોતાની ભટકતી અવસ્થાનો ત્યાગ કર્યો હશે, અને એવી ભટકતી સ્થિતિનો ત્યાગ થતાં જ માણસજાતિએ સામાજિક પ્રાણી તરીકે સમૂહમાં જીવવાનું શરૂ કર્યું હશે. આ અવસ્થામાં પોતાની સ્થિતિ અને જરૂરિયાતનો વિચાર જણાવવા માટે, માણસને અનાયાસે ગણતરીની શરૂઆત કરવી પડે. ગણતરીના વિચારોની આપલે કરવા માટે તેમણે ઈશ્વરદત્ત સાધનોનો ઉપયોગ કર્યો છે. એટલે તેમણે ગણતરીની શરૂઆત આંગળાં અને આંગળાં ઉપરના વેઢા ઉપરથી કરી હોય એ સ્વાભાવિક છે. વાણીનો સારો પ્રચાર થયા પહેલાં તેઓ મૂંગા માણસની માફક આંગળીથી જ ગણતરી

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

વ્યક્ત કરતા હશે. વાણીનો પ્રચાર થતાં જ જેમ ભાષાની ઘટના અને વિકાસ થતાં ગયાં તે જ પ્રમાણે ગણતરીનાં નામો અને તેની ઘટના નિર્માણ થતી ગઈ હોય એમ જણાય છે. વિચારો બીજાને લખી જણાવવા માટે જેમ લિપિનો ઉદ્‌ભવ થયો છે, તે જ રીતે લખવામાં સરળતા અને ઝડપ લાવવા માટે જુદી જુદી ગણતરીના અંકો અને ચિહ્નો યોજાતાં ગયાં અને તેમનો સાર્વત્રિક સ્વીકાર થતો ગયો. લિપિની ઉત્પત્તિ અને વિકાસ તેમ જ તેમાં યુગે યુગે થયેલા વિકાર પ્રમાણે અંકો અને ચિહ્નોની ઉત્પત્તિ અને વિકાસ તેમ જ તેમાં યુગે યુગે અને સ્થળે સ્થળે થયેલા વિકારને ખૂબ જ સંબંધ છે.

૩. હવે તેઓ લાંબી ગણતરીઓ શી રીતે કરતા તેના સંબંધમાં આપણે લખતાં વાચતાં નહિ શીખેલ જનસમાજ તરફ નજર કરીશું તો તેનો ખુલાસો ઠીક થશે. એવી લાંબી ગણતરીઓ શરૂઆતમાં બબ્બેની જોડીથી પ્રથમ કરતા હશે. પછી એક હાથનાં આંગળાં જેટલી એટલે **પંચોરથી** થતી હશે. પછી બે હાથનાં આંગળાં જેટલી એટલે **દશકાથી** થતી હશે. છેવટ હાથ અને પગ એ બંનેના બધાં આંગળાં જેટલી એટલે **વીસકા** કે **કોડી**થી ગણતરી કરતા હશે. અત્યારે પણ જેને લાંબી સંખ્યાનું ભાન નથી એવા માણસો આમાંની કોઈ પણ રીતનો ઉપયોગ કરીને સંખ્યા ગણે છે; અને પોતાના લીધેલા પાયા (Scale)-નો એકમ જણાવી જુદા **સાખિયો** મૂકી તે ગણતરીને લંબાવે છે.

સૃષ્ટિના શિષ્ટ જનસમાજ તરફથી હાલની સંખ્યાની લેખનપદ્ધતિ સ્વીકારવામાં આવી નહોતી ત્યાં સુધી જગતની જુદી જુદી પ્રજાઓ પોતાની લાંબી ગણતરીઓ જુદી જુદી રીતે જુદા જુદા પાયાથી લખી રાખતી હતી. તેમાંની અત્યાર સુધીમાં જાણવામાં આવેલી પદ્ધતિઓ નીચે પ્રમાણે છે :

૧. ચિત્રલિપિ લખનાર ઇજિપ્શિયન લોકોએ ।। (૧), ∩ (૧૦), O (૧૦૦) એ પ્રમાણે એક કરોડ સુધીની સંખ્યાઓ માટે જુદાં જુદાં ચિત્રમય ચિહ્ન યોજેલાં હતાં. પાછળના સમયમાં જ્યારે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

જ્યારે તે પ્રજામાં વધારે સુધારો દાખલ થયો ત્યારે ત્યારે એવી ચિત્ર-લિપિને બદલે સીધી લીટીઓને જુદી જુદી સ્થિતિમાં મૂકી ભિન્ન ભિન્ન રચના કરીને ૧ થી ૯, ૧૦, ૧૦૦, ૨૦૦, ૧૦૦૦, અને ૯૦૦૦ એવી જાતની સંખ્યાઓ લખવા માટે આવીશ ચિહ્નો યોજ્યાં હતાં.

૨. બાબીલોનિયન લોકોની હયાતી પહેલાંના સુમેરિયન લોકોએ મોટી સંખ્યાઓ લખી બતાવવા માટે શંકુઆકાર ચિહ્નો 𒁹 એક, 𒌋 દશ, 𒁹𒌋 સો માટે ચિહ્નો યોજ્યાં હતાં તે ઉપરથી

૨૩ = 𒌋𒌋 𒁹𒁹𒁹, અને ૩૦ = 𒌋𒌋𒌋 એવી રીતે લખતા.

તેમાં મોટા આંકડા ડાબી તરફ અને નાનો આંકડો જમણી તરફ તેમ જ તે બે આંકડા વચ્ચે યોગ – સરવાળાના સંબંધથી સંખ્યાઓ લખી બતાવવામાં આવતી હતી.

𒌋𒁹𒌋 = ૧૦ × ૧૦૦ = ૧૦૦૦, 𒌋𒌋𒁹𒌋 = ૨૦ × ૧૦૦ = ૨૦૦૦ એ પ્રમાણે હજારની ઉપરની ગણતરીઓના અંકો ગુણાકાર – અવયવના સંબંધથી લખી બતાવવામાં આવતી હતી.

આ રીતે સંખ્યાલેખનમાં મોટા સ્થાનના અંકો ડાબી તરફ, અને નાના સ્થાનના અંકો જમણી તરફ લખાતા તેમ જ તેમની વચ્ચેનો સંબંધ યોગનો તેમ જ ગુણકનો રહેતો હતો.

૩. બાબીલોનિયનને વર્તુળના પરિઘમાં તેની ત્રિજ્યા જેવડા ૬ ભાગ થાય છે, અને એક વરસના ૩૬૦ દિવસ થાય છે, એ બિનાની જાણ હતી. તેથી ચંદ્રની કળાનું જુદા જુદા દિવસે કેટલું માપ હોય, તે જાણવા માટે તેમણે ૧ થી ૬૦ સુધીના વર્ગોની નોંધ ૬૦ના પાયાની સંખ્યામાં કરેલી છે. જેમકે ૧, ૪, ૯, ૧૬, ૨૫, ૩૬, ૪૯, એ સાત વર્ગો તો ૬૦ સુધીમાં આવી જાય છે. પણ તે પછીના વર્ગો તેઓએ ૬૦ના પાયામાં $૮^{૨}$ = ૧·૪, $૯^{૨}$ = ૧·૨૧ એ પ્રમાણે લખી બતાવેલ છે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. કાવ્યની અંદર મોટી સંખ્યાઓ રજૂ કરવા માટે આર્ય અને ગ્રીક લોકોએ ખાસ અંકો યોજ્યા નહોતા. પણ લિપિના વર્ણોને અંકોની કિંમત આપીને સંખ્યા લખી બતાવતા હતા. તે પછી વર્ણોને બદલે શબ્દોને અંકોની કિંમત આપી બહુ નાની સંખ્યા રજૂ કરવાની પદ્ધતિ પિંગળમાં – કાવ્યમાં રજૂ કરવાની રીતિ ઉત્પન્ન થઈ છે. વર્ણો વડે સંખ્યાલેખન દર્શાવવામાં આર્યભટ્ટે અજબ કામ કરેલ છે. તેવી જ પદ્ધતિ ગ્રીક પ્રજાએ ગ્રીક વર્ણોથી ચલાવી છે. તેમાં કોણે કોની નકલ કરી તેનો નિર્ણય કરવો એ અતિ ચર્ચાસ્પદ વિષય છે.

૫. રોમન પદ્ધતિએ સંખ્યાલેખનમાં I (૧) V (૫) X (૧૦) L (૫૦) C (૧૦૦), M (૫૦૦), D (૧૦૦૦), એ સાત અક્ષરોનો ઉપયોગ કર્યો છે. રોમન સંખ્યાલેખનપદ્ધતિ સરવાળા બાદબાકી ઉપર રચાયેલ છે. મૂર વેપારીઓએ ભૂમધ્ય સમુદ્ર ઉપરના દક્ષિણ યુરોપને દશાંશ પદ્ધતિએ સંખ્યાલેખન શીખવ્યું નહોતું, ત્યાં સુધી એટલે લગભગ ૧૫–૧૬મી સદી સુધી આખા યુરોપમાં સંખ્યાલેખન માટે રોમન પદ્ધતિ જ ચાલતી હતી.

૬. જે પ્રમાણે દુનિયાની જુદી જુદી પ્રજાએ પોતાની સંખ્યા લખવાની પદ્ધતિઓ શોધી કાઢી હતી, તે જ પ્રમાણે આર્યોએ પણ એ સર્વેથી પણ ઘણા જૂના સમયમાં પોતાની સંખ્યા લખવાનાં જુદાં જુદાં અંકસ્થાનોનાં નામ યોજ્યાં હતાં. તે વિષેનો સૌથી જૂનો પુરાવો શુક્લ યજુર્વેદના ૧૭મા અધ્યાયના આ મંત્રમાં આપેલો છે:

एका च दश च शतं च शतं च सहस्रं च
सहस्रं चायुतं चायुतं च नियुतं च नियुतं च
प्रयुतं चार्बुदं च न्यर्बुदं च समुद्रश्च मध्यं
चान्तश्च परार्धश्च ॥ (કંડિકા ૨ માંથી)

વેદના આ ઉતારા ઉપરથી જણાય છે કે, આર્યોને ઘણા પ્રાચીન કાળથી સંખ્યાલેખનમાં અંકસ્થાનોનું જ્ઞાન હતું. પણ તેઓને અંકોની સ્થાનિક તેમ જ સ્વાભાવિક કિંમતનું જ્ઞાન હતું કે નહિ, તેમ જ અંકોની ગેરહાજરીમાં શૂન્યનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો કે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

નહિ, એ બિના સ્પષ્ટ થતી નથી. છતાં અંકોની સ્થાનિક કિંમત, અને સંખ્યાલેખનમાં શૂન્યનો ઉપયોગ એ બે બાબતો આખી દુનિયામાં જાણનાર અને સંખ્યાલેખનમાં તેનો ઉપયોગ કરનાર તો સૌથી પહેલા આર્યો જ હતા. એટલું જ નહિ પણ આર્યાવર્તમાં સ્થાપિત અને પ્રચલિત થયા પછી સેંકડો વર્ષે એ જ્ઞાન દુનિયાના બીજા ભાગોમાં પ્રચાર પામ્યું હતું.

સંખ્યા લખવાની ઉપરની સર્વે પદ્ધતિઓમાંથી ઇજિપ્શિયન પદ્ધતિમાં એકલા સરવાળા, સુમેરિયન અને ગ્રીકમાં સરવાળા તથા ગુણાકાર, રોમન પદ્ધતિમાં સરવાળા, બાદબાકી, અને ગુણાકારનો ઉપયોગ થયો છે. તેમાંની એક પણ પદ્ધતિમાં અંકોની વાસ્તવિક અને સ્થાનિક કિંમતનો ભેદ રાખવામાં આવ્યો નથી. તેમ જ સંખ્યાલેખનમાં શૂન્યનો ઉપયોગ બતાવવામાં આવ્યો નથી. આ ત્રણેય શોધનું માન આર્યોને જાય છે, એમ પ્રાચીન કાળના મુસલમાનો તેમ જ અત્યારના નિષ્પક્ષપાત પૌરસ્ત્ય ઇતિહાસકારો કબૂલ કરે છે. છતાં હજુયે ઘણા આ સંખ્યાલેખનને Arabic Notation આરબ સંખ્યાપદ્ધતિનું નામ આપતા આવ્યા છે. પરાપૂર્વથી ચાલ્યું આવતું જૂઠાણું પણ સત્યને નામે ચડી જાય છે તેનું આ એક આબાદ ઉદાહરણ છે.

૪. ભાષાશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ દુનિયાની પ્રાચીન ભાષાઓના અંકોનાં નામોની વ્યુત્પત્તિ સમજવાથી જણાય છે, કે બે હાથનાં આગળાં દશ હોવાથી જ દશ અંકોનાં નામો સ્વતંત્ર રીતે પ્રથમ યોજાયાં હશે. માનવજાત ગણતરી કરવામાં મૂળથી જ પગનાં આંગળાંનો ઉપયોગ ભાગ્યે જ કરતી હશે. જો તેમ કરવાની ટેવ પ્રથમથી જ પડી હોત તો ૧ થી ૧૦ની માફક ૧ થી ૨૦ સુધીની સખ્યાનાં વીશ સ્વતંત્ર નામો યોજાયાં હોત, અને ગણતરી દશને બદલે વીશના પાયા ઉપર ગણવાની રૂઢિ શરૂ થઈ હોત; પણ પહેલી દશ સંખ્યાનાં જ સ્વતંત્ર નામો છે તેથી હાથનાં આંગળાં જેટલી જ સંખ્યાના પાયા ઉપર ગણતરી

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગણવાની રૂઢિ ઉત્પન્ન થઈ. પ્રભુએ કદાચ આપણને હાલમાં જેટલી ઇંદ્રિયો આપેલી છે તેના કરતાં એકાદ વધારે આપી હોત, તો આપણા જ્ઞાનમાં બહુ ફેરફાર થઈ જાત. તે જ પ્રમાણે મનુષ્યમાત્રને એક હાથ ઉપર પાંચને બદલે છ આંગળાં કરવામાં આવ્યાં હોત તો અત્યારે સંખ્યાની ગણતરી કરવાની પદ્ધતિ જુદા જ પ્રકારની હોત. દશ અને અગિયારને માટે બે જુદાં સ્વતંત્ર નામો અને ચિહ્નો યોજાયાં હોત, સંખ્યાલેખન અને ગણતરી દશને બદલે બારના પાયામાં વપરાતી હોત. અંતવાન દશાંશની સ્થિતિ વધત, થોડા અંકોમાં ઘણી મોટી સંખ્યાઓ રજૂ કરી શકાત; પણ ફ્રેંચ રાજ્યક્રાંતિએ અમલમાં આણેલી મૅટ્રિક પદ્ધતિએ ગણતરી કરવાની પદ્ધતિ—દશના પાયામાં ગણતરી કરવાની જૂની પ્રણાલીનાં—વધારે ઊંડાં મૂળ નાખ્યાં છે.

૫. આધુનિક લેખનપદ્ધતિમાં ભારે કિંમતનાં અંકસ્થાનો ડાબી તરફ અને હલકી કિંમતનાં અંકસ્થાનો જમણી તરફ હોય છે. નવા અંકોની સ્થાનિક અને વાસ્તવિક કિંમત દર્શાવતી, અને શૂન્યનો ઉપયોગ રજૂ કરતી એ સંખ્યાલેખનપદ્ધતિનો ઈસવી સનના આરંભ કાળથી આર્યો સારા પ્રમાણમાં ઉપયોગ કરી જાણતા હતા. સંસ્કૃતમાં અંકગણિતને શાસ્ત્ર રૂપે રજૂ કરનાર આર્યભટ્ટ, બ્રહ્મગુપ્ત, લલ્લ, શ્રીધર, મહાવીર, અને ભાસ્કરાચાર્ય વગેરે છે. ઈસવી સનની પાંચમી સદીમાં થઈ ગયેલ આર્યભટ્ટે પોતાની ૨૩ વરસની ઉંમરે લખેલ આર્યભટ્ટીય નામના ગ્રંથમાં પોતાના સમયે પ્રચલિત સંખ્યા-લેખનપદ્ધતિ અને જ્યોતિષના ઉપયોગના ગણિતશાસ્ત્ર વિષે દશ ગીતિકાઓ લખેલી છે. તેમાં હાલના જેવી જ સંખ્યાલેખનપદ્ધતિ રજૂ કરેલી છે. એથી સાબિત થાય છે કે, એની પ્રસિદ્ધિ પહેલાં હાલ-ની પદ્ધતિએ સંખ્યા લેખનવાચનનું કામ આર્યો સારી રીતે જાણતા હતા. તેથી અત્યારની સંખ્યાલેખનપદ્ધતિ આજથી લગભગ બે હજાર વર્ષ પહેલાં શરૂ થઈ ચૂકી હતી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬. આર્યભટ્ટ પછી સંસ્કૃતમાં હાલના જેવા સ્વરૂપમાં અંકગણિત વિષયનાં પુસ્તકો લખનાર તરીકે લલ્લ, બ્રહ્મગુપ્ત, શ્રીધર, મહાવીર, ભાસ્કરાચાર્ય વગેરે છે. લલ્લ આર્યભટ્ટનો શિષ્ય હતો. લલ્લે તેના 'શિષ્યધીવૃદ્ધિ' નામના ગ્રંથના ગણિતાધ્યાયમાં આર્યભટ્ટે જણાવેલા સિદ્ધાંતો ઘણા વધારે અને સારા સ્વરૂપમાં બતાવેલા છે. ઈસવી સનના દશમા શતકમાં શ્રીધર થઈ ગયો છે. તેણે ત્રિશતિકા નામનો ત્રણસો શ્લોકોવાળો પાટી ગણિતનો ગ્રંથ લખ્યો છે. સૌથી છેલ્લે ભાસ્કરાચાર્યે 'લીલાવતી' નામનો પાટી ગણિતનો સૌથી સુંદર ગ્રંથ લખેલો છે. તુલનાત્મક દૃષ્ટિથી આ વિષયનો અભ્યાસ કરવાથી આપણા આ વિષયના પ્રાચીન જ્ઞાન વિષે આપણને અતિશય માન પેદા થાય છે.

ભાસ્કરાચાર્યના 'લીલાવતી'માં સંખ્યાલેખનનાં નીચે પ્રમાણે અંકસ્થાનો ગણાવેલાં છે:

एकदशसहस्रायुतलक्षप्रयुतकोटयः क्रमशः ।
अर्बुदमब्जं खर्वनिखर्वमहापद्मशंकवस्तस्मात् ।।
जलधिश्चान्त्यं मध्यं परार्धमिति दशगुणोत्तराः संज्ञाः ।
संख्यायाः स्थानानां व्यवहारार्थं कृताः पूर्वैः ।।

વેદ અને 'લીલાવતી'ના ઉતારા ઉપરથી જણાય છે કે, વેદના વારામાં બાર અંકસ્થાનો હતાં. ભાસ્કરાચાર્યના સમયમાં અઢાર અંકસ્થાનો થયાં હતાં, એટલું જ નહીં પણ હાલ આપણે જેને દશ હજાર, દશ લાખ, દશ કરોડ કહીએ છીએ તેનાં શુદ્ધ નામો અનુક્રમે અયુત, પ્રયુત, અને અર્બુદ છે એ સ્પષ્ટ છે.

સંખ્યાની લેખનપદ્ધતિનો કેમ વિકાસ થયો, અને તે પદ્ધતિમાં કઈ કઈ ખૂબીઓ સમાયેલી છે, તે જાણવાથી એના શિક્ષણની યોજના કરવાની સારી દૃષ્ટિ મળે છે, એ ભૂલવું ન જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩. સંખ્યાનું શિક્ષણ

બાળક જે કરે છે, તે સહેલાઈથી યાદ રાખી શકે છે.

—રૂસો

બાળમાનસને સમજવાની અશક્તિથી અથવા ગણતરી કરવાની અયોગ્ય રીતિનો ઉપયોગ કરવાથી ઘણુંખરું અંકગણિતનું શિક્ષણ નિષ્ફળ જાય છે.

૧. બાળમંદિરમાં ડૉ. મૉન્ટેસોરીએ યોજેલાં સાધનો દ્વારા તેમ જ વાર્તા, ગીત, રમત, ચિત્રકામ એ વગેરેથી ઇંદ્રિય-કેળવણી આપવાનો પ્રયાસ થાય છે. તેમાં નાનું મોટું, હળવું ભારે, ઊંચુંનીચું, પહોળું સાંકડું, લાંબું ટૂંકું, થોડું ઘણું, વજન કરવું, માપવું, ઉમેરવું, લઈ લેવું, બધું મળીને, ભાગ પાડવા, બાકી વધવું, એ વગેરે શબ્દ-સમૂહો પરિમાણના સાપેક્ષ ભાવની સમજણ આપે છે. એ ભાવ એક પ્રકારનું અંકગણિત જ છે. બાળશાળામાં ભણતા બાળકનું ભાષાજ્ઞાન અલ્પ હોય છે, ઘણાંને પૂરી વાતચીત કરતાં પણ આવડતી હોતી નથી. વાર્તા, ગીત, રમત દ્વારા બાળકને ભાષા ભણાવવાનો પ્રયોગ કરીએ છીએ, તે જ સાધન દ્વારા ગણિતનો ખ્યાલ આપવાની શરૂઆત કરવી જોઈએ. ગણિતની બધી ગણતરીઓ સંખ્યાઓ દ્વારા જ રજૂ કરી શકાય છે. **સંખ્યા એ અંકગણિતની — વિજ્ઞાનની — ભાષા છે,** અને **અંકો એ ભાષાની લિપિ છે.** એટલે બાળકોને વાર્તા, ગીત, રમત દ્વારા એ વિજ્ઞાનની ભાષાનો ખ્યાલ આપવો તેમ જ એ ભાષાની સમૃદ્ધિમાં વધારો કરવો જોઈએ. ત્રણથી પાંચ વરસ સુધીની ઉંમરનાં બાળકોને પદ્ધતિપૂર્વક સંખ્યાશિક્ષણ

What the child does it easily remembers.

— Rousseau

Failure in Arithmetic is almost due to wrong methods or to want of understanding of a child's mind.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આપવાનો પ્રયત્ન કરવો એ અસ્વાભાવિક છે. ક્રિયા દ્વારા, ક્રિયાશીલ રમત દ્વારા ગણતરીનો અનુભવ કરાવી તેના આધારે મળેલા શબ્દોનું જ્ઞાન આપવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૨. સંખ્યાનો ખરો ખ્યાલ વસ્તુઓને એક પછી એક ઉપાડીને, અથવા જ્યારે એવી વસ્તુઓ ઉપાડી શકાય તેમ ન હોય, ત્યારે એક પછી એક આંગળી મૂકીને ચીંધીને ગણતરી કરવાથી આવે છે. એટલે **ગણતરી એ જ સંખ્યાશિક્ષણનો પાયો છે.** ગણતરી દ્વારા સંખ્યાના સ્વરૂપનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ જ્યાં સુધી મળે નહિ, ત્યાં સુધી ઉમેરવું, ઓછા કરવું, એવી ગણતરીની સાદી ક્રિયાઓ કરાવવાનો પ્રયત્ન કરવો એ મિથ્યા છે. જ્યાં સુધી બાળક ઝડપથી અને સરળતાથી કોઈ પણ જથ્થાની ગણતરી કરી શકે નહિ ત્યાં સુધી ગણતરી કરવાની બીજી કોઈ પણ ક્રિયાઓ ચોકસાઈથી કરી શકે નહિ. કારણ કે ગણતરી એ સંખ્યાની બધી સાદી ક્રિયાઓનો વાસ્તવિક દર્શન દ્વારા નિર્ણય કરવાનું–તાળો મેળવવાનું અમૂલ્ય સાધન છે. એ ક્રિયા બાળકને કાંઈક કલાયુક્ત દૃષ્ટિથી કરતાં આવડે એમાં જ એના શિક્ષણની કિંમત છે. બાળકો ભાગ્યે જ કલાયુક્ત દૃષ્ટિથી ગણતરી કરે છે. પ્રથમ તો બાળક માત્ર વિજ્ઞાનની ભાષાના શબ્દોના ઉચ્ચાર અને સંખ્યાસૂચક પદાર્થ દેખાડવાની વૃત્તિ, એ બે જ ભાવનાથી ગણતરીનું કામ કરે છે. ગણતરી માટે રજૂ કરેલો જથ્થો ગણતાં ગણતાં પૂરો થાય છે, ત્યારે તેની સમજણમાં સંખ્યામાં સમાયેલ **ક્રમ**ના ભાવની જગાએ **સમૂહ**નો ભાવ આવે છે. આ બંને ભાવો વચ્ચેનો ભેદ બાળકને ભાગ્યે જ પરખાય છે. કયા એકમ વડે ગણતરી કરવામાં આવેલ છે, આપેલા જથ્થામાં એવા કેટલા એકમ સમાયેલા છે, એ બે સ્વરૂપોનો વિચાર કરતાં આવડે અને **ગુણોત્તર** ભાવની દૃષ્ટિએ તે સમૂહમાં એકંદર કેટલી સંખ્યા સમાયેલી છે તેનો ખ્યાલ આવે નહિ, ત્યાં સુધી ગણતરીની કાંઈ જ કિંમત નથી. ત્યાં સુધી સંખ્યાના પ્રાથમિક બંધારણનો ખ્યાલ પણ આવતો નથી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩. વિચારની ભાષામાં આપણે કોઈ પણ શબ્દનો પરિપૂર્ણ ખ્યાલ એ શબ્દ જે પદાર્થને માટે વાપરતા હોઈએ તે ખુદ પદાર્થનું, અને જો તે ન મળે તો તેના નમૂનાનું, એ પદાર્થના ચિત્રનું, દર્શન કરાવીને એ શબ્દને સમજાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ. એ જ પ્રમાણે વિજ્ઞાનની ભાષામાં આપણે ગણતરીની ક્રિયા દ્વારા સંખ્યાનો ખ્યાલ આપવા પ્રયત્ન કરીએ છીએ. તે ઉપરાંત ચિત્ર દ્વારા પણ સંખ્યાનો ખ્યાલ આપવો જોઈએ. 'ત્રણ' એ શબ્દ બોલતાંની સાથે જ ત્રણ ટપકાં, આડાં, ઊભાં, કે ત્રિકોણના ખૂણાની જેમ, ગૌમુખીની જેમ ગોઠવેલ સમૂહનો ખ્યાલ નજરે ચડે. ટૂંકામાં બાળક સંખ્યાનો ખ્યાલ ગણતરીથી મેળવે છે. એ ગણતરી પ્રથમ સ્નાયુથી, પછી આંગળી ચીંધીને અથવા સ્પર્શ દ્વારા, છેલ્લે દૃષ્ટિથી જોઈને દૃઢ કરે છે. આ ઇંદ્રિયો દ્વારા દૃઢ થયેલું જ્ઞાન યાદદાસ્તથી તુલના દ્વારા તે સમજે છે. ગણતરીની ક્રિયા વ્યક્તિગત અનુભવ સ્થાપવાનો પ્રયત્ન કરે છે. એટલે સંખ્યાશિક્ષણ એ વ્યક્તિગત પ્રયત્નને આધારે જ આપી શકાય છે. સમૂહગત પ્રયત્નથી કદી પણ આપી શકાય નહિ. જ્યાં તેમ થાય છે, ત્યાં તેમાં ગાળેલો ઘણો સમય વ્યર્થ જાય છે. કારણ કે સમૂહગત સંખ્યાશિક્ષણ આપનાર શિક્ષક સંખ્યાસૂચક શબ્દને માત્ર સ્મૃતિમાં રખાવવાનો પ્રયત્ન કરે છે. **સ્મૃતિ ક્રિયા દ્વારા કેળવવી જોઈએ, શ્રવણ દ્વારા નહિ.** એટલે સમૂહશિક્ષણમાં ગણતરીનું પરિણામ – સંખ્યા ઘણુંખરું ક્રિયા રહિત અને આજ્ઞા દ્વારા સ્મૃતિવશ કરવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે છે, એ ખોટું છે. એટલે સંખ્યાનું સંગીન શિક્ષણ વ્યક્તિગત ગણતરી કરાવવાની ક્રિયા ઉપર આધાર રાખે છે. તેમાં જરા પણ ઉતાવળ ન ચાલે. તેથી જો આપણે ગણતરી કરાવવામાં કંટાળીએ, એના ઉપર ઓછો વખત ગાળીએ, ઝડપથી આગળ જવા ઇચ્છીએ, તો તેનું શિક્ષણ વધારે ને વધારે નબળું રહેવાનો સંભવ છે. દરેક શિક્ષકે એટલું યાદ રાખવું જોઈએ કે નાનાં બાળકોને સંખ્યાનો સાચો અને ચોકસ ખ્યાલ ગણતરી દ્વારા જ અપાવો જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. સંખ્યાની ભાષાનો સારો પરિચય થયા પછી સંખ્યાની લિપિ — અંક — ની ઓળખાણ આપવાની યોજના કરવામાં આવે તો ઠીક.

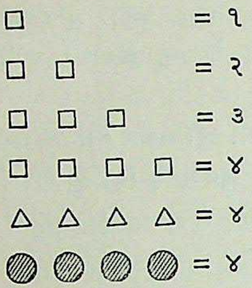
પ્રથમ દશ કાર્ડ બનાવવાં. તેમાં ગણતરી કરી શકાય તેમ મણકા બાંધેલ હોય, ગોળ કાળાં ટપકાં કરેલ હોય, ચોરસો કે ત્રિકોણો દોરેલ હોય, કોઈ પ્રાણી કે પક્ષીનાં ચિત્રો દોરેલ હોય, તે જ પ્રમાણે બાજુમાં તે ગણતરી પ્રમાણે સુંદર સ્વરૂપમાં અંક લખેલ હોય. ગણતાં આવડે છે તેથી ગણતરીનાં પરિણામ સૂચક સંખ્યા દર્શાવનાર ચિહ્નોને ઓળખતાં શીખશે. આ પ્રમાણે ૧ થી ૯ સુધીના અંકોની ઓળખાણ આપી દીધા પછી ૦ એટલે કોઈ પણ ગણતરી ગણવાનો અભાવ દર્શાવનાર ચિહ્નની સમજણ આપવી. આટલા દર્શનમાત્રથી એ અંકોનો પરિચય દૃઢ નહીં થાય. એ અંકોની ઓળખાણનો દૃઢ પરિચય કરાવવા માટે બીજો પ્રયોગ કરીએ :

□	= ૧	આમ ત્રણ ગણતરી એકી સાથે લેવી, અને
□ □	= ૨	તેમાં તે દરેકની સામે તેના અંકો જણાવવા.
□ □ □	= ૩	જૂના મહાવરાથી બાળકો આટલી એકસામટી ઓળખાણ સમજી શકશે. પછી બીજાં એવાં

અનેક કાર્ડોમાં ૧, ૨, ૩ એટલી જ ગણતરી કરી હોય, અને તે વિવિધ ગોઠવણવાળી હોય, વિવિધ ચિત્રોવાળી હોય તેવાં કાર્ડો રજૂ કરવાં. તે પ્રત્યેક ગણતરીની સામે ગણતરીસૂચક અંક મૂકે, એટલે એ વિજ્ઞાનની ભાષા અને તે ભાષા વાંચવાલખવાની લિપિનો સહકાર સાધ્યો ગણાય. ત્યાર પછી તેથી ઊલટી જ રીતે એ જ ક્રિયાની સાબિતી મેળવવી જોઈએ. બાળકોને અંકવાળી તકતીઓ આપી તેના ઉપર મૂકવાચનની દૃષ્ટિએ ગણતરી કરીને તે અંકસૂચક ચીજો, મણકા, કાંકરા, ટપકાં વગેરે મૂકવા કહેવું. ત્યાર બાદ ચીજોને બદલે ગણતરીનું કાર્ડ મૂકવા કહેવું. આ રીતે ત્રણ પગથિયે એ ત્રણ અંકોની ઓળખાણ દૃઢ થાય ત્યાર પછી જ ૪ એ અંકની ઓળખાણ આપવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri



એક, બે, ત્રણની ગણતરીઓ માત્ર એક જ વાર, પણ ચારની ગણતરી ભિન્ન ભિન્ન ચિત્ર દ્વારા એક કરતાં વધારે વાર યોજવી. આવું કાર્ડ દરેક વિદ્યાર્થીને વહેંચી દીધા પછી બાળકને ૧, ૨, ૩ ની પછી ૪ આવે તેમ ખબર પડે છે, અને તેવી ગણતરીનું ચિહ્ન ૪ છે, એવી પ્રતીતિ થાય છે. આવો પરિચય થયા પછી બીજાં એવાં કાર્ડો આપો કે તે દરેકમાં એકથી ચાર સુધીની ગણતરી કરવાની હોય, પછી એ દરેક ગણતરીની સામે ગણતરીસૂચક અંકો શોધી શોધીને મૂકે. એવો મહાવરો સારી પેઠે થયા પછી ૧, ૨, ૩, ૪ એ ચાર અંકો ગમે તેવા અનિયમિત ક્રમમાં લખેલ હોય, તે દરેકની ઉપર ગણતરી કરીને વસ્તુઓ મૂકે. એમ એકબીજાથી ઊલટી ક્રિયા દ્વારા એ ચારેય અંકોનો પરિપૂર્ણ પરિચય સાધવો. આ પ્રમાણે સંખ્યાવાચન અને લેખન કરવામાં વપરાતા દશ અંકોની ઓળખાણ સારી રીતે થયા પછી બાળકો પોતાની મેળે જ તેના લેખન તરફ દોરાશે; એટલે સંખ્યાની ભાષા, લિપિ, અને તેનું વાચન, લેખન એ ચારેય પ્રવૃત્તિઓ યથાસમયે શરૂ કરવાની છે. તેમાં ગેરવાજબી ઉતાવળ કરવાથી લાભ કરતાં હાનિ ઝાઝી થાય છે.

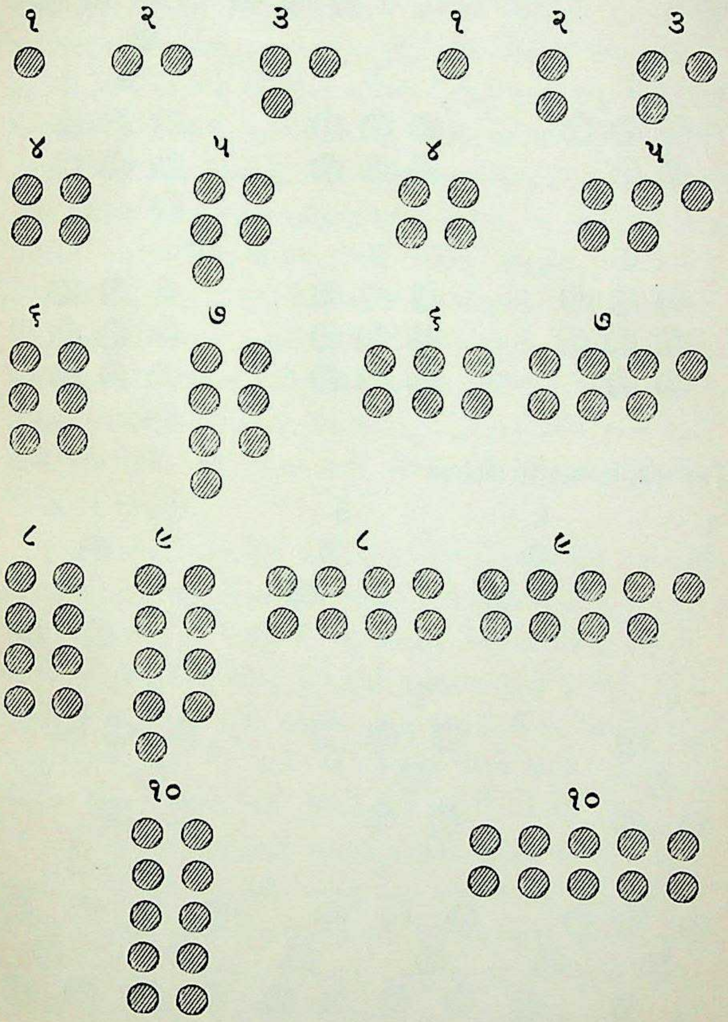
૫. વિજ્ઞાનની ભાષા – સંખ્યાનો ખ્યાલ કેવા પ્રકારનાં ચિત્ર દ્વારા આપવો એ પણ એક વિચારવા જેવો પ્રશ્ન છે. કેટલાક શિક્ષકો બેના પાયાની ગોઠવણીવાળાં ચિત્ર દ્વારા સંખ્યા દર્શાવવા માગે છે. કેટલાક ત્રણના પાયાનાં ચિત્રો વડે ખ્યાલ આપવા માગે છે. ત્યારે કેટલાક પાંચના પાયાની ગોઠવણવાળાં ચિત્રોથી સંખ્યાનો ખ્યાલ આપવા માગે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૧] એના પાયાની ગોઠવણનાં ચિત્રો :

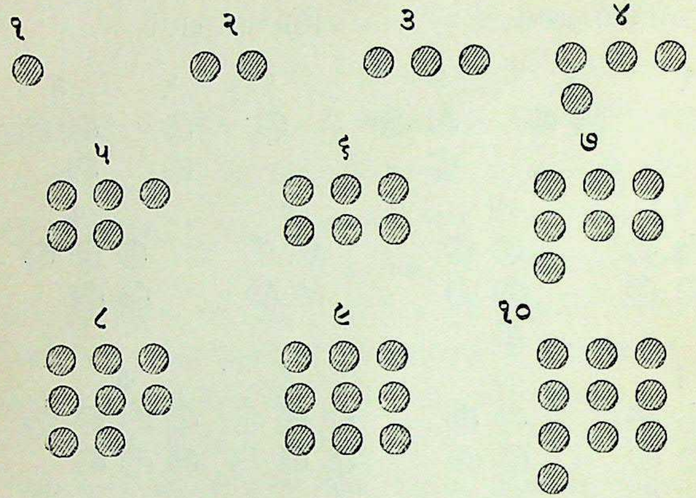
(અ) ઊભી હારમાં (બ) આડી હારમાં



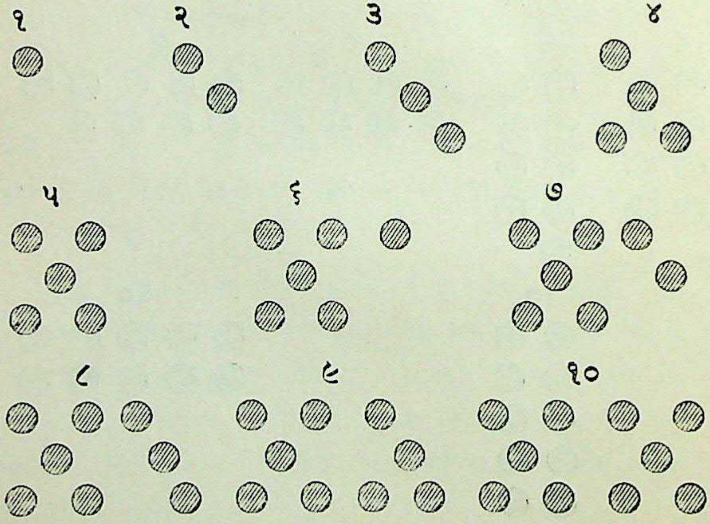
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૨] ત્રણના પાયામાં ગોઠવણ



[૩] પાંચના પાયામાં ગોઠવણ



CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

५१ ग २०२४२
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ દરેક ગોઠવણુમાં કાંઈક ને કાંઈક રહસ્ય છે. તેથી જ્યારે ગણુતરી પાકી થાય, ત્યાર પછી તે જ ગણુતરીઓ સમૂહમાં ગણુતાં શીખવવી હોય, ત્યારે આવી રચનાવાળાં કાર્ડો હાથમાં આપીએ, તો બાળક આપોઆપ બે, ચાર, છ, આઠ, દશ, એમ ગણુવા પ્રયત્ન કરશે, ઇચ્છશે. જોકે તે બહુ જ ધીમી ગતિએ પોતાનું કામ રજૂ કરશે, પણ એક વખત એ માર્ગે જવાની પ્રેરણા મળી તો પછી તે જ માર્ગે ઝડપથી જવા માટે કેળવાશે. આવી રીતે બાળક આકૃતિ દ્વારા કે વસ્તુઓ દ્વારા બેબેના કે ત્રણુત્રણુના સમૂહમાં ગણુવા પ્રેરાશે. એ રીતે એક એક ઉમેરીને ગણુવામાં આવતી ગણુતરીઓ બેબેના સમૂહમાં, ત્રણુ ત્રણુના સમૂહમાં પણુ ગણી શકાય છે, એમ બાળક સમજશે. એથી ભવિષ્યમાં મોટી ગણુતરી કરતી વખતે એવી રીતે ગણુવાની ઇચ્છા–ક્રિયાનો સમન્વય સાધવા પ્રયત્ન કરશે. તેમ જ દશ સુધીની સંખ્યાના વાચન કરાવતી વખતે ૧,૩,૫,૭,૯ તેમ જ ૨,૪,૬,૮,૧૦ એમ બંને પ્રકારે વાંચે અને લખે. તેથી વાચન અને લેખન દ્વારા એ સમૂહગણુતરીનો પાયો દૃઢ થાય છે.

કયે સમયે ગણુતરીનો કયો પાયો લેવો એનો આધાર બાળકની ઉંમર અને તેની ગ્રહણુશક્તિ ઉપર આધાર રાખે છે. પાંચ વર્ષનું સાધારણુ બુદ્ધિવાળું બાળક બે કે ત્રણથી વધુ સમૂહને એકી વખતે ન ગ્રહી શકે. એટલે સાધારણુ રીતે પહેલા ધોરણુમાં સમૂહગણુતરીની શરૂઆત કરતી વખતે બે કે ત્રણુનો પાયો રાખવો. આઠ વરસની ઉંમર બાદ પાંચનો પાયો રાખ્યો હોય, તો ચાલે. જોકે કેટલીક વખતે કુશાગ્ર બુદ્ધિવાળાં બાળકો એ સર્વે પાયા નાની ઉંમરે પણુ વાપરી શકે છે.

૬. શૂન્યની શોધ અને અંકની સ્થાનિક કિંમત એ બે મહાન સિદ્ધાંતોને આધારે આપણી અંકસંખ્યા રચાયેલી છે. દશ સુધીની સંખ્યાના વાચન અને લેખનમાં શૂન્યનો ઉપયોગ આવી ગયો છે. છતાં શૂન્યનો પ્રાથમિક ખ્યાલ આપવાનો બહુ જ સારો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. જ્યાં કાંઈ પણુ ગણુતરી કરવાની ન હોય, જ્યાં ગણુતરીનું કાંઈ

पुस्तकालय
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar
गुरुकुल काँगड़ी

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પણ પરિણામ જણાવવાનું ન હોય, ત્યાં તેવી (નિષ્ફળ) ગણતરી દર્શાવવા માટે ૦ મુકાય છે એટલે **કાંઈ નહિ** એ દર્શાવનાર **શૂન્ય** છે. બીજી રીતે કહીએ તો જ્યાં જેટલો જથો હોય, તેટલો બધોય જથો ઉપાડી લેવામાં આવે, ત્યારે ત્યાં કાંઈ બાકી વધતું નથી, એમ દર્શાવવા માટે શૂન્ય લખાય છે. અંકગણિતમાં શૂન્યની સમજનાં આ બંને દૃષ્ટિબિંદુઓ ઉપર પ્રસંગોપાત્ત બાળકોને ખ્યાલ આપવાની જરૂર છે. ગણતરીનો અભાવ (નિષ્ફળ) દર્શાવનાર ૦ છે; અને સફળ ગણતરી દર્શાવવા માટે ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ અંકો યોજવામાં આવેલ છે.

૭. બાળકની આગળ ધપવાની વૃત્તિને આપણે કદી પણ રોકી શકશું નહિ; એ તો આગળ જવાનું જ. વધારે મોટી ગણતરીઓ વારંવાર કરવાનું જ. અને તેમાં તેની ભાષાની સમજણ પૂરતી આપણી વારંવાર મદદ લેવાનું જ, એ નિઃસંશય છે. એટલે બાળક સ્વેચ્છાથી જેટલું આગળ જવા ઇચ્છે તેટલું તેને આગળ જવા દેવું, અને સાથે સાથે આપણે રીતસર પ્રયોગ દ્વારા દશ સુધીની સંખ્યાના યોગવિયોગ તૈયાર કરાવવાનો પણ પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

સંખ્યાના યોગવિયોગ પ્રત્યક્ષ ગણતરી દ્વારા, પછી ચિત્ર દ્વારા, પછી અંક દ્વારા અને છેલ્લે શ્રવણ દ્વારા એક પછી એક ચઢતા ક્રમે તૈયાર કરાવવા જોઈએ, દૃઢ કરાવવા જોઈએ; સ્મૃતિવશ કરાવવા જોઈએ. જુદા જુદા રંગના મણકા ચોઢેલા કાર્ડો એકસાથે મૂકીને એ જ પ્રમાણે ચિત્રો કાઢેલાં બે કાર્ડો એકસાથે મૂકીને, આ યોગવિયોગનાં પરિણામો પ્રથમ નિયમિત ક્રમમાં તૈયાર કરાવવાં, પછી તેની દૃઢતાની ખાતરી કરવા તે જ પરિણામો અવળાસવળા ક્રમમાં પૂછીને દૃઢ કરાવવાં જોઈએ. છેવટે મોઢાના પ્રશ્નો વડે એ પરિણામો પૂછવાં જોઈએ.

આપણે ત્યાં શાળામાં સામાન્ય રીતે ઘણુંખરું યોગવિયોગનાં કોષ્ટકો — આંક — ઉપર લક્ષ આપવામાં આવતું નથી. એમ સમજી આ નીચે ૧ થી ૯ સુધીના બધા કોઠા તૈયાર કરી આપેલા છે. તે ત્રણ દૃષ્ટિએ રજૂ કરેલ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

	સવળી રીતે	અવળી રીતે	પૂરક રીતે
૧.	૧ + ૦ = ૧	૦ + ૧ = ૧	૧ + ? = ૧
	૦ + ૦ = ૦		
૨.	૨ + ૦ = ૨	૦ + ૨ = ૨	? + ૦ = ૨
	૧ + ૧ = ૨		૧ + ? = ૨
૩.	૩ + ૦ = ૩	૦ + ૩ = ૩	૨ + ? = ૩
	૨ + ૧ = ૩	૧ + ૨ = ૩	? + ૧ = ૩
૪.	૪ + ૦ = ૪	૦ + ૪ = ૪	૩ + ? = ૪
	૩ + ૧ = ૪	૧ + ૩ = ૪	? + ૧ = ૪
	૨ + ૨ = ૪		૨ + ? = ૪
૫.	૫ + ૦ = ૫	૦ + ૫ = ૫	૪ + ? = ૫
	૪ + ૧ = ૫	૧ + ૪ = ૫	? + ૨ = ૫
	૩ + ૨ = ૫	૨ + ૩ = ૫	૧ + ? = ૫
૬.	૬ + ૦ = ૬	૦ + ૬ = ૬	૪ + ? = ૬
	૫ + ૧ = ૬	૧ + ૫ = ૬	? + ૨ = ૬
	૪ + ૨ = ૬	૨ + ૪ = ૬	૩ + ? = ૬
	૩ + ૩ = ૬		
૭.	૭ + ૦ = ૭	૦ + ૭ = ૭	૬ + ? = ૭
	૬ + ૧ = ૭	૧ + ૬ = ૭	? + ૨ = ૭
	૫ + ૨ = ૭	૨ + ૫ = ૭	૪ + ? = ૭
	૪ + ૩ = ૭	૩ + ૪ = ૭	? + ૩ = ૭
૮.	૮ + ૦ = ૮	૦ + ૮ = ૮	૭ + ? = ૮
	૭ + ૧ = ૮	૧ + ૭ = ૮	? + ૬ = ૮
	૬ + ૨ = ૮	૨ + ૬ = ૮	૫ + ? = ૮
	૫ + ૩ = ૮	૩ + ૫ = ૮	? + ૪ = ૮
	૪ + ૪ = ૮		
૯.	૯ + ૦ = ૯	૦ + ૯ = ૯	૮ + ? = ૯
	૮ + ૧ = ૯	૧ + ૮ = ૯	? + ૭ = ૯
	૭ + ૨ = ૯	૨ + ૭ = ૯	૬ + ? = ૯
	૬ + ૩ = ૯	૩ + ૬ = ૯	? + ૪ = ૯
	૫ + ૪ = ૯	૪ + ૫ = ૯	૫ + ? = ૯

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

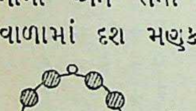
૧૦.	૯ + ૧ = ૧૦	૧ + ૯ = ૧૦	૯ + ? = ૧૦
	૮ + ૨ = ૧૦	૨ + ૮ = ૧૦	? + ૮ = ૧૦
	૭ + ૩ = ૧૦	૩ + ૭ = ૧૦	૭ + ? = ૧૦
	૬ + ૪ = ૧૦	૪ + ૬ = ૧૦	? + ૬ = ૧૦
	૫ + ૫ = ૧૦		૫ + ? = ૧૦

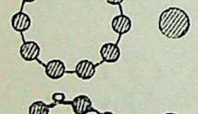
નોંધ : આ બધા કોઠામાં ૯ અને ૧૦ એ બે કોઠા તો ગણતરી કરવામાં ખૂબ જ ઉપયોગી છે.

એક તારના કકડામાં બે જુદા જુદા રંગના મણકા પરોવીને ઉપર મુજબ ગોઠવણ કરેલ હોય, તો બધા જ કોઠા તે રીતે પણ તૈયાર કરાવી શકાય.

૧, ૨, ૩, ૪; ૫, ૬, ૭. એ ગણતરી ૧, ૨, ૩; ૪, ૫, ૬, ૭. એ રીતે પણ ગણી શકાય. એટલે ૪ + ૩ = ૩ + ૪ થાય છે. એ ઉપરથી ઉપરની અવળી અને સવળી ગણતરીઓમાં **અંક વિપર્યયનો** મહાન સિદ્ધાંત પ્રવર્તે છે. એનો ખ્યાલ મળી જાય છે તો આ સર્વે વિવિધ દૃષ્ટિની ગણતરીઓ વચ્ચેના ભેદો અદૃશ્ય થઈ જાય છે.

૮. (અ) બાળક એક એક ઉમેરીને બધી ગણતરીઓ તૈયાર કરે છે. એટલે બધી અંકસંખ્યાનો જનક **એક** છે. દશ સુધીની ગણતરી અને તેના યોગવિયોગનો પાકો અભ્યાસ થતાં સુધીમાં બાળક પોતાની જાતે દશથી આગળ ૨૦ સુધી ગણતરી એક એક ઉમેરીને કરવાનો સ્વયંપ્રયત્ન કરે છે. તેમાં ગણતરી અને ભાષાની દૃષ્ટિએ સંખ્યાનાં નામો અને તેનો ક્રમ એ બે બાબતો એ જાણી લે પછી એક વાળામાં દશ મણકા પરોવી તેને ગણતરીનું મુખ્ય સાધન બનાવી





દશએક, દશબે, દશત્રણ એમ જે રીતે સંખ્યાની ભાષાનું ઘડતર થયેલ છે, તે રીતે ગણતરી કરવાની ટેવ પાડવી. પછી એવી ગણતરી અને સંખ્યાવાચન કરાવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. ત્યાર પછી ૧૧ થી ૨૦ સુધીની સંખ્યાની લેખનપ્રવૃત્તિ બાળકમાં સ્વયંસ્ફૂર્તિથી ઊભી થાય છે. તેમાંથી એ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અંકની સંખ્યામાં જમણી બાજુનો છેલ્લો અંક છૂટા–ગણતરીના **એકમ**નો છે, અને તેની ડાબી બાજુનો અંક **દશ–દશક**નો છે.

(બ) દશ, દશકનો ખ્યાલ આવી ગયા પછી એવાં દશના જૂથની ગણતરી કરાવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. જેમ આપણે એકથી દશ સુધીની ગણતરી ઉપરથી તેની ભાષા અને લિપિનું જ્ઞાન આપવાનો પ્રયત્ન કર્યો, તે જ પદ્ધતિએ દશક, દશનાં જૂથ દ્વારા દશ, વીશ, ત્રીશ, ચાળીશ, પચાસ, સાઠ, સિત્તેર, એંશી, નેવું સુધીની ગણતરી દશના સમૂહમાં ગણતાં શીખવવી એ સંખ્યાનું ભાષાજ્ઞાન વસ્તુના સમૂહના દર્શન દ્વારા આપવા પ્રયત્ન કરવો. આ પ્રમાણે દશ અને દશના જૂથમાં આવેલી સંખ્યાનાં નામો જાણી લીધા પછી તેને સ્મૃતિવશ કરવામાં જરાયે શ્રમ નહિ પડે. પછી બે દશકોની વચ્ચેની સંખ્યાની ગણતરી, ભાષા, અને લેખન મણકા અગર તો કોઈ પણ વસ્તુ દ્વારા કરાવીને આગળ વધવું જોઈએ.

(ક) એકથી સો સુધીની સંખ્યાઓ નિયમિત ક્રમમાં ગણે, એ જ રીતે મોઢે બોલે, મોં પાઠ લે, ત્યાર પછી એ દરેક સંખ્યા અનુક્રમે લખે, એ સર્વે મહાવરા પછી એ સર્વે સંખ્યાઓ 'કેમ થાય?' 'કેમ લખાય?' આ પ્રશ્નોના ઉત્તર સરળતાથી મેળવી શકાતા નથી. એ માટે દરેક દશકના જૂથની નવ સંખ્યાઓના અંત્યાનુપ્રાસના ઉચ્ચાર ઉપર લક્ષ દોરવાથી ધીમે ધીમે બે આંકડાવાળી સંખ્યાના સ્વતંત્ર લેખનમાં વિદ્યાર્થી રાહ ઉપર આવી જાય છે.

(ડ) ૧૯, ૨૯, ૩૯, ૪૯, ૫૯, ૬૯, ૭૯ એ સાત સંખ્યાની ભાષા, અને તેના નામનું સ્વરૂપ બરાબર સમજાય એટલા સારુ, કાંઈક એવું કરવામાં આવે કે તે બધી સંખ્યાઓની ભાષા શરૂઆતમાં નિયમિત ક્રમે જાણી જાય, ત્યાર પછી એક વખત એ બધી સંખ્યાઓ એકસાથે લઈને તેની ભાષા સમજાવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. એ સાતે સંખ્યાઓમાં એક + ઊન, એક ઓછા વીશ, એકોન વીશ, ઓગણીશ; એ રીતે એક ઓછા ત્રીશ–એકોન ત્રીશ – ઓગણત્રીશ, એમ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

બાકીની સંખ્યા માટે કહી શકાય. અને ૮૯માં નવ + એંશી છે, તેમ જ ૯૯માં નવ + નેવું છે. એ રીતે સો સુધીની ગણતરીનો માર્ગ તૈયાર થઈ જાય છે. તેમાં બહુ ધીમે ધીમે આગળ વધવું જોઈએ.

૯. સંખ્યાશિક્ષણમાં ઉપર દર્શાવેલા વિચારો પ્રમાણે જ આપણે આગળ વધી શકીએ એમ કાંઈ નથી. ઘણીયે વખત વર્ગમાં કાંઈક જુદા જ સંયોગો ઊભા થાય છે.

(૧) મારી પાસે પાંચ પેન્સિલો છે. તેમાં તેવી જ બીજી ત્રણ પેન્સિલો ઉમેરું તો મારી પાસે એકંદર કેટલી થાય? બાળકો ગણતરી કરીને તેનો જવાબ આપશે. તે પછી પાંચ મણકા આપી તે પછી બીજા ત્રણ મણકા આપું તો તેની પાસે કેટલા થાય? તેનો જવાબ પણ બાળકો ઘણુંખરું ફરીને પ્રથમની માફક એની એ જ ગણતરી કરીને જવાબ આપે છે. એમાં પ્રથમની ગણતરીમાં મેળવેલા અનુભવ અનુસાર બીજી વખત તુરત જવાબ મળવો જોઈએ, પણ તેમ થતું નથી. તેમ થવાનું કારણ વિચારવું જોઈએ: બાળકને ગણતરી દ્વારા જ્ઞાન મળેલું છે. તેથી તેને જાતીય સંખ્યા – વિશેષ સંખ્યા (Concrete number)નો સારો ખ્યાલ આવી ગયેલો હોય છે. તેમાં એક જ જાતિની વસ્તુની ગણતરી બીજી જાતિને લાગુ પડે કે નહિ તે બાબતમાં બાળક શંકાશીલ બને છે. કારણ કે જાતિરહિત સંખ્યા – સાદી સંખ્યા (abstract number)નો ખ્યાલ બરાબર દૃઢ થયેલો હોતો નથી. તેથી તેનો ખ્યાલ આપવા માટે આ પ્રમાણે ક્રમ યોજીએ તો તેથી તેમની વચ્ચેના ભેદનો ખ્યાલ સ્પષ્ટ થશે:

	૫	પેન્સિલ	+	૩ પેન્સિલ	=	૮ પેન્સિલ
	૫	મણકા	+	૩ મણકા	=	૮ મણકા
	૫	કાંકરા	+	૩ કાંકરા	=	૮ કાંકરા
	૫	ભમરડા	+	૩ ભમરડા	=	૮ ભમરડા
છેવટે	૫		+	૩	=	૮

એ પ્રમાણે જાતિરહિત સંખ્યાના સ્વરૂપમાં અગત્યનાં પરિણામો તૈયાર કરાવી શકાય છે. અને જાતિરહિત સંખ્યા તે જાતીય સંખ્યાનું સંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ છે એમ દૃઢ થશે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) પ્રથમ ગણતરી છૂટા મણકા દ્વારા કરાવીએ છીએ, પછી એ જ ગણતરી દશનાં જૂથ અને છૂટા મણકા દ્વારા કરાવીએ છીએ. સામાન્ય રીતે ગણતરી આ બે પગથિયે કરાવીએ છીએ. સામાન્ય સંખ્યાલેખનમાં દશકની ગણતરી એક સાદા અંકથી દર્શાવીએ છીએ. તેમાં તે અંકને જેમ સ્થાનિક કિંમતનો લાભ આપીએ છીએ, તેમ ગણતરી કરતી વખતે પણ સ્થાનિક કિંમતનો લાભ શા માટે ન આપવો જોઈએ? દશકને—દશનાં જૂથને–ગોપ્ય બનાવવાની, છુપાવવાની યુક્તિ અજમાવવાની જરૂર છે. તેથી દશનાં જૂથને પરબીડિયામાં ઘાલીને, કે કોથળીમાં ઘાલીને, પછી તેમનો—પરબીડિયાનો ગણતરી કરવામાં ઉપયોગ કરીએ, તો આપણી નજર આગળથી દશ દેખાતા બંધ થાય છે. પણ દશનાં જૂથની સંખ્યા નજરે પડે છે. આ પ્રમાણે સારો મહાવરો થયા પછી લખોટાની ઘોડી ઉપર એક હારના મણકાને દશકના અંક ગણીએ, તેની નીચેથી બીજી હારને એકમના અંકગણી, તે ઉપરથી સંખ્યાની ગણતરી કરાવીએ, તો તે ઉપરથી સંખ્યાલેખન સરળ થશે. આ પદ્ધતિ સંખ્યાની ગણતરીની પ્રાચીન પદ્ધતિનું પ્રદર્શન છે. આ રીતે ગણતરી વાંચતાં આવડે તે પછી જ સંખ્યાલેખનનો પદ્ધતિપૂર્વક આરંભ કરવો જોઈએ. ગણતરી કરવામાં ચપળતા, અને તે ગણતરી વાંચવામાં ચોકસાઈ આવી ગયા પછી સંખ્યાલેખનનો આરંભ કરવામાં આવે તો સંખ્યાલેખનમાં જરાયે માનસિક શ્રમ જણાશે નહિ.

આ પ્રમાણે જુદી જુદી દૃષ્ટિથી ગણતરી કરતાં આવડે, તો તે ઉપરથી સંખ્યાલેખનમાં 'કેમ થાય?' એ પ્રશ્નનો ઉત્તર સરળતાથી મળી જાય છે.

(૩) એ જ પદ્ધતિએ શતકથી હજાર સુધીની સંખ્યા શીખવી શકાય: ૧૦૦, ૨૦૦, ૩૦૦, એમ ૯૦૦ અને ૧૦૦૦ સુધીની સંખ્યાના ત્રીજા સ્થાનની સૂચક સંજ્ઞાનો ઉપયોગ થાય તેવી સંખ્યાઓ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

વાંચતાં શીખવવી. તે જ પ્રમાણે શતક અને દશક એ બે જ અંકો મળે એવી સંખ્યાઓ વાંચતાં તેમ જ લખતાં શીખવવી. પછી ત્રણેય સ્થાનમાં અંકો મળે તેવી સંખ્યાઓ વિષે પ્રયત્ન કરવો. આટલો મહાવરો થયા પછી દશક ન હોય તેવી સંખ્યાનો વિચાર કરવો.

૧૮. જથાના સ્વરૂપનો ખ્યાલ રાખીને **ગણક** ગણતરી કરે છે. એકમ એક નથી. એકમ એકથી અનેકગણો પણ હોય, એકમ એકનો અનેકમો ભાગ પણ હોય, **ગણતરી એટલે યોજેલ એકમની સંખ્યા.** જ્યારે આપણને ગણતરીમાં એકમનો ખ્યાલ હોય, ત્યારે તેમાં કેટલા એકમો સમાયેલા છે તેનો ખ્યાલ તે ગણતરીની **સંખ્યાથી** આવે છે. એવી સંખ્યાના અંકો **મૂલ્યાંક** (Significant figures) ગણાય છે. આપણી શરૂઆતની બધી ગણતરી એકને એકમ ગણીને કરવામાં આવેલી છે. પાછળથી આપણે ગમે તે સંખ્યા — પૂર્ણાંક કે અપૂર્ણાંકને એકમ તરીકે સ્વીકારી ગણતરી કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ છીએ. જેમ કે

(અ) $૯,૩૦,૦૦,૦૦૦ = ૯૩ \times ૧૦^{૬}$

$\cdot૦૦૦૮૬ = ૮૬ \times ૧૦^{-૫}$

આ બંને સંખ્યાલેખનના પ્રકારો એકમના મહત્ત્વનો ખ્યાલ અને મૂલ્યાંકની સમજણને આધારે યોજાયેલ છે.

(બ) ઘણી વખત સંખ્યાને તેના **પ્રમાણરૂપ** (Standard Form)માં લખી બતાવવામાં આવે છે.

$\cdot૦૦૭૨૫ = ૭\cdot૨૫ \times ૧૦^{-૩}$

$૧૮૬૩૨૫ = ૧\cdot૮૬૩૨૫ \times ૧૦^{૫}$

સંખ્યાલેખનની આવી સમજણ ઉપલાં ધોરણમાં યથાસમયે આપવાનો પ્રબંધ કરવામાં આવે એ ઇષ્ટ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. સાદી સંખ્યાના સરવાળા

૧

૧. (અ) સંખ્યાશિક્ષણમાં ક્રમનું સ્વરૂપ, સમૂહનું સ્વરૂપ, ગુણોત્તરનું સ્વરૂપ, એ ત્રણ દૃષ્ટિબિંદુથી સંખ્યાને પારખતાં આવડી જાય, ત્યાર પછી જરા વિશાળ દૃષ્ટિથી એ દરેક સંખ્યાને જોઈએ તો તેનું જ્ઞાન કાંઈક વધારે દૃઢ અને વધારે ઊંડાણવાળું થશે. જેમકે,

૬ એ ૪, ૫થી વધારે છે, અને ૭, ૮થી ઓછા છે. (નાના મોટાની દૃષ્ટિ)

૬ એ ૫ અને ૭ની વચ્ચેની સંખ્યા છે. (સ્થાનની દૃષ્ટિ)

૬ એ ત્રણથી બમણા છે, ૧૨થી અડધા છે. (તુલના, ગુણોત્તરની દૃષ્ટિએ)

તેમ ને ૬ ને યોગવિયોગની દૃષ્ટિએ જોઈએ તો:

૫ + ૧ = ૬, ૪ + ૨ = ૬, ૩ + ૩ = ૬

૨ + ? = ૬, ૪ + ? = ૬, ૩ + ? = ૬

૭ − ૧ = ૬, ૮ − ૨ = ૬, ૯ − ૩ = ૬, ૧૦ − ૪ = ૬.

આવા અનેક સંબંધોથી ૬ને જાણીએ ત્યારે તેના અન્યોન્ય સંબંધનું સ્વરૂપ સમજાય છે.

(બ) ચોકસ અને ઝડપથી ગણતરી કરવાની શક્તિ કેળવવા માટે ગણવાની સારી ટેવો ઘડવાની જરૂર છે. ચાર સાદી રીતોમાં સરવાળા અને બાદબાકી કરતાં ગુણાકાર અને ભાગાકારની ક્રિયાઓ મુશ્કેલ હોવાથી તેના અનુબંધ — આંકના ઘડિયા — નો આપણે ત્યાં જેટલો વિકાસ થયો છે તેટલો બીજી કોઈ પણ પ્રજામાં થયો હતો નહિ. છતાં સરવાળા અને બાદબાકી માટે પણ એવા જ અનુબંધો — ઘડિયાનાં કોષ્ટકો છે. તેના ઉપર આપણે ત્યાં અત્યાર સુધીમાં બહુ જ થોડો વિચાર કરવામાં આવ્યો છે. તેથી એ રીતોના શિક્ષણમાં ચોકસાઈ અને ઝડપ આવતાં ઘણો સમય જાય છે. એટલા સારુ એ રીતો પણ ચોકસાઈ અને ઝડપથી બાળકો ગણી શકે એવા અનુબંધો બતાવવાનો આ નીચે પ્રથમ પ્રયત્ન કર્યો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ક) સરવાળાની રીતસર લેખી રીત શરૂ કરતાં પહેલાં એ રીત સારી રીતે શીખવી શકાય એટલા માટે કેટલીક મૌખિક મહાવરો કરાવવાની જરૂર છે. આ મહાવરો સર્વ સમયે અને સર્વ સ્થળે એક-સરખા પ્રમાણમાં થવો જોઈએ એવું કાંઈ નથી. દરેક વર્ગમાં શિક્ષણ-પદ્ધતિની વિગતો અને તે શીખવવાનાં સાધનો કરતાં શિક્ષકનું વ્યક્તિત્વ અને તેનો ઉત્સાહ બહુ જ મોટી અસર કરે છે. માટે આ બધી હકીકતો — યુક્તિઓનો ઉપયોગ યથાયોગ્ય રીતે કરવાની વિવેકબુદ્ધિ શિક્ષકની પોતાની સ્વયંસ્ફૂર્તિ ઉપર આધાર રાખે છે.

૨. સરવાળાની શરૂઆત કરતાં પહેલાં નીચેના અનુબંધો તૈયાર કરાવવાની જરૂર છે.

દશની અંદરનો સરવાળો આવે એવા અનુબંધ.

આ બંને પ્રકારના અનુબંધો સંખ્યાશિક્ષણના (૩·૭) ક્રમમાં કહી દીધા છે. તે બાબતની ત્યાં વિગતવાર નોંધ આપવામાં આવી છે. આ તબક્કે એ બાબત પુનરાવર્તનની દૃષ્ટિએ અનિયમિત ક્રમમાં પૂછી તાજી કરાવવાની છે.

જેમ કે, ૬ + ૩ = ? ૮ + ૧ = ?   ૦ + ૯ = ? ૪ + ૫ = ?

૪ + ૧ = ? ૫ + ૪ = ?   ૩ + ૫ = ? ૨ + ૭ = ?

૬ + ૨ = ? ૪ + ૩ = ? વગેરે   ૨ + ૩ = ? ૧ + ૮ = ? વગેરે

આપણી સંખ્યા દશના પાયા ઉપર યોજાયેલી છે. દશ એ ગણતરીની મુસાફરીનો માર્ગસૂચક સ્તંભ છે. આગળ જતાં પહેલાં ત્યાં આગળ જરા વિસામો લેવાની જરૂર છે. આપણે બધા સળંગ — વિસામો લીધા સિવાય — ગણતરી કરીએ છીએ. કારણ કે આપણે બધા તે રીતે ભણ્યા છીએ. છતાં તેને બદલે આ નીચે દર્શાવેલા ક્રમે જવું એ ભવિષ્યની પ્રજાના માનસિક વિકાસની દૃષ્ટિએ જરૂરનું છે. જેમકે,

૯ + ? = ૧૦   ૬ + ? = ૧૦ તેમ જ ૧ + ? = ૧૦   ૪ + ? = ૧૦

૮ + ? = ૧૦   ૫ + ? = ૧૦   ૨ + ? = ૧૦   ૫ + ? = ૧૦

૭ + ? = ૧૦   ૩ + ? = ૧૦

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આટલો મહાવરો થયા પછી ઉપરનાં બંને દૃષ્ટિબિંદુ પ્રમાણે તૈયાર થયેલ અનુબંધ અનિયમિત ક્રમમાં તૈયાર કરાવી એ અનુબંધ દૃઢ કરવો જોઈએ, જેમ કે,

૬ + ૪ = ?	૫ + ? = ૧૦	૯ + ? = ૧૦	૩ + ? = ૧૦
૭ + ? = ૧૦	૧૦ + ? = ૧૦	? + ૭ = ૧૦	? + ૨ = ૧૦
? + ૮ = ૧૦		૬ + ? = ૧૦	

૩. ગણતરી કરતી વખતે સંખ્યાની ભાષા ક્રમિક ભાવથી શીખવવામાં આવે છે, અને એ પ્રમાણે સંખ્યાની ભાષાનું સારું જ્ઞાન થયા પછી પૃથક્કરણની દૃષ્ટિએ એ સંખ્યાઓને સમજવાની જરૂર છે. એ સિદ્ધાંત સંખ્યાશિક્ષણના ક્રમમાં કહેવામાં આવેલ છે.

(૧) દશમાં દશ દશ ઉમેરીને ૧૦૦ સુધીની સંખ્યા તેમ જ (૨) તેવા પૂરા દશકવાળી સંખ્યામાં ૧ થી ૯ સુધીની સંખ્યા ઉમેરવાનો અનુબંધ એ પ્રકરણમાં થઈ ચૂકેલો છે.

અત્યારે તેનું અનિયમિત ક્રમમાં પુનરાવર્તન કરાવવાની જરૂર છે.

જેમકે ૨૦ + ૧૦ = ?	૧૦ + ૬ = ? તેમ જ	૮૦ + ૭ = ?
૬૦ + ૧૦ = ?	૧૦ + ૮ = ?	૬૦ + ૫ = ?
૮૦ + ૧૦ = ? વગેરે.	૧૦ + ૯ = ?,	૪૦ + ૯ = ?

આ આખાય અનુબંધમાં દશક અને એકમનો ખ્યાલ છે. એ શબ્દો જાહેર ન કરતાં દશ અને સંખ્યાનો ખ્યાલ આપવાની જરૂર છે. એવો ખ્યાલ દૃઢ થયા પછી જ **દશક** અને **એકમ** એ શબ્દોનો નિર્દેશ કરવો જોઈએ. આ દૃષ્ટિ મળ્યા પછી 'કેમ થાય?' એનો ખ્યાલ સરળતાથી આપી શકાય તેમ છે.

૪. દશ ઓળંગીને ગણતરી કરવો પડે એવો અનુબંધ :

[૧] ૯ + ૨ અથવા ૨ + ૯ — આ દરેક ગણતરીમાં પ્રથમ
૯ + ૩ — ૩ + ૯ — ૯ + ૧ = ૧૦ ગણી, પછી બાકીના

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯ + ૪ ૪ + ૯ ૧૦માં ઉમેરવાના છે. એ ખ્યાલ
૯ + ૫ ૫ + ૯ આપવો જોઈએ. જેમકે
૯ + ૬ ૬ + ૯ ૯ + ૭ = (૯ + ૧) + ૬
૯ + ૭ ૭ + ૯ = ૧૦ + ૬ = ૧૬
૯ + ૮ ૮ + ૯ આ પ્રમાણે સારો મહાવરો થયા
૯ + ૯ ૯ + ૯ પછી બીજે વરસે જ્યારે આ જ
વિષયનું પુનરાવર્તન કરાવતા હોઈએ, ત્યારે નીચેનાં ઉદાહરણોનું નિરીક્ષણ કરવાનું કહેવું.

૧૭ + ૯ = (૧૭ + ૩) + ૬ ૩૫ + ૯ = (૩૫ + ૫) + ૪
= ૪૪

એટલે અંતે શૂન્ય ન હોય એવી કોઈ પણ સંખ્યામાં ૯ ઉમેરવા હોય, ત્યારે તે સંખ્યાના એકમમાં એક ઓછો કરવો, અને દશકમાં એક વધારવો. પણ ૨૦ + ૯ = સીધા જ ૨૯, ૪૦ + ૯ = સીધા જ ૪૯ મૂકી શકાય છે.

[૨] ૮ + ૩ અથવા ૩ + ૮ એ દરેક ગણતરીમાં પ્રથમ ૮ + ૨ = ૧૦
૮ + ૪ ૪ + ૮ ગણીને બાકીના ઉમેરવાનો ખ્યાલ
૮ + ૫ ૫ + ૮ આપવો જોઈએ. જેમ કે
૮ + ૬ ૬ + ૮ ૮ + ૭ = (૮ + ૨) + ૫
૮ + ૭ ૭ + ૮ = ૧૦ + ૫ = ૧૫
૮ + ૮ ૮ + ૮ આ પ્રમાણે સારો મહાવરો થયા પછી
બીજે વરસે જ્યારે આ જ વિષયનું પુનરાવર્તન કરાવતા હોઈએ, ત્યારે નીચેનાં ઉદાહરણોનું નિરીક્ષણ કરવાનું કહેવું:

(અ) ૩૦ + ૮, ૩૧ + ૮, આ બે પ્રકારનો યોગ સરળતાથી
૪૦ + ૮ ૪૧ + ૮ મોઢે મૂકી શકાય છે.
૫૦ + ૮ ૫૧ + ૮

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) ૧૯ + ૮ = (૧૯ + ૧) + ૭ = ૨૭; ૩૫ + ૮ = (૩૫+૫) + ૩ = ૪૩;
૬૭ + ૮ = (૬૭ + ૩) + ૫; = ૭૫; ૩૩ + ૮ = (૩૩ + ૭) + ૧ = ૪૧.

એ રીતે (બ) માં બતાવેલી સંખ્યા જેવી **કોઈ પણ સંખ્યામાં ૮ ઉમેરવા હોય, ત્યારે તે સંખ્યાના એકમમાંથી બે ઓછા કરવા, અને દશકમાં એક વધારવો.**

[૩] ૭ + ૪ અથવા	૪ + ૭	તેમ જ [૪] ૬ + ૫, ૫ + ૬, ૬ + ૬
૭ + ૫	૫ + ૭	આ [૧], [૨], [૩], [૪] માં આપેલાં ૨૦
૭ + ૬	૬ + ૭	પરિણામો ભિલટસૂક્ષ્ટ તૈયાર કરાવવાથી
૭ + ૭	૭ + ૭	આવી બધીય ગણતરીઓ કરી શકાશે.

૫. હવે એ અનુબંધોનો વિશાળ દૃષ્ટિએ ઉપયોગ કરીએ:

[૧] દશક ઓળંગવો ન પડે તેવી ગણતરીઓ :

૬ + ૩ = ?	૫ + ૪ = ?	૩ + ૫ = ?	૨ + ૭ = ?
૨૬ + ૩ = ?	૧૫ + ૪ = ?	૧૩ + ૫ = ?	૧૨ + ૭ = ?
૩૬ + ૩ = ?	૩૫ + ૪ = ?	૨૩ + ૫ = ?	૫૨ + ૭ = ?
૫૬ + ૩ = ?	૪૫ + ૪ = ?	૪૩ + ૫ = ?	૭૨ + ૭ = ?

એમાં ઉપર જણાવેલ ગણતરીઓમાં ૬ + ૩ = ?ની સાથે જ ૨૬ + ૩ = ? અને એના જેવી બીજી સંખ્યામાં ઉમેરણનો ખ્યાલ આવી જાય છે. એ રીતે એ સર્વેનાં પરિણામો પાયાની પ્રથમની ગણતરીના એક જ સ્વરૂપનાં છે. એવો ખ્યાલ આવતાંની સાથે જ એવી ગણતરીના ઉત્તરો ઘણી સરળતાથી મળે છે.

[૨] દશક ઓળંગવો પડે તેવી ગણતરીઓ :

૭ + ૬ = ?	૯ + ૫ = ?	૩ + ૮ = ?	૪ + ૯ = ?
૧૭ + ૬ = ?	૧૯ + ૫ = ?	૧૩ + ૮ = ?	૧૪ + ૯ = ?
૨૭ + ૬ = ?	૨૯ + ૫ = ?	૨૩ + ૮ = ?	૨૪ + ૯ = ?
૩૭ + ૬ = ?	૩૯ + ૫ = ?	૩૩ + ૮ = ?	૩૪ + ૯ = ?

[૩] ઉપર મુજબનો મહાવરો થઈ ગયા પછી બીજે વરસે આ જ વિષયનું પુનરાવર્તન કરાવીએ ત્યારે આ જ સિદ્ધાંતોનો આપણે જરા

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

વધારે વિશાળ દૃષ્ટિથી ઉપયોગ કરી શકીએ; જેમ કે,

(અ)	૧૦ + ૧૦ = ?	૧૭ + ૩૦ = ?
	૩૦ + ૨૦ = ?	૪૩ + ૫૦ = ?
	૬૦ + ૩૦ = ?	૩૨ + ૬૦ = ?
	૪૦ + ૩૦ = ?	૪૫ + ૫૦ = ?
(બ)	૩ + ૪ = ?	૫ + ૩ = ?
	૧૩ + ૪ = ?	૨૫ + ૩ = ?
	૨૩ + ૧૪ = ?	૩૫ + ૧૩ = ?
	૪૩ + ૩૪ = ?	૬૫ + ૨૩ = ?
(ક)	૭ + ૫ = ?	૪ + ૯ = ?
	૧૭ + ૫ = ?	૧૪ + ૯ = ?
	૨૭ + ૧૫ = ?	૨૪ + ૯ = ?
	૩૭ + ૩૫ = ?	૩૪ + ૨૯ = ?

રોજની વ્યાવહારિક ગણતરીમાં કરવા પડતા સરવાળામાં આ અનુબંધોનું જ્ઞાન દૃઢ થયું હોય, ત્યારે ગણતરી કરવાની ઝડપ વધે છે, અને સરળતાથી ચોકસાઈ સચવાય છે.

૨

૬. ૬ + ૫ + ૭ + ૩ + ૨ + ૪ =

આમ આડી હારમાં મૂકેલી સંખ્યાના સરવાળા ગણવા ૬
કરતાં ઊભી હારમાં મૂકેલી સંખ્યાના સરવાળા ગણવાનું બાળકને ૫
ફાવે છે. તેમ જ તે ગણતરી નીચેથી ૪, ૬, ૯, ૧૬, ૨૧, ૨૭ ૭
એમ મોઢેથી બોલીને ગણવી જોઈએ. પણ ૪ ને ૨, ૬; ૬ ને ૩, ૯; ૩
૯ ને ૭, ૧૬; ૧૬ ને ૫ ૨૧; ૨૧ ને ૬, ૨૭ એમ ગણવું ન જોઈએ. ૨
ઘણાંય બાળકો ચારથી પાંચ, છ પછી ૬ થી ૭, ૮, ૯ એમ ૪
ગણતરી કરવાના માર્ગમાં આવતી બધી સંખ્યાનું ઉચ્ચારણ —
કરે છે. તેમ જ ઘણાય ભણેલા — અભણ તો કરે જ — એવી ૨૭
ગણતરી ગણતી વખતે આંગળાં અને એના વેઢાનો ઉપયોગ છોડી શકતા નથી. ગણતરી ગણવામાં ત્વરા અને ચોકસાઈના ગુણો ખીલવવા માટે આ ટેવો નુકસાનકારક છે. ઘણા શિક્ષકો અત્યાર સુધી આ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પ્રમાણે કરતા આવ્યા છે. તેથી આ નવી દષ્ટિનો વિરોધ કરે એ સ્વાભાવિક છે. છતાં આપણે આપણાં બાળકો માટે આવી અશાસ્ત્રીય ટેવો છોડવી જોઈએ. આવી ટેવો ખોટી છે, એમ માનવા છતાં તેનું અસ્તિત્વ ટકી રહેવાનું મુખ્ય કારણ લેખી સરવાળાનો આરંભ કરાવવાની અસાધારણ ઉતાવળ છે. જો આપણે સરવાળાની રીત શીખવતાં પહેલાં યોગ્ય મૌખિક ટેવ કેળવીને પછી જ લેખી કામની શરૂઆત કરીએ તો આ આપણા પ્રયત્નનું ફળ સારું મળી શકે.

૭. બાળકોને સરવાળા ત્વરિત રીતે ગણતાં કરવાનો સૌથી શ્રેષ્ઠ ઉપાય નિરંતર અને સતત મૌખિક અને મૌન ગણતરી ગણવાનો મહાવરો કરાવવાનો છે. એટલે ઉપરના અનુબંધોથી સંખ્યા ઉમેરવાનું શીખવ્યા પછી નીચેની પદ્ધતિએ એ જ જ્ઞાન દઢ કરાવવાની પણ જરૂર છે.

[૧] સમૂહમાં ગણતરી :

(અ) ૨, ૪, ૬, ૮ એમ બે બે ઉમેરીને આગળ જવું.

(બ) ૩, ૬, ૯, ૧૨ એમ ત્રણ ત્રણ ઉમેરીને આગળ જવું.

આ રીતે ગણવાનો સારો મહાવરો થયા પછી તેમાંથી ભવિષ્યમાં આંકના ઘડિયાની યોજના કરી શકાશે.

[૨] સમૂહમાં ગણતરી : પણ આરંભની સંખ્યામાં ફેર :

(અ) ૧, ૩, ૫, ૭ એમ બેબે ઉમેરીને આગળ જવું.

(બ) ૨, ૫, ૮, ૧૧ એમ ત્રણ ત્રણ ઉમેરીને આગળ જવું.

[૩] આમ વર્તુળાકાર કે ચોખૂણાકારમાં સંખ્યાઓ ગોઠવી વચ્ચે એ દરેકમાં ઉમેરવાનો અંક મૂકી તેના સરવાળા ગણાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષક એક અંક ઉપર આંગળી મૂકી તેનો જવાબ મોઢે કે લેખી પૂછી શકે.

	૧	
૫		૬
૪	૯	૩
૮		૭
	૨	

[૪] ઘણી વખત ઉમેરવાના અંકો ઊભી હારને બદલે આડી હારમાં મૂકી મોઢેથી ગણવાની ટેવ પાડવી જોઈએ.

(અ) ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯ એમ નિયમિત ક્રમમાં મૂકીને ગણીએ તો ૧, ૩, ૬, ૧૦, ૧૫, ૨૧, ૨૮, ૩૬ અને ૪૫ એમ બોલવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) ૨, ૫, ૬, ૪, ૩, ૭, ૯, ૮ એમ અનિયમિત ક્રમમાં મૂકીને ગણીએ તો ૨, ૭, ૧૩, ૧૭, ૨૦, ૨૭, ૩૬, ૪૪ એમ બોલવું જોઈએ.

[૫] ઘણી વખત પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ ગણતરી કરવાની જરૂર છે.

(અ) ૨, ૪, ૩, ૫, ૬, ૭, ૯, ૮ એ દરેકમાં કેટકેટલા ઉમેરવાથી ૧૦ થાય ?

(બ) ૧૮, ૧૫, ૧૧, ૯, ૫ એ દરેકમાં કેટલા ઉમેરવાથી ૨૦ થાય ?

[૬] મોઢેથી ઉમેરવાનો મહાવરો કરાવવા માટે જો શિક્ષકને અંકજંત્રની રચનાનું જ્ઞાન હોય, તો આપણે તેથી ઘણો લાભ ઉઠાવી શકીએ છીએ. જેમ કે,

૮	૧	૬
૩	૫	૭
૪	૯	૨

૧૪	૦	૧૦
૪	૮	૧૨
૬	૧૬	૨

૧૮	૪	૧૪
૮	૧૨	૧૬
૧૦	૨૦	૬

આ ત્રણેય અંકજંત્રોમાં આડા, ઊભા ત્રાંસા સરવાળા સરખા થાય છે, એ ગણતરી કરી સાબિત કરો.

૧૧	૫	૮	૧૦
૨	૧૬	૧૩	૩
૧૪	૪	૧	૧૫
૭	૯	૧૨	૬

૧૬	૨	૩	૧૩
૫	૧૧	૧૦	૮
૯	૭	૬	૧૨
૪	૧૪	૧૫	૧

આ બંને અંકજંત્રોમાં આડા, ઊભા, અને ત્રાંસા સરવાળા એકસરખા થાય છે, એ ગણતરી કરી સાબિત કરી આપો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩

૮. બાળકો ક્રિયા દ્વારા મેળવેલું જ્ઞાન સહેલાઈથી યાદ રાખી શકે છે. કારણ કે ક્રિયા દ્વારા મેળવેલું જ્ઞાન સહેલાઈથી સમજી શકાય તેવું છે. માટે ગણુતરી કરવાની કોઈ પણ નવી રીતની શરૂઆત ક્રિયા દ્વારા થવી જોઈએ. જેમ સંખ્યાનું શિક્ષણ ગણુતરીની ક્રિયા દ્વારા મેળવ્યું, તે જ પ્રમાણે સરવાળાની લેખી શરૂઆત પણ ક્રિયા દ્વારા થવી જોઈએ. સંખ્યાઓ છૂટા મણુકા અને દશનાં જૂથ વડે મુકાવવી. તેમાં બધા છૂટા અને બધા દશકાનો સરવાળો મૂકીને એ જ ગણુતરી અંક-સંખ્યાના લેખન વડે કરાવવી. આવો મહાવરો થયા પછી **વધ્યા**(વદ્યા)ના અંકની ગણુતરીનો ખ્યાલ આપવો. એ ગણુતરીને દૃઢ કરાવવા વધ્યા આવે એવી સંખ્યાઓના સરવાળાં પ્રથમ વસ્તુ દ્વારા, અને પછી અંકસંખ્યા દ્વારા લેખી રીતે ગણાવવા જોઈએ. આ બધાને માટે નીચેના ક્રમે આગળ વધવું જોઈએ:

[૧] વધ્યા ન આવે તેવી મીંડા વિનાની બે સંખ્યાનો સરવાળો.
[૨] વધ્યા ન આવે તેવી મીંડા વિનાની ત્રણ સંખ્યાનો સરવાળો.
[૩] વધ્યા ન આવે તેવી મીંડાવાળી બે કે ત્રણ સંખ્યાનો સરવાળો.
[૪] વધ્યા આવે તેવી બે સંખ્યાઓનો સરવાળો.
[૫] વધ્યા આવે એવી ત્રણ કે ચાર સંખ્યાઓનો સરવાળો. જેમ કે,

(૧)	(૨)	(૩)	(૪)
૫	૩૦	૩ ૫	૩૫
૭	૨૦	૨ ૭	૨૭
૯	૧૦	૧ ૯	૧૯
૪	૮૦	૮ ૪	૮૪
૨૫	૧૪૦	૨ ૫	૧૬૫
		૧ ૪ ૦	
		૧ ૬ ૫	

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯. ઘણી સંખ્યાના સરવાળા એકી સાથે ગણવાના હોય, ત્યારે બધી જ સંખ્યાઓનો ઉપયોગ એક સાથે ન કરતાં ટૂંકા ટૂંકા અંતરે જુદાં જુદાં પરિણામો મૂકી એ સર્વે પરિણામોનું એકંદર કરવાથી શ્રમ ઓછો પડે છે, અને ચોકસાઈ સચવાય છે.

ત્રણ ત્રણના જૂથમાં

૫	
૮	
૯	
——	૨૨
૪	
૭	
૩	
——	૧૪
૨	
૮	૧૦
——	——
	૪૬

હવે એ જ ગણતરી બેબેના જૂથમાં.

૫	
૮	
——	૧૩
૯	
૪	
——	૧૩
૭	
૩	
——	૧૦
૨	
૮	૧૦
——	—
	૪૬

આવો મહાવરો ઘણી સંખ્યાઓ માટે કરી શકાય.

જ્યારે સરવાળો ગણવામાં ઘણા અંકોવાળી સંખ્યાઓ હોય છે, ત્યારે ભૂલ કરનાર વિદ્યાર્થીઓને ઘણે ભાગે એ ક્રિયાના મધ્યભાગમાં ભૂલ થવાનો વધારે સંભવ છે. દરેક ઊભી હારના સરવાળાને અંતે થોડો વિસામો લેવાની જરૂર છે. પણ તેમ કરવા જતાં પૂર્વે મેળવેલ ગણતરી ભૂલી જવાનો સંભવ છે. આ મુશ્કેલીથી બાળકો વિરામ લીધા વિના ગણતરી ચલાવ્યે રાખે છે. તેથી ગેરવાજબી ઝડપને લીધે માનસિક થાક પણ લાગે છે. પરિણામે ભૂલ થવાનો સંભવ વધારે હોય છે. આ સ્થિતિ શિક્ષક વર્ગને માટે અત્યંત વિચારણીય છે.

૧૦. સરવાળા ગણવાની શરૂઆત થતાં જ નીચેની ક્રિયાઓ ઉપર બાળકોને ધ્યાન આપવું પડે છે, એ આપણા લક્ષ બહાર હોવું ન જોઈએ.

[૧] ગણતરી કરવાની ઊભી હારમાં પોતાનું સ્થાન ક્યાં છે ?
[૨] પોતે જે સ્થાને છે, ત્યાં સુધીમાં સરવાળો કેટલો આવે છે ?
[૩] એ સરવાળામાં હવે કયા અંક ઉમેરવાનો છે ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૪] ઊભી હારમાં જો ખાલી સ્થાન હોય, તો તેને ગણકારવું નહીં.

[૫] ઊભી હારમાં શૂન્ય હોય, તો તેને ગણકારવાં નહીં.

[૬] આખી ઊભી હારના સરવાળાનો એકમ તે સ્થાનની નીચે મૂકવો; અને તેમાંય જ્યારે તેવો સરવાળો ૨૦, ૩૦, ૪૦ જેવો આવે, ત્યારે ઊભી હારમાં તે સ્થાન નીચે ૦ મૂકવું.

[૭] આગલી ઊભી હારમાંથી નીકળેલી વદ્યા તે પછીની ઊભી હારમાં મૂકીને એ જ રીતે ગણતરી આગળ ચલાવવી.

[૮] સરવાળામાં હમેશ ઉપરથી નીચે, અને નીચેથી ઉપર એમ બંને રીતે ગણતરી કરવાનો આગ્રહ રાખવો જોઈએ, જેથી ભૂલ હોય તો દૂર કરી શકાય.

૧૧. (અ) વ્યવહારમાં મોટી મોટી સંખ્યાના સરવાળા ગણવાના જેટલા મળે છે, તેના કરતાં એક અને બે આંકડાવાળી અનેક સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવાના પ્રસંગ ઘણા વધારે — લગભગ રોજ મળે છે. તેથી તેવી સ્થિતિમાં એ બંને સ્થાનોનો સરવાળો એકી સાથે ગણવાની ટેવ પડે, એ પણ ઇચ્છવા યોગ્ય ટેવ છે. જેમ કે,

```
 ૪૧
  ૮
 ૩૩
 ૪૫
 ૨૬
  ૯
 ૧૬
 ૯૪
----
૨૭૨
```

ઊભી હારમાં ૪૧, ૪૯; ૫૨, ૮૨; ૮૭, ૧૨૭; ૧૩૩, ૧૫૩; ૧૬૨; ૧૬૮, ૧૭૮; ૧૮૨, ૨૭૨ એમ ક્રમે ક્રમે ગણેલ છે. આ પ્રમાણે મોટી ઉંમરે ગણવાની ટેવ પડે, તો કોઈના કરેલા કામની ચોકસાઈ તપાસતી વખતે આ રીત ઘણી વખત ઉપયોગી થઈ પડે છે.

(બ) સાદામાં સાદા પ્રાથમિક સિદ્ધાંતો સરવાળો મોઢે ગણવામાં ખૂબ જ ઉપયોગી થઈ પડે છે. જેમ કે,

[૧] ૫૬૪ + ૯૮ = ૫૬૪ + ૯૮ + ૨ − ૨ = ૫૬૪ + ૧૦૦ − ૨
= ૬૬૨

[૨] ૧૨,૧૬૫ + ૯૯૭ = ૧૨,૧૬૫ + ૯૯૭ + ૩ − ૩
= ૧૨,૧૬૫ + ૧,૦૦૦ − ૩ = ૧૩,૧૬૫ − ૩ = ૧૩,૧૬૨

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૩] ૧૨૫ + ૩૪૭ + ૪૨૭ + ૨૧૬

= ૧૨૫ + ૩૦૦ + ૪૦૦ + ૨૦૦ + ૪૭ + ૨૭ + ૧૬

= ૧૦૨૫ + ૪૭ + ૪૩ = ૧૧૧૫

[૪] ૯,૯૯૯ + ૯૯૯ + ૯૯ + ૯

= (૯,૯૯૯ + ૧) + (૯૯૯ + ૧) + (૯૯ + ૧) + (૯ + ૧) − ૪

= ૧૦,૦૦૦ + ૧,૦૦૦ + ૧૦૦ + ૧૦ − ૪ = ૧૧,૧૦૬

[૫] ૬,૭૮૯ + ૫૯૪ + ૪૫ + ૮

= (૬૭૮૯ + ૧૧) + (૫૯૪ + ૬) + ૪૫ + ૮ − ૧૧ − ૬

= ૬૮૦૦ + ૬૦૦ + ૩૬ = ૭,૪૩૬ જવાબ,

૧૨. (અ) સરવાળાની ગણતરીનાં નીચેનાં ત્રણ સ્વરૂપોની નિરીક્ષા કરો :

[૧]	[૨]	[૩]
૩,૮૬૪	૩,૮૬૪	૩,૮૬૪
૨,૯૮૧	૨,૯૮૧	૨,૯૮૧
૫,૬૩૫	૫,૬૩૫	૫,૬૩૫
૪,૦૨૮	૪,૦૨૮	૪,૦૨૮
		૨ ૨ ૧
૧૪	૧૮	૧૬,૫૦૮
૨૩	૧૯	
૧૯	૨૩	
૧૮	૧૪	
૧૬,૫૦૮	૧૬,૫૦૮	

આ રીતે જમણી બાજુથી ગણતરી કરવાથી વધ્યાના ઉત્તરોત્તર ચડિયાતા અંકો મેળવી સરળતાથી ઉમેરી શકાય છે, માટે સરવાળા ડાબી બાજુથી આરંભવાને બદલે જમણી બાજુથી આરંભી ડાબી બાજુએ ચડતાં સ્થાનમાં ગણતરી કરવામાં આવે છે.

(બ) ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭ એવી ક્રમિક સંખ્યાઓનું એકંદર કરવા માટે એ જ શ્રેણિને અવળા ક્રમમાં એની નીચે જ મૂકીએ તો ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭ } એ દરેક જોડીનો સરવાળો એકસરખો
૭, ૬, ૫, ૪, ૩, ૨, ૧ } ૮ થાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

તે આદિ + અંતની સંખ્યાના સરવાળા બરાબર છે. તેવાં ૭ જૂથો છે. એટલે ૮ × ૭ એ બંને હારોનો એકંદર સરવાળો ગણાય, તેથી એક હારનો સરવાળો = (આદિ + અંત) × જૂથની સંખ્યા ÷ ૨ ગણાય.

જેમ કે ૩૨થી૫૦ સુધીની સંખ્યાનો સરવાળો ગણી આપો.

તેમાં (૧ + ૫૦) × ૫૦ ÷ ૨ = ૫૧ × ૨૫ = ૧,૨૭૫ એકંદર અને (૧ + ૩૧) × ૩૧ ÷ ૨ = ૩૨ × ૩૧ ÷ ૨ = ૪૯૬ પહેલી ૩૧ સંખ્યાનો સરવાળો. તેથી ૩૨થી૫૦ સુધીનો સરવાળો ૭૭૯ જવાબ.

૧૩. સરવાળાની રીત પ્રત્યક્ષ ગણતરી દ્વારા શીખવેલ છે, તેથી તેવાં પ્રત્યક્ષ સાધનો ઉપર ઉત્પન્ન કરેલ હિસાબો ગણવામાં બાળકો ઓછી આનાકાની કરે છે. માત્ર વાણીથી દર્શાવેલ વ્યાવહારિક હિસાબો ગણવાની બાળકને અભિરુચિ થાય છે, તેના કરતાં માત્ર સંખ્યાવાળા હિસાબો ગણવાનું તેમને ગમે છે. તેનાં કારણો વિચારવા યોગ્ય છે:

(૧) જેમ સરવાળાની રીત ક્રિયા દ્વારા શરૂ કરી, તેમ જ કોઈ પણ વ્યાવહારિક હિસાબ પણ બાળજીવનમાંથી જડેલો હોય, પ્રત્યક્ષ વસ્તુ દ્વારા યોજી શકાય તેવો હોય, ત્યારે તેમને તેવો વ્યાવહારિક હિસાબ ગણવાની અરુચિ થતી નથી.

(૨) વ્યાવહારિક હિસાબો બાળજીવન તેમ જ રમતગમતમાંથી યોજેલા હોવા જોઈએ, તે મોઢેથી ઓછામાં ઓછા શબ્દો વડે કહી બતાવવા જોઈએ, એ સાંભળીને ગણે તેમ કરવું જોઈએ. કારણ કે બાળકને હજી 'વાંચવું' એ જ મુશ્કેલ જણાય છે; ત્યાં તે વાંચવાની સમજવાની બંને ક્રિયા એક સાથે ક્યાંથી કરી શકે?

(૩) જ્યાં સુધી વાચન અને તેમાં કહેલી બિનાની સમજણ એ બે શક્તિ સંપૂર્ણ વિકાસ પામે નહીં, ત્યાં સુધી અંકગણિતના વ્યાવહારિક હિસાબો લખાવી ગણાવવાની શરૂઆત કરવી એ વૃથા પ્રયત્ન છે.

(૪) બની શકે ત્યાં સુધી બધો વ્યવહાર **વાર્તા દ્વારા** કે યોજના દ્વારા પ્રત્યક્ષ કરાવીને જ વ્યાવહારિક હિસાબો ગણાવવાની પદ્ધતિ દાખલ કરવી જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

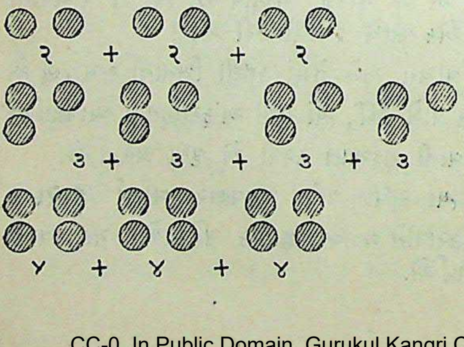
૫. સાદી સંખ્યાના ગુણાકાર

૧

૧. (અ) સરવાળા પછી બાદબાકી શીખવવી કે ગુણાકાર શીખવવા એ વિષે મતભેદ પડે એ સ્વાભાવિક છે, કારણ કે ચાલી આવતી પ્રણાલી પ્રમાણે સરવાળા પછી બાદબાકી શીખવવાનો રિવાજ છે. પણ સરવાળો એટલે એક પછી એક ઉમેરવા, અને જ્યારે ઉમેરવાની સંખ્યા ભિન્ન ભિન્ન મટીને એકસરખી જ હોય, ત્યારે સરવાળામાંથી ગુણાકારની ઉત્પત્તિ થઈ જાય છે. તેથી સરવાળા પછી ગુણાકાર પર જવું વાસ્તવિક ગણાય.

(બ) ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૯ એમ ગણતરી કરીએ ત્યારે એક ૨, ૪, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨, ૧૪, ૧૬, ૧૮ એમાં બે બેના સમૂહમાં, પછી એકનું, ૩, ૬, ૯, ૧૨, ૧૫, ૧૮, ૨૧, ૨૪, ૨૭ અને – એમાં ત્રણ ત્રણના સમૂહમાં ઉમેરણ થાય છે. એટલે **એક જ સમૂહના સતત ઉમેરણને ગુણનફળ કહે છે.** ગુણાકાર એ વિશિષ્ટ પ્રકારનો સરવાળો જ છે. તેથી સરવાળાની પછી બાદબાકીને બદલે ગુણાકાર શીખવવા જોઈએ.

(ક) ૧૬ને બદલે ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ એમ લખી શકાય, આ પ્રમાણે ૨ને વારંવાર લખવા પડે છે, તેથી એને ટૂંકામાં લખવાની પદ્ધતિ સ્વીકારીએ તો ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ + ૨ = ૨ × ૮ એટલે ૨ને ૮ વાર લીધા એમ કહેવાય અને લખાય.



= ૨ × ૩ = ?

= ૩ × ? = ?

= ? × ? = ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ પ્રમાણે એક સરખા સમૂહના સરવાળાને ટૂંકામાં લખવાથી સરવાળાને બદલે ગુણાકારના સ્વરૂપમાં રજૂ કરી શકાય છે.

(ડ) તેમ જ ૨×૪ = ૨ + ૨ + ૨ + ૨ એટલે ગુણાકારના સ્વરૂપમાં રજૂ કરેલી ગણતરી સરવાળાના સ્વરૂપમાં રજૂ કરી શકાય છે. એ બહુ જ સારી રીતે સમજવા જેવી વિગત છે.

૩×૨ = ? + ? = ? ૪×૩ = ? + ? + ? = ?

આટલી સમજણ પછી એવા એવા તદ્દન સરળ ગુણાકાર-ગુણાકારના કોઠા-આંકના ઘડિયા તૈયાર કરાવવા જોઈએ.

૨

આંકનો વિચાર શરૂ કરતાં પહેલાં નીચેના મુદ્દા ઉપર એક પછી એક વિવેચના કરવી જોઈએ:

૨. આંક શીખવવાનો ક્રમ:

બાળકોને દશ સુધીની સંખ્યા સારી રીતે ઝડપથી ઉમેરતાં આવડે ત્યાર પછી જ આંકની શરૂઆત કરવી જોઈએ.

ઘડિયો શીખવતાં પહેલાં સમૂહમાં ગણતરી કરાવવાથી ઘડિયાનું બંધારણ કરવામાં ઘણી અનુકૂળતા મળી શકે છે.

આંકના પહેલા દશ ઘડિયામાં

૧. પહેલાં એકુ, દાન, અને પચુ એ ત્રણ ઘડિયા એક પછી એક શીખવવા સહેલા પડશે. સંખ્યાશિક્ષણમાં આપણે એ જ ક્રમે વિકાસ સાધેલો છે. તેથી એ ત્રણેય ઘડિયા યાદ રાખવા સુગમ પડશે.

૨. પછી દૂ, ચોક, અઠ્ઠું એ ત્રણ ઘડિયાનો સમૂહ લેવો સહેલો પડશે.

૩. પછી તરી, છક, નવું, અને બારાનો સમૂહ લેવો જોઈએ.

૪. છેલ્લે અગિયારા અને સતુના ઘડિયા તૈયાર કરાવવા જોઈએ.

આ ક્રમ કાંઈ સનાતન નથી; સૂચક છે. સંખ્યાશિક્ષણ ઉપરથી આંક, અને આંકના એક ઘડિયા ઉપરથી બીજો ઘડિયો તૈયાર કરાવવો જોઈએ. એમ આપણે સ્વીકારીએ તો એક પ્રકારના સમૂહની ગણતરી

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

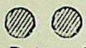
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

કરી, તે ઉપરથી બીજા પ્રકારના – નાના કે મેાટા – સમૂહની ગણતરી ઘણી સહેલાઈથી કરી શકાય છે. તેટલા માટે આ ક્રમ આચરવાની ભલામણ કરેલી છે. છતાં શિક્ષક આથી વધારે સારેા ક્રમ પેાતાના અનુભવના આધારે યેાજી શકે છે.

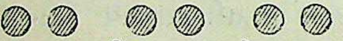
આ રીતે ઘડિયા તૈયાર થયા પછી સ્વાભાવિક અનુક્રમમાં ફરીથી એ ઘડિયાએા યાદ કરાવવા જોઈએ, અને તે પછી એક ઘડિયેા બીજા ઘડિયા સાથે કેવેા સંબંધ ધરાવે છે તેનું સ્પષ્ટીકરણ કરવું જોઈએ. આટલેા મહાવરેા થયા પછી ઘડિયાને મેાઢે કરાવવાની યુક્તિએા યેાજવી જોઈએ.

૩. આંકના ઘડિયાનાં બે સ્વરૂપ: [અ] સમૂહ, [બ] ગણાઈ

[અ] **સમૂહ**: અર્થાત્ બેનેા ઘડિયેા:

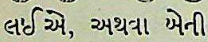
 = ૨, ૨ ૧ ૨, બે એકવાર લઈએ, અથવા બે ગુણ્યા એક, ટૂંકામાં બે એકું બે.

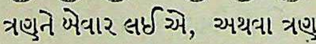
= ૨ × ૨ = ૪, ૨ ૨ ૪, બે બેવાર લઈએ, અથવા બે ગુણ્યા બે, ટૂંકામાં બે દૂ ચાર.

 = ૨ × ૩ = ૬, ૨ ૩ ૬ બે ત્રણવાર લઈએ અથવા બે ગુણ્યા બે, ટૂંકામાં બે તરી છ વગેરે.

[બ] **ગણાઈ**: બે ગણાઈનેા ઘડિયેા.

= ૧ × ૨ = ૨ એટલે એક બેવાર લઈએ, અથવા એકની બમણાઈ ટૂંકામાં એક દૂ બે.

 = ૨ × ૨ = ૪, ૨ ૨ ૪, એટલે બે બેવાર લઈએ, અથવા બેની બમણાઈ, ટૂંકામાં બે દૂ ચાર.

 = ૩ × ૨ = ૬, ૩ ૨ ૬ એટલે ત્રણને બેવાર લઈએ, અથવા ત્રણની બમણાઈ, ટૂંકામાં ત્રણ દૂ છ. વગેરે.

આ પ્રમાણે એકુ થી દાન સુધીના ઘડિયા ગણાઈના સ્વરૂપે વાપરીએ છીએ, અને એ પછીના બધા જ ઘડિયા સમૂહના સ્વરૂપે વાપરીએ છીએ એ બિના વિચારવા જેવી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. ઘડિયા મોઢે દૃઢ કરાવવાની યુક્તિઓ:

આંકનાં પલાખાંનો ઉત્તર વિદ્યાર્થી મોપાટ લીધા સિવાય આપી શકે એટલી કુશલતા પ્રાપ્ત કરે, ત્યારે જ ગુણાકારની ગણતરીમાં ઝડપ અને ચોકસાઈ સાધી શકાય છે; અને એવા કૌશલ્યની પ્રાપ્તિ માટે નીચે વર્ણવેલી વિવિધ રીતે પ્રયોગ કરવાની જરૂર છે.

(અ) જૂના વખતમાં આપણે ત્યાં એકવડા આંક અને બેવડા આંક ચાલતા હતા, તેમ, એકવડા આંક એ સમૂહ ગણતરીનાં પરિણામો છે. તેથી (અ) પ્રથમ જે ઘડિયો પાકો કરવવો હોય, તેને સમૂહ ગણતરીની દૃષ્ટિએ લખી બતાવે. જેમ કે,

૨, ૪, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨, ૧૪, ૧૬, ૧૮, ૨૦, ૨૨, ૨૪ વગેરે
૩, ૬, ૯, ૧૨, ૧૫, ૧૮, ૨૧, ૨૪, ૨૭, ૩૦, ૩૩, ૩૬ વગેરે

(બ) આ જ ગણતરી ગુણાકારની દૃષ્ટિએ આમ પુછાય:

×	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૧૦	૧૧	૧૨
૨												
૩												

(૧) ઉપરની આડી હારમાં લખેલા અંકોની બમણાઈ લખો.
(૨) ઉપરની આડી હારમાં લખેલા અંકોની ત્રણ ગણાઈ લખો.
(ક) આ જ ગણતરી અનિયમિત ક્રમમાં પુછાવી જોઈએ.

આંકનો ઉપયોગ અનિયમિત ક્રમમાં જ કરવાનો હોય છે, માટે અનિયમિત ક્રમમાં તેનાં પરિણામો કહેતાં આવડવાં જોઈએ.

×	૩	૭	૪	૫	૨	૧	૧૨	૧૧	૮	૯	૬	૧૦
૪												
૫												

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧
૮ ૫
૬ ૭ ૭
૩ ૪
૨

(ડ) આ પ્રમાણે ગુણકનો આંક વચ્ચે મોટા અક્ષરથી મૂકી તેની આસપાસ નવ અંકો પ્રથમથી જરા નાના માપના લખી ઉપરનો મહાવરો કેટલે દરજ્જે દૃઢ થયો છે તેની ખાતરી કરો.

સૂચના: ૧. જ્યારે ગુણક ૦ હોય ત્યારે તેને ગુણનારી કોઈ પણ સંખ્યા વડે મળતો ગુણાકાર હમેશાં ૦ જ આવે છે.

૨. જ્યારે ગુણક ૧ હોય, ત્યારે તેને ગુણનારી કોઈ પણ સંખ્યા વડે મળતો ગુણકાર હમેશાં તેની તે જ સંખ્યા આવે છે.

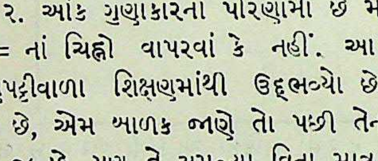
આંકના શિક્ષણમાં નીચેના બે **ચર્ચાસ્પદ** પ્રશ્નો વિચારીએ :

૧. ૦નો ઉપયોગ ગુણક તરીકે મૂકવો કે નહીં. જેમ આપણે બધી ગણતરીઓ ૧ થી જ શરૂ કરીએ છીએ, અને દશ આગળ પૂરી કરીએ છીએ. અંગ્રેજો ૧૨ આગળ એવી ગણતરી પૂરી કરે છે. બંને ૦થી આરંભ કરતા નથી. હવે કેટલાક તેનો ઉપયોગ કરવાની ભલામણ કરે છે.

૨. આંક ગુણાકારનાં પરિણામો છે માટે ઘડિયા લખવામાં × અને = નાં ચિહ્નો વાપરવાં કે નહીં. આ પ્રશ્ન વગર સમજણના ગોખણપટ્ટીવાળા શિક્ષણમાંથી ઉદ્ભવ્યો છે. જો ગુણાકારમાંથી જ બનેલા છે, એમ બાળક જાણે તો પછી તેનાં ચિહ્નો લખે કે નહીં તે સરખું જ છે. પણ તે સમજ્યા વિના માત્ર અનુકરણ કે આજ્ઞાધીન થઈને વગર સમજ્યે એ ચિહ્નોનો ઉપયોગ કરે એ જરાય ઇચ્છવા યોગ્ય નથી.

૫. અવયવના ક્રમવિપર્યયનો સિદ્ધાંત:

(અ)

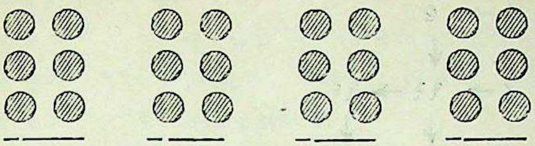


૪ × ૩ = ૩ × ૪

એટલે ૧૨ = ૪ × ૩ અથવા = ૩ × ૪ ગણાય, એટલે તેમાં ૪, અને ૩ એ બંને ૧૨ના **અવયવો** ગણાય છે. અને અવયવોના ક્રમમાં ફેરફાર (વિપર્યય) કરવાથી પરિણામ–ગુણાકાર એનો એ આવે છે.

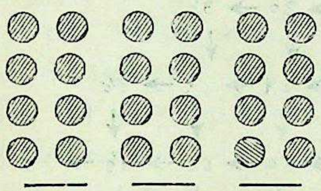
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) 

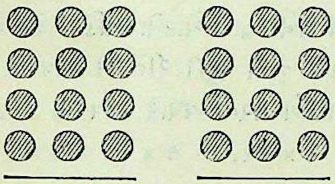
૨ × ૩ + ૨ × ૩ + ૨ × ૩ + ૨ × ૩ = ૨ × ૩ × ૪ = ૨૪

અથવા ૩ × ૨ + ૩ × ૨ + ૩ × ૨ + ૩ × ૨ = ૩ × ૨ × ૪ = ૨૪



૨ × ૪ + ૨ × ૪ + ૨ × ૪ = ૨ × ૪ × ૩ = ૨૪

અથવા ૪ × ૨ + ૪ × ૨ + ૪ × ૨ = ૪ × ૨ × ૩ = ૨૪



૩ × ૪ + ૩ × ૪ = ૩ × ૪ × ૨ = ૨૪

અથવા ૪ × ૩ + ૪ × ૩ = ૪ × ૩ × ૨ = ૨૪

એટલે ૨ × ૩ × ૪ = ૩ × ૪ × ૨ = ૨ × ૪ × ૩ = ૪ × ૨ × ૩

= ૪ × ૩ × ૨ = ૩ × ૪ × ૨ = ૨૪

એ પ્રમાણે અવયવના ક્રમનો વિપર્યય કરવાથી મૂળ સંખ્યાની કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી.

૬. એક જ વિભાજ્ય સંખ્યાના જુદા જુદા અવયવોની દૃષ્ટિએ સંખ્યાની ઘટના. આંકના દશેય ઘડિયામાંથી તરી થી નવું સુધીના સાત ઘડિયામાં સમાયેલી નીચેની ૩૬ સંખ્યાઓ ધ્યાન આપવા યોગ્ય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩ → ૬ → ૯
↓
૪ → ૮ → ૧૨ → ૧૬
↓ ↓
૫ → ૧૦ → ૧૫ → ૨૦ → ૨૫
↓ ↓ ↓
૬ → ૧૨ → ૧૮ → ૨૪ → ૩૦ → ૩૬
↓ ↓ ↓ ↓
૭ → ૧૪ → ૨૧ → ૨૮ → ૩૫ → ૪૨ → ૪૯
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
૮ → ૧૬ → ૨૪ → ૩૨ → ૪૦ → ૪૮ → ૫૬ → ૬૪
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
૯ → ૧૮ → ૨૭ → ૩૬ → ૪૫ → ૫૪ → ૬૩ → ૭૨ → ૮૧

૧. ૩ થી શરૂ કરી ત્રીજી ઊભી હાર તરીનો ઘડિયો છે.

૪ થી શરૂ કરી ચોથી ઊભી હાર ચોકનો ઘડિયો છે. વગેરે.

૨. આમાંની દરેક સંખ્યાના જુદી જુદી રીતે બે અવયવો પડે છે. તેમ જ ઘણીખરી સંખ્યાના બે કરતાં વધારે અવયવો પડે છે.

જેમ કે ૨૪ના માત્ર, અવયવો: ૨ × ૧૨, ૩ × ૮ ૪ × ૬

બે થી વધારે અવયવો: ૨ × ૨ × ૬, ૩ × ૨ × ૪,

અવિભાજ્ય અવયવો: ૨ × ૨ × ૨ × ૩

આ પ્રમાણે ઉપરની ૪૨ સંખ્યાના સંબંધનો વિચાર કરવાથી ઘણા ઘડિયાનાં આરંભનાં પરિણામો મળી જાય છે.

3

૭. અંક સંખ્યા એટલે જુદા જુદા સમૂહોનો સરવાળો, જેમ કે, ૪૩૭ = ૪૦૦ + ૩૦ + ૭, સાદી સંખ્યાના અંકો સરવાળાના સંબંધથી જોડાયેલ છે, અને તે દરેક અંકની સ્વાભાવિક કિંમત ઉપરાંત સ્થાનના યોગે તે દરેકને સ્થાનિક કિંમત સ્થાન પરત્વે મળેલી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

હવે ૪૩૭ × ૫ = (૪૦૦ + ૩૦ + ૭) × ૫

૪૦૦ × ૫ =	૨,૦૦૦	સંખ્યાના અંકોની સ્થાનિક કિંમત તે અંકોના
૩૦ × ૫ =	૧૫૦	વિકલનથી સ્થાનમાં સ્થિતિને આધારે નક્કી
૭ × ૫ =	૩૫	કરી શકાય છે.

૪૩૭ × ૫ = ૨,૧૮૫ થાય.

ગુણાકારની ગણતરીનો બધો આધાર **આંક** ઉપર છે. આંકનાં આડાંઅવળાં પરિણામો ઝડપથી મોઢે સાચાં કહેતાં આવડે એટલી શક્તિ બાળકમાં આવે એવો આંકનો સારો મહાવરો કરાવવો જોઈએ. તેને માટે નીચેનાં બે પગથિયે તેવા કૌશલ્યને દૃઢ કરવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૮. (અ) ૧, ૩, ૭, ૪, ૬, ૨, ૯, ૮, ૫, ૦ એ દસેને ૨ વડે, ૩ વડે, ૪ વડે, ૫ વડે, ૬ વડે અને ૯ વડે ગુણો.

(બ) એવી રીતે સારો મહાવરો થયા પછી એ જ પરિણામો સમીકરણના સ્વરૂપમાં મૂકો, પ્રશ્નો પૂછી તેની દૃઢતા કરો.

૫ × ૪ = ?	૪ × ૭ = ?	૩ × ૯ = ?	૯ × ૫ = ?
૩ × ૬ = ?	૫ × ૮ = ?	૪ × ૫ = ?	૮ × ૩ = ?
૭ × ૯ = ?	૨ × ૭ = ?	૭ × ૩ = ?	૭ × ૭ = ?

આટલો મહાવરો થયા પછી વધ્યા ન આવે તેવા ટૂંકા ગુણાકારો ગણાવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૨૩	૩૧	૨૧	૩૪	૩૦	૨૦	૪૦	૩૦
×૨	×૩	×૪	×૨	×૩	×૪	×૨	×૨
—	—	—	—	—	—	—	—
૨૧	૩૧	૪૨	૫૩	૩૦	૪૦	૫૦	૬૦
×૬	×૫	×૪	×૩	×૫	×૬	×૭	×૪
—	—	—	—	—	—	—	—

આ યોજનાનો હેતુ લક્ષમાં રાખીને શિક્ષક આવાં અનેક ઉદાહરણો યોજી શકે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯. (અ) ૧, ૭, ૪, ૩, ૫, ૬, ૮, ૯, ૦

એ દરેકને બે વડે ગુણો, અને તે દરેક ગુણાકારમાં એક એક ઉમેરો.
એ દરેકને ત્રણ વડે ગુણો, અને તે ગુણાકારમાં બે બે ઉમેરો.
એ દરેકને પાંચ વડે ગુણો, અને તે ગુણાકારમાં ત્રણ ત્રણ ઉમેરો.

(બ) આ જ પરિણામો સમીકરણના સ્વરૂપમાં લખી તે ગણતરી દૃઢ કરાવો.

(૭×૪)+૨ = ? (૭×૫)+૨ = ?
(૩×૬)+૧ = ? (૯×૪)+૩ = ?
(૩×૫)+૩ = ? (૬×૫)+૧ = ?

આવો મહાવરો થયા પછી જેમાં વધ્યા આવે એવા હિસાબો ગણાવવાનો આરંભ કરવો જોઈએ. જેમ કે

૫૩	૩૭	૧૭	૨૫	૨૪	૨૦૭	૪૦૯	૪૦૬	૩૦૪
×૪	×૨	×૪	×૫	×૫	×૫	×૪	×૩	×૬
—	—	—	—	—	—	—	—	—

આ પ્રમાણે શરૂઆત થયા પછી ગુણાકારની રીતનો વિકાસ સાધવાનાં પગથિયાં નીચે પ્રમાણે નિર્માણ કરી શકાય.

બે આંકડાવાળી સંખ્યામાં

૧. ૦ ન હોય તેવા ગુણ્યને ૨, ૩, ૪ .... ૯ વડે ગુણવાથી વધ્યા ઉમેરવી ન પડે તેવા,

૨. ૦ હોય તેવા ગુણ્યને ૨, ૩, ૪ વડે ગુણવાથી વધ્યા ઉમેરવી ન પડે તેવા,

૩. ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યામાં ૦ ન હોય અને ૨, ૩, ૪, ...૯ વડે ગુણવાથી વધ્યા ઉમેરવી ન પડે તેવા,

૪. ૦ હોય, અને ૨, ૩, ૪,....૯ વડે ગુણવાથી વધ્યા ઉમેરવી પડે તેવા,

૫. પછી ૧૦ વડે ગુણતા શીખવો: જેમ કે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૧] ૫૯૬ ×૧૦ = ૫૯૬૦ [૨] ૫૯૬ ×૧૦ = ૦૦૦ / ૫૯૬ = ૫૯૬૦ [૩] ૫૯૬ ×૧૦ = ૫૯૬૦

એમાં [૧] અને [૨] એ બેમાંથી એકેય પ્રકાર ચાલવા નહિ દેવો જોઈએ. દશે ગુણવા એટલે ગુણ્યના દરેક અંકની કિંમત દશ ગણી થાય, તેથી દરેક અંક પોતાના સ્થાનથી ચઢિયાતા સ્થાનમાં જાય, એ ખ્યાલ રાખીને ગુણાકાર કરવો જોઈએ એ બિના કદી પણ ભૂલો નહિ.

૬. ૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦, ૮૦, ૯૦ વડે ગુણતાં શીખવો, અને તેમાં ઉપરની સૂચનાનો બરાબર અમલ કરતાં શીખવો.

૭. ગમે તેવી બે આંકડાવાળી સંખ્યા વડે ગુણતાં શીખવો.

૮. ૧૦૦ વડે ગુણતાં શીખવો. તેમાં પણ ઉપર ૫મી વિધિમાં કરેલી સૂચના ભૂલવી નહિ જોઈએ.

૯. ૧૨૦, ૫૩૦, ૨૪૦ જેવી સંખ્યા લઈ ગુણતાં શીખવો.

૧૦. મીંડાં વિનાની ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યા વડે ગુણતાં શીખવો.

૧૧. ગુણકમાં વચ્ચે ૦ આવે એવી ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યા વડે ગુણતાં શીખવો. તેમાં ૦ની બીજી હાર નહિ મૂકતાં બે સ્થાન હઠી જઈને ગુણાકાર મૂકે એ વાત ઉપર લક્ષ આપો.

સૂચના: ભવિષ્યની જનતાના કલ્યાણ માટે આપણે હાલ જે રીતે ગુણાકાર કરીએ છીએ તે રીતનો ત્યાગ કરવો જોઈએ, અને નીચે બતાવેલી પહેલી રીતનો સ્વીકાર કરવો જોઈએ.

[૧] ૨૩૬ ×૪૩ = ૯૪૪૦ + ૭૦૮ = ૧૦,૧૪૮ અથવા [૨] ૨૩૬ ×૪૩ = ૯૪૪૦ + ૭૦૮ = ૧૦,૧૪૮

પહેલી રીત અને બીજી રીત દેખાવમાં તો એક સરખી જ જણાય છે. પણ તે બેમાં એક સૂક્ષ્મ તફાવત છે અને તે બહુ અગત્યનો છે. પહેલી રીતના ગુણાકારમાં એકમના સ્થાને આવેલા ગુણ્ય, ગુણક અને ગુણાકારના તમામ અંકો એક જ સ્થાને છે. જ્યારે બીજી રીતમાં

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગુણ્ય અને ગુણકના એકમના સ્થાન નીચે ગુણાકારમાં દશકનો અંક આવેલ છે.

દશકના અંક વડે ગુણાકાર કરતી વખતે ગુણાકારના એકમના સ્થાનમાં શૂન્ય મુકાવવું. ઘણો મહાવરો થયા પછી કોઈ તેમ કરે કે નહિ એ બંને એકસરખું જ છે. પહેલી રીત ગુણાકારના દરેક અંકની સ્થાનિક કિંમતનો સારો ખ્યાલ આપે છે. બીજામાં માત્ર અંકો વગર સમજ્યે મુકાયેલ છે. તેથી તેવી ગોઠવણુ અશાસ્ત્રીય ગણાય.

[૩]

૨૩૬
×૪૩
૭૦૮
૯૪૪૦
૧૦,૧૪૮

આ રીત અશાસ્ત્રીય નથી, પણ માનસ-શાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ ઓછું ફળ આપનારી છે. માટે એનો ઉપયોગ કરવાની વૃત્તિ ન સેવવી એ જ હિતાવહ છે.

[૪]

૨૩૬
×૪૩
૭૦૮
૯૪૪૦
૧૦,૧૪૮

ગુણાકાર સાચો છે, છતાં ગણતરી લખવાની રીત શાસ્ત્રીય નથી. તેમાં ગણનારને ગણતરીના અંકોની સ્થાનિક કિંમતનો જરાયે ખ્યાલ નથી.

[૫]

૪૩
×૨૩૬
૮૬૦૦
૧૨૯૦
૨૫૮
૧૦,૧૪૮

ગણનારને ગણતરી કરવામાં ઝડપ અને ચોકસાઈના ગુણો કેળવાય એ હેતુથી ઉપરની ગણતરી સાચી છે કે નહિ તેનો તાળો મેળવવા માટે ગુણ્યને ગુણક બનાવી ગણતરી કરવાથી જવાબ પ્રથમના જેટલો જ આવે તો જવાબ સાચો છે, એમ જ્યારે જણાશે, ત્યારે પોતાની સિદ્ધિ માટે તે અપૂર્વ આનંદ અનુભવશે. તેથી બાળક આવી બીજી રીતની ગણતરીમાં રસ લેતો થશે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬. સાદી સંખ્યાની બાદબાકી

૧

૧. (૧) । । । । । । । । । । આમ **દશ** ગણો.

× × × × × × × । । । તેમાંથી સાત કાઢી નાંખો, **બાદ** કરો.

બાકી રહેલાને ગણો. એમાં ૧૦ – ૭ = ? એ **બાદબાકી**ના સ્વાભાવિક સ્વરૂપનો વિચાર થયો.

(૨) । । । । । । ।   આમ સાત ગણો.

। । । । । । । × × × સાતમાં કેટલા વધારીએ તો ૧૦ થાય?

એ રીતે ૭ + ? = ૧૦ એ બાદબાકીનો **પૂરક સરવાળાની** દૃષ્ટિએ વિચાર થયો.

(૩) । । । । । । । । । । આમ દશ ગણો.

। । । । । । ।   આમ સાત ગણો.

એ બંનેને સરખાવી જુઓ. સાત કરતાં દશ કેટલા વધારે છે?

તેમાં ૧૦ – ૭ = ? એમાં બાદબાકીનો **તફાવત**ની દૃષ્ટિએ વિચાર થયો.

આમાંની પહેલી રીત જ્યારે એ બે સંખ્યા વચ્ચે ઘણું અંતર હોય ત્યારે વપરાય છે; અને બે સંખ્યા વચ્ચે થોડું અંતર હોય, ત્યારે બીજી રીત વપરાય છે; અને ત્રીજી રીત એ બે સંખ્યામાંથી કઈ રકમ નાની અને કઈ રકમ મોટી, અને તે કેટલી એનો ખ્યાલ હોતો નથી ત્યારે વપરાય છે.

૨. સરવાળામાં એક એક ઉમેરીને ચઢતા ક્રમમાં ગણતરી કરવાની છે. ત્યારે બાદબાકીમાં એક એક ઘટાડીને ઊતરતા ક્રમમાં ગણતરી કરવાની છે, એમ કહેવાય છે. પણ વાસ્તવિક રીતે બાદબાકીના હિસાબ ગણવામાં પણ સરવાળાની માફક ચઢતા ક્રમમાં જ ગણતરી કરવાની ટેવ વધારે પ્રમાણમાં પ્રવર્તે છે. અવળી ગણતરી કરવાની

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

 Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પ્રથા શાળાના જગતની બહાર ભાગ્યે જ પ્રવર્તે છે. તેથી બાદબાકીની ગણતરીની બહાર ભાગ્યે જ પ્રવર્તે છે. તેથી બાદબાકીની ગણતરીની શરૂઆત કરવા માટે અત્યાર સુધી જે રીતે બાળક ગણતરી કરવાને ટેવાયેલું હોય છે તેથી અવળી રીતે ગણવાની ટેવ પાડવાની જરૂર નથી. ૧૦ − ૭ = ? તેમાં બાદબાકીનો નિર્ણય ૧૦, ૯, ૮ એમ ગણાવીને કરવાને બદલે ૭ પછી ૮, ૯, ૧૦ એમ ગણાવવાની ટેવ વધારે વાસ્તવિક છે.

૩. બાદબાકીની રીત શરૂ કરતાં પહેલાં નીચેના ત્રણ અનુબંધો (Bonds) સારી રીતે તૈયાર કરવા જોઈએ.

૧. નવ સુધીની સંખ્યાની બાદબાકી [અ] બાદબાકીની દૃષ્ટિએ :

૧ − ૧ = ૦	૪ − ૪ = ૦	૭ − ૭ = ૦	૯ − ૯ = ૦
૧ − ૦ = ૧	૪ − ૩ = ૧	૭ − ૬ = ૧	૯ − ૮ = ૧
	૪ − ૨ = ૨	૭ − ૫ = ૨	૯ − ૭ = ૨
૨ − ૨ = ૦	૪ − ૧ = ૩	૭ − ૪ = ૩	૯ − ૬ = ૩
૨ − ૧ = ૧	૪ − ૦ = ૪	૭ − ૩ = ૪	૯ − ૫ = ૪
૨ − ૦ = ૨		૭ − ૨ = ૫	૯ − ૪ = ૫
	૫ − ૫ = ૦	૭ − ૧ = ૬	૯ − ૩ = ૬
૩ − ૩ = ૦	૫ − ૪ = ૧	૭ − ૦ = ૭	૯ − ૨ = ૭
૩ − ૨ = ૧	૫ − ૩ = ૨		૯ − ૧ = ૮
૩ − ૧ = ૨	૫ − ૨ = ૩	૮ − ૮ = ૦	૯ − ૦ = ૯
૩ − ૦ = ૩	૫ − ૧ = ૪	૮ − ૭ = ૧	
	૫ − ૦ = ૫	૮ − ૬ = ૨	
		૮ − ૫ = ૩	
	૬ − ૬ = ૦	૮ − ૪ = ૪	
	૬ − ૫ = ૧	૮ − ૩ = ૫	
	૬ − ૪ = ૨	૮ − ૨ = ૬	
	૬ − ૩ = ૩	૮ − ૧ = ૭	
	૬ − ૨ = ૪	૮ − ૦ = ૮	
	૬ − ૧ = ૫		
	૬ − ૦ = ૬		

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[બ] આ બધી જ ગણતરીઓ પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ તૈયાર કરાવવાની એટલી જ જરૂર છે.

૧ + ? = ૧	૧ + ? = ૫	૧ + ? = ૭	૧ + ? = ૯
? + ૧ = ૧	૨ + ? = ૫	૨ + ? = ૭	૨ + ? = ૯
	૩ + ? = ૫	૩ + ? = ૭	૩ + ? = ૯
૨ + ? = ૨	૪ + ? = ૫	૪ + ? = ૭	૪ + ? = ૯
૧ + ? = ૨	૫ + ? = ૫	૫ + ? = ૭	૫ + ? = ૯
? + ૧ = ૨		૬ + ? = ૭	૬ + ? = ૯
	૧ + ? = ૬	૭ + ? = ૭	૭ + ? = ૯
૧ + ? = ૩	૨ + ? = ૬		૮ + ? = ૯
૨ + ? = ૩	૩ + ? = ૬	૧ + ? = ૮	૯ + ? = ૯
૩ + ? = ૩	૪ + ? = ૬	૨ + ? = ૮	
	૫ + ? = ૬	૩ + ? = ૮	
૧ + ? = ૪	૬ + ? = ૬	૪ + ? = ૮	
૨ + ? = ૪		૫ + ? = ૮	
૩ + ? = ૪		૬ + ? = ૮	
૪ + ? = ૪		૭ + ? = ૮	
		૮ + ? = ૮	

આ ઉપર વર્ણવેલા બંને સ્વરૂપની ગણતરીઓ એ એક પ્રકારના બાદબાકી ગણવાના આંકના ઘડિયા જ છે. તેથી આ બંને સ્વરૂપે તૈયારી દૃઢ કરાવવા માટે નીચે બતાવેલ બે સ્વરૂપે મૌખિક અભ્યાસ પાઠ તૈયાર કરાવવા જોઈએ.

[૧]	૭ − ૫ = ?	૭ + ? = ૯	[૨]	૭ − ૫ = ?	૯ − ૬ = ?
	૯ − ૬ = ?	૨ + ? = ૮		૧૭ − ૫ = ?	૨૯ − ૬ = ?
	૮ − ૩ = ?	? + ૪ = ૭		૨૭ − ૨ = ?	૩૯ − ૬ = ?
	૫ − ૨ = ?	? + ૩ = ૮		૪૭ − ૫ = ?	૫૯ − ૬ = ?
	૬ − ૪ = ?	? + ૫ = ૯		૬૭ − ૫ = ?	૭૯ − ૬ = ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. આટલો મહાવરો થયા પછી બાદબાકી માટે ૧૦નો અનુબંધ તૈયાર કરાવવો જોઈએ.

[અ]	૧૦ − ૧ = ?	૧૦ − ૬ = ?	અથવા	૯ + ? = ૧૦	૪ + ? = ૧૦
	૧૦ − ૨ = ?	૧૦ − ૭ = ?		૮ + ? = ૧૦	૩ + ? = ૧૦
	૧૦ − ૩ = ?	૧૦ − ૮ = ?		૭ + ? = ૧૦	૨ + ? = ૧૦
	૧૦ − ૪ = ?	૧૦ − ૯ = ?		૬ + ? = ૧૦	૧ + ? = ૧૦
	૧૦ − ૫ = ?	૧૦ − ૧૦ = ?		૫ + ? = ૧૦	૦ + ? = ૧૦

[બ] પછી દશ પરિણામ મળે એવી બાદબાકી.

૧૯ − ૯ = ?	૧૪ − ૪ = ?	૧૦ + ? = ૧૯	૧૦ + ? = ૧૪
૧૮ − ૮ = ?	૧૩ − ૩ = ?	૧૦ + ? = ૧૮	૧૦ + ? = ૧૩
૧૭ − ૭ = ?	૧૨ − ૨ = ?	૧૦ + ? = ૧૭	૧૦ + ? = ૧૨
૧૬ − ૬ = ?	૧૧ − ૧ = ?	૧૦ + ? = ૧૬	૧૦ + ? = ૧૧
૧૫ − ૫ = ?	૧૦ − ૦ = ?	૧૦ + ? = ૧૫	૧૦ + ? = ૧૦

૫. આ બંને રીતોનો સમન્વય કરીને દશ ઉપરની સંખ્યામાંથી દશ આરપાર જવું પડે તેવી બાદબાકી મોઢે ગણાવવાની રીત યોજી શકીએ :

૧૧થી૧૮ સુધીની સંખ્યામાંથી ૨થી૯ સુધીની સંખ્યા બાદ કરવાની રીત

[૧]

૧૧ − ૩	૧૧ − ૫	૧૧ − ૮
= (૧૧ − ૧) − ૨	= (૧૧ − ૧) − ૪	= (૧૧ − ૧) − ૭
= ૧૦ − ૨	= ૧૦ − ૪	= ૧૦ − ૭
= ૮	= ૬	= ૩ વગેરે.

[૨]

૧૨ − ૫	૧૨ − ૭	૧૨ − ૮
= (૧૨ − ૨) − ૩	= (૧૨ − ૨) − ૫	= (૧૨ − ૨) − ૬
= ૧૦ − ૩	= ૧૦ − ૫	= ૧૦ − ૬
= ૭	= ૫	= ૪ વગેરે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[૩] ૧૩ − ૭ ૧૩ − ૯ ૧૩ − ૫
= (૧૩ − ૩) − ૪ = (૧૩ − ૩) − ૬ = (૧૩ − ૩) − ૨
= ૧૦ − ૪ = ૧૦ − ૬ = ૧૦ − ૨
= ૬ = ૪ = ૮ વગેરે.

[૪] ૧૪ − ૬ ૧૪ − ૮ ૧૪ − ૯
= (૧૪ − ૪) − ૨ = (૧૪ − ૪) − ૪ = (૧૪ − ૪) − ૫
= ૧૦ − ૨ = ૧૦ − ૪ = ૧૦ − ૫
= ૮ = ૬ = ૫ વગેરે.

[૫] ૧૫ − ૭ ૧૬ − ૯ ૧૭ − ૯ ૧૮ − ૯
= (૧૫ − ૫) − ૨ = (૧૬ − ૬) − ૩ = (૧૭ − ૭) − ૨ = (૧૮ − ૮) − ૧
= ૧૦ − ૨ = ૧૦ − ૩ = ૧૦ − ૨ = ૧૦ − ૧
= ૮ = ૭ = ૮ = ૯ વગેરે.

૬. આ રીતે ગણવાની ટેવ પડે તેટલા સારુ નીચેનાં ૩૬ પરિણામો નિયમિત અને અનિયમિત ક્રમમાં મોઢે કહેતાં આવડે તેવો મહાવરો કરાવવાની જરૂર છે.

[૧] ૧૧ − ૨ = ? ૧૧ − ૩ = ? ૧૧ − ૪ = ? ૧૧ − ૫ = ?
૧૧ − ૬ = ? ૧૧ − ૭ = ? ૧૧ − ૮ = ? ૧૧ − ૯ = ?

[૨] ૧૨ − ૩ = ? ૧૨ − ૪ = ? ૧૨ − ૫ = ? ૧૨ − ૬ = ?
૧૨ − ૭ = ? ૧૨ − ૮ = ? ૧૨ − ૯ = ?

[૩] ૧૩ − ૪ = ? ૧૩ − ૫ = ? ૧૩ − ૬ = ? ૧૩ − ૭ = ?
૧૩ − ૮ = ? ૧૩ − ૯ = ?

[૪] ૧૪ − ૫ = ? ૧૪ − ૬ = ? ૧૪ − ૭ = ? ૧૪ − ૮ = ?
૧૪ − ૯ = ?

[૫] ૧૫ − ૬ = ? ૧૫ − ૭ = ? ૧૫ − ૮ = ? ૧૫ − ૯ = ?

[૬] ૧૬ − ૭ = ? ૧૬ − ૮ = ? ૧૬ − ૯ = ?

[૭] ૧૭ − ૮ = ? ૧૭ − ૯ = ? ૧૮ − ૯ = ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૭. આટલી તૈયારી થયા પછી નીચેના સ્વરૂપનો મહાવરો કરાવવાની જરૂર છે.

૧૫ − ૯ = ?   ૧૬ − ૭ = ?   ૧૭ − ૮ = ?
૨૫ − ૯ = ?   ૨૬ − ૭ = ?   ૨૭ − ૮ = ?
૪૫ − ૯ = ?   ૩૬ − ૭ = ?   ૬૫ − ૮ = ?
૬૫ − ૯ = ?   ૪૬ − ૭ = ?

જૂનો મહાવરો તાજો કરાવવા માટે સહેજ દૃષ્ટિભેદથી આવી રીતે પણ પૂછી શકાય :

[૧] ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭ એ દરેકમાં કેટકેટલા ઉમેરવાથી ૧૦ થાય ?

[૨] ૧૫, ૧૩, ૧૧, ૯, ૭ એ દરેકમાં કેટકેટલા ઉમેરવાથી ૨૦ થાય ?

આટલો મહાવરો સિદ્ધ થયા પછી લેખી બાદબાકીના હિસાબ ગણાવવાની શરૂઆત કરવી જોઈએ.

બીજે વરસે બાદબાકી ગણાવવાનો પ્રસંગ પ્રાપ્ત થાય, ત્યારે સો સુધીની સંખ્યામાંથી ગમે તે સંખ્યા મોઢે બાદ કરતાં આવડે તેના માટે નીચે બતાવેલ પગથિયાંને લક્ષમાં લેવાથી કામ સરળ થાય છે.

[૧] (અ) પૂરા દશકવાળી સંખ્યામાંથી દશ બાદ કરવા.
જેમ કે, ૭૦ − ૧૦ = ?   ૯૦ − ૧૦ = ?   ૪૦ − ૧૦ = ?

(બ) ગમે તે સંખ્યામાંથી દશ બાદ કરવા.
જેમ કે, ૯૫ − ૧૦ = ?   ૮૮ − ૧૦ = ?   ૫૭ − ૧૦ = ?

[૨] (અ) પૂરા દશકવાળી સંખ્યામાંથી તેવી જ સંખ્યા બાદ કરવી.
જેમ કે, ૭૦ − ૨૦ = ?   ૬૦ − ૩૦ = ?   ૫૦ − ૨૦ = ?

(બ) ગમે તે સંખ્યામાંથી પૂરા દશકવાળી સંખ્યા બાદ કરવી.
૭૫ − ૨૦ = ?   ૬૪ − ૩૦ = ?   ૮૪ − ૨૦ = ?

[૩] પાંચની અવયવી સંખ્યામાંથી માત્ર ૫ બાદ કરવા. જેમ કે

(અ) ૧૦૦ − ૫ = ? ૯૫ − ૫ = ? ૮૦ − ૫ = ? ૬૫ − ૫ = ?

(બ) ૧૦૦ − ૩૫ = (૧૦૦ − ૩૦) − ૫ = ૭૦ − ૫ = ૬૫ વગેરે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

[૪] મુશ્કેલી વિના એક અંક બાદ કરવાનું.

જેમ કે, ૯૮ – ૫ = ? ૮૭ – ૪ = ? ૭૮ – ૬ = ?

[૫] મુશ્કેલી વિના બે અંકવાળી સંખ્યા બાદ કરવાનું.

જેમ કે, ૯૮ – ૧૫ = ? ૮૫ – ૨૪ = ? ૫૫ – ૩૨ = ?

[૬] બાદબાકીના એકમમાં શૂન્ય આવે તેવા હિસાબો,

જેમ કે, ૮૭ – ૧૭ = ? ૮૫ – ૨૫ = ? ૬૩ – ૨૩ = ?

[૭] ૧૦૦માંથી ગમે તે સંખ્યા બાદ કરવાનું, જેમ કે.

૧૦૦ – ૩૫ = ? ૧૦૦ – ૪૪ = ? ૧૦૦ – ૬૩ = ? ૧૦૦ – ૨૭ = ?

આવી ગણતરી બે પ્રકારે ગણી શકાય:

૧૦૦ – ૫ – ૩૦ = ૯૫ – ૩૦ = ૬૫,

અથવા ૧૦૦ + ૫ – ૩૫ = ૧૦૫ – ૪૦ = ૬૫

બાદબાકી કરવાની બંને સંખ્યામાં એકસરખી સંખ્યા ઉમેરીને ગણતરી કરીએ કે એકસરખી સંખ્યા ઓછી કરીને ગણતરી કરીએ તોયે જવાબ એકનો એક જ આવે છે.

[૮] મુશ્કેલીવાળી એક અંકવાળી સંખ્યા બાદ કરવાનું, જેમ કે,

(૧) ૭૫ – ૯ = ? ૫૪ – ૯ = ? ૭૬ – ૯ = ? ૬૩ – ૯ = ?

નવ બાદ કરવા હોય તો **દશકમાંથી એક ઓછો કરવો, અને એકમમાં એક વધારવો.**

(૨) ૫૪ – ૭ = ? ૪૫ – ૮ = ? ૩૩ – ૭ = ? ૪૨ – ૫ = ?

[૯] મુશ્કેલીવાળી બે અંકવાળી સંખ્યા બાદ કરવાની રીત

જેમ કે, ૮૫ – ૪૭ ૭૩ – ૨૫ ૯૬ – ૩૮

= ૪૫ – ૭ = ૫૩ – ૫ = ૬૬ – ૮

= ૩૮ = ૪૮ = ૫૮ વગેરે.

ઉપલાં ધોરણોમાં આ પ્રમાણે મોઢે ગણાવવાની ટેવ પાડવાથી બાળક જૂના અનુબંધો વધારે સારી રીતે વાપરતાં શીખશે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩

[૧] ૯૮૫૬
−૫૪૩૫
———

[૨] ૯૩૨૪
−૭૫૩૮
———

[૩] ૯૦૦૪
−૭૫૩૮
———

૮. પ્રથમ વિયોજ્યનો પ્રત્યેક અંક વિયોજકના તે જ સ્થાનના પ્રત્યેક અંકથી મોટો હોય, તે પ્રમાણે સંખ્યા લખાવી બાદબાકી શરૂ કરાવવી, પછી એમ વિયોજકના અંકો વિયોજ્યના અંકોથી મોટા હોય, એવા સ્વરૂપની બાદબાકી શીખવવી. વિયોજ્યમાં વચ્ચે મીંડાં હોય, ત્યારે ગણતરી કરાવવાની ત્રણ જુદી જુદી રીતો છે. તેમાંની ત્રીજી રીતનો ઉપયોગ કરવો એ માનસશાસ્ત્રની દૃષ્ટિએ ઇચ્છવા યોગ્ય છે. છતાં શિક્ષકે તો એ ત્રણે રીતો બારીકીથી જાણી લેવી જોઈએ, એ હેતુથી એ સર્વેનું વિવેચન આ નીચે કરેલું છે.

અત્યારે શાળામાં શિક્ષકો બાદબાકી શીખવવાની જુદી જુદી ત્રણ રીતો વાપરે છે. તેમાંની પ્રત્યક્ષ દર્શનથી શીખવવા માટે શરૂઆતમાં પૃથક્કરણની રીત વાપરવામાં આવે છે. અને આપણી શાળામાં આ રીતનો સૌથી વધારે વપરાશ છે, પણ એના કરતાં સમાન સંખ્યાના ઉમેરણવાળી રીત પ્રચારમાં મૂકવી એ વધારે હિતાવહ છે. એટલે પહેલે વર્ષે પૃથક્કરણની રીત શીખવવી, બીજે વરસે સમાન સંખ્યાના ઉમેરણની રીત શીખવવી, અને ત્રીજે વરસે પૂરક સરવાળાની રીતનો ઉપયોગ કરાવવો જોઈએ. જોકે બાળક એક રીત જાણે પછી તેને બીજી રીત ઉપર લઈ જવું એ કામ મુશ્કેલ છે. તેથી એ ત્રણેય રીતોનો પ્રયોગ ન કરવો હોય, તો પૂરક સરવાળાની રીત પ્રથમથી જ વર્ગમાં શીખવવી જોઈએ. આ રીત આગળ જતાં એકીસાથે બે ક્રિયા કરવામાં ઘણી ઉપયોગી થઈ પડે છે. માટે તેનું શિક્ષણ પ્રાથમિક શાળામાં જ અપાઈ જવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પૃથક્કરણ પદ્ધતિની રીતનાં ત્રણ સ્વરૂપ:

	૫	૨
૬	૩	૪
− ૨	૭	૮
૩	૫	૬

૯. [૧] ૪ એકમમાંથી ૮ એકમ બાદ જતા નથી, તેથી ૮માંથી ૪ લઈ લઈએ તોય બાદ કરવાના ૪ બાકી રહે છે, તે ૩ દશકમાંથી ૧ દશક લઈએ અને ૧૦ − ૪ = ૬ એકમ બાકી રહે છે. બાકી રહેલા ૨ દશકમાંથી ૭ દશક બાદ જતા નથી. તેથી ૭ માંથી ૨ લઈ લઈએ તોય બાદ કરવાના ૫ બાકી રહે છે. તે ૬ શતકમાંથી ૧ શતક = ૧૦ દશકમાંથી બાદ કરીએ તો ૧૦ − ૫ = **૫** બાકી રહે. પછી ૫ શતક − ૨ શતક = ૩ બાકી રહે. આ રીતમાં આપણને બે હપતે બાદબાકી કરવી પડે છે.

[૨] એ જ ક્રિયા ક્રમ બદલાવીને ગણીએ તો આમ ગણાય: ૪ એકમમાંથી ૮ એકમ બાદ જતા નથી, માટે ૩ દશકમાંથી ૧ દશક લઈ તેમાંથી ૧૦ − ૮ = **૨** એકમ બાકી રહે. તેમાં ઉપરના ૪ એકમ ઉમેરીએ તો ૬ એકમ બાકી રહે. ૨ દશકમાંથી ૭ દશક બાદ જતા નથી તેથી ૬ શતકમાંથી ૧ શતક લઈ તેમાંથી ૭ દશક બાદ કરીએ એટલે ૧૦ − ૭ = ૩ દશક બાકી રહે, તેમાં ઉપરના બે દશક ઉમેરીએ તો **૫** દશક બાકી રહે. છેવટે ૫ શતક − ૨ શતક = ૩ શતક બાકી રહે આ રીતમાં આપણે પ્રત્યેક સ્થાન માટે એક બાદબાકી અને એક સરવાળાની ક્રિયા કરીએ છીએ.

[૩] ૬૩૪ ૫ ૧૨ ૧૪ એમ વિયોજ્યના અંકોનું પૃથક્કરણ
૨૭૮ ૨ ૭ ૮ કરી, અને પછી બાદબાકી કરીએ
૩ ૫ ૬ તો આ પ્રમાણે થાય:

તેમાં ૧૪ − ૮ = તેમ જ ૧૨ − ૭ અને ૫ − ૨ = ૩

૧૪−૪−૪	૧૨−૨−૫	આ રીત પ્રયોગદ્વારા પ્રત્યક્ષ
૧૦−૪	૧૦−૫	દર્શનથી શીખવવી હોય ત્યારે
= ૬	= ૫	વધારે સરળ થાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

સમાન સંખ્યાનું ઉમેરણ કરવાની રીતનાં બે સ્વરૂપો:

૧૦. ૧૦ − ૭ = ૩ તેમ જ ૯ − ૭ = ૨

(૧૦ + ૩) − (૭ + ૩) = ૩ ૧૯ − ૧૭ = ૨

૧૭ − ૯ = ૮ ૨૭ − ૧૯ = ૮ ૩૭ − ૨૯ = ૮

એ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે:

બે અસમાન સંખ્યાઓમાં એક જ સંખ્યા ઉમેરવાથી, કે એક જ સંખ્યા બાદ કરવાથી જે અસમાન સંખ્યાઓ બને, તેમનો તફાવત પ્રથમની સંખ્યાઓ વચ્ચેના તફાવત જેટલો જ હોય છે.

(અ) ૬૩૪ ૬ ↗(૧૦ + ૩) ↗(૧૦ + ૪) ૬ ૧૩ ૧૪

− ૨૭૮ (૨ + ૧)↗ (૭ + ૧)↗ ૮ ૩ ૮ ૮

———— ————

૨ ૫ ૬

એમાં ૮ એકમ બાદ કરવા સારુ ૪ એકમમાં ૧૦ એકમ ઉમેરીને ૧૪ એકમ કર્યાં, અને તેમાંથી ૮ એકમ બાદ કર્યાં. તો બાકી ૬ એકમ રહે. હવે ૧૦ એકમ = ૧ દશક થાય છે. વિયોજ્યમાં ૧૦ ઉમેરેલા છે તેને બદલે વિયોજકમાં ૧ દશક ઉમેરવામાં આવ્યો. તેથી વિયોજકમાં ૭ ને બદલે ૮ દશક થયા. પછી તે ૮ દશક બાદ કરવા સારુ ૩ દશકમાં ૧૦ દશક ઉમેરીને ૧૩ દશક કર્યાં, તેમાંથી ૮ દશક બાદ કર્યાં તો બાકી **૫** દશક રહ્યા. હવે ૧૦ દશક = ૧ શતક થાય છે. યોજ્યમાં જે ૧૦ દશક ઉમેરેલ છે, તેને બદલે વિયોજકમાં ૧ શતક ઉમેરવામાં આવ્યો છે. તેથી વિયોજકમાં ૨ ને બદલે ૩ શતક થાય છે. તે ૬ શતકમાંથી બાદ કર્યાં એટલે ૩ શતક બાકી રહ્યા.

[બ] ૧૦ − ૭ = ૩

૧૨ − ૭ = ૧૦ + ૨ − ૭ = (૧૦ − ૭) + ૨ = ૩ + ૨ = ૫

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ બીજી ગણતરીમાં ૭ થી ૧૨ સીધા ગણવાને બદલે ૧૦ માંથી ૭ બાદ કરીને તેમાં પછીના ૨ ઉમેરી એમ બે તબક્કે ગણતરી કરવામાં કાંઈક શ્રમ ઓછો પડે છે.

૭ ૬ ૩ ૪	
−૩ ૬ ૭ ૮	
૩ ૯ ૫ ૬	

૪ માંથી ૮ બાદ જતા નથી, તેથી ૪+૧૦−૮ = ૪+૨ = ૬ એકમમાં મૂક્યા, પછી દશકના ૭માં ૧નો વધારો કરી ૮ કરીએ, તે ૮ ઉપરના ૩માંથી બાદ જતા નથી માટે ૩+૧૦−૮ = ૩+(૧૦−૮) = ૩+૨ = ૫ દશક નીચે મૂક્યા, હવે ૬ શતકના વધારાનો શતક ઉમેરી ૭ કરીએ, તે ઉપરના ૬માંથી બાદ જતા નથી. માટે ૬+૧૦−૭ = ૬+(૧૦−૭) = ૬+૩ = ૯ને શતક નીચે મૂક્યા. પછી છેલ્લા ૩ હજારમાં વધારાનો ૧ ઉમેરી ૪ કરીએ, તે ૭માંથી બાદ જતાં ૩ બાકી રહે છે.

આ રીતે વિયોજકનો અંક ઉપરના વિયોજ્યના અંકમાંથી બાદ જતો ન હોય, ત્યારે તે અંકને ૧૦માંથી બાદ કરીને, તે બાદબાકીમાં ઉપરના વિયોજ્યનો અંક ઉમેરો. ત્યારે તેમને તે સ્થાનની બાદબાકીનો વાસ્તવિક અંક મળી રહે છે; અને વધારાનો ૧ આગળના સ્થાનના વિયોજકના અંકમાં ઉમેરતા જવો જોઈએ.

આ બંનેમાંની બીજી રીત ગણતરીમાં સરળતા અને શ્રમના લાભ આપવાની દૃષ્ટિએ સૌથી સારી જણાય છે. મોટી ઉંમરની વ્યવહારમાં પડેલી વ્યક્તિઓ ઘણુંખરું આ જ રીતનો ઉપયોગ કરે છે. જોકે શાળાના શિક્ષણમાં આ રીત ઉપર આપણે ત્યાં બહુ ધ્યાન આપવામાં આવતું નથી. છતાં વ્યવહારમાં આ રીત ઘણી વપરાતી જોવામાં આવે છે. એ એક જ મુદ્દો આપણને આપણી શીખવવાની રીતોમાં ફેરફાર કરવાનું સૂચવે છે.

પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ :

૧૧. ૬૩૪માંથી ૨૭૮ બાદ કરો, એને બદલે ૨૭૮ માં કઈ સંખ્યા ઉમેરવાથી સરવાળો ૬૩૪ આવે એ હિસાબ આ બાજુ બે રીતે લખેલો છે.

[૧]	[૨]
૨૭૮	૨૭૮
***	૩૫૬
૬૩૪	૬૩૪

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પછી ૮+?=૪ અર્થાત્ ૮+?=૧૪ હોય, તે ઉપરથી ૮માં ૬ ઉમેરવાથી ૧૪ આવે, માટે માગેલી સંખ્યાના એકમના સ્થાનમાં ૬ મૂક્યા. ને ૧ વધ્યા તે ૭ દશકમાં ઉમેર્યા જેથી ૮ દશક+? = ૩ અર્થાત્ ૮+?=૧૩ એટલે ત્યાં ૫ ઉમેરીએ તો ૧૩ થાય, તેથી દશકના સ્થાનમાં ૫ મૂક્યા, અને ૧ વધ્યા તે ૨ શતકમાં ઉમેર્યા. તે ૩ શતક+?=૬ શતક થાય માટે માગેલી સંખ્યા=૩૫૬ હોવી જોઈએ.

આ જ હિસાબ બાદબાકીની દૃષ્ટિએ ગણીએ. બાદબાકી+વિયોજક =વિયોજ્ય છે. આમાં સરવાળો સૌથી ઉપર મૂકેલો છે, અને જે બે સંખ્યાનો એ સરવાળો છે, તેમાંની એક જે વિયોજક તરીકે મૂકી બીજીને બાદબાકી તરીકે ગણી આપવાનો છે. તેથી ૮+?=૪, એટલે ૮+?=૧૪, તેથી એકમના સ્થાનમાં ૬ મૂક્યા. ૧ વધ્યા તે વિયોજકના ૭ દશકમાં ઉમેર્યા, તેથી ૮+?=૩, એટલે ૮+?=૧૩, તેથી દશકના સ્થાનમાં ૫ મૂક્યા, અને ૧ વધ્યા તે ૨ શતકમાં ઉમેર્યા. તેથી ૬ શતક−૩ શતક=૩ શતકના સ્થાનમાં મૂક્યા છે.

```
 ૬૩૪
−૨૭૮
─────
 ૩૫૬
```

આ રીતનો શાળામાં વધારે પ્રચાર કરવાની ભલામણ કરવાનું કારણ એ છે કે, એ રીતથી સરવાળો અને બાદબાકી એ બંને ક્રિયાઓ એકી સાથે કરી શકાય છે. તેથી શ્રમ અને સમયનો બચાવ થાય છે.

એક ચાર ધોરણવાળી શાળામાં એકંદર ૨૨૦ સંખ્યા છે. એક દિવસ એ ચારેય ધોરણમાં ૭૯, ૩૫, ૪૭, ૪૧ વિદ્યાર્થીઓ હાજર છે. તો તે દિવસે કેટલા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર રહ્યા ગણાય ?

(૧) સામાન્ય રીતે ૭૯+૩૫+૪૭+૪૧=૨૦૨ હાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા. તેથી ૨૨૦−૨૦૨=૧૮ ગેરહાજર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા. આમાં સરવાળો અને બાદબાકી એ બે ક્રિયાઓ એક પછી એક ગણવી પડે છે.

```
 ૨૨૦
−૨૦૨
─────
  ૧૮
```

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) એકમના સ્થાનમાં નીચેથી ઉપર જતાં ગણતરી કરીએ તો ૧, ૮, ૧૩, ૨૨ થાય, અને ૨૨ + ? = ૦ એટલે ૨૨ + ? = ૩૦ કરવા માટે ખાલી એકમની જગાએ ૮ મૂકવા જોઈએ અને ૩ વધ્યા ગણી બીજી ઊભી હારનો સરવાળો ૩, ૭, ૧૧, ૧૪, ૨૧ થાય, અને ૨૧ + ? = ૨૨, તેથી દશકના ખાલી સ્થાને ૧ મૂકવો જોઈએ.

[૧]	[૨]
૭૯	૭૯
૩૫	૩૫
૪૭	૪૭
૪૧	૪૧
**	૧૮
૨૨૦	૨૨૦

પૂરક સરવાળા શીખવવાની દૃષ્ટિએ નીચે મુજબના ચોરસોમાં ખાલી ખાનાં પૂરવાનું આપી શકાય. તેમાં વિદ્યાર્થીઓને ખૂબ જ રસ પડે છે અને સાથે સાથે તેમને ઝડપથી કામ કરવાનો મહાવરો પણ થાય છે.

૧૪		૧૨
	૧૧	
૧૦		

જો આ ચોરસમાં આડા, ઊભા, ત્રાંસા, સરવાળા સરખા થતા હોય, તો બાકીનાં પાંચેય ખાનાંમાં ખાલી જગાએ સંખ્યા પૂરી આપો.

૧૨. આ વિષયના શિક્ષણ સંબંધે નિયમન — પાલનની દૃષ્ટિએ નીચેની સૂચનાઓ આચરણમાં ઉતારવી જોઈએ.

૧. મોઢાના મહાવરા પહેલાં લેખી ગણતરી શરૂ કરવી ન જોઈએ.

૨. એક જ શાળાના જુદા જુદા વર્ગોમાં કામ કરતા શિક્ષકો એક જ રીત શીખવે.

૩. વિયોજ્ય અને વિયોજક જેવી શાસ્ત્રીય પરિભાષાનો ઉપયોગ બાળક પાસે શરૂઆતમાં કરવો ન જોઈએ.

૪. આંકડાકીનો કોઈ પણ હિસાબ સરવાળો કરીને તાળો મેળવ્યા વિના પૂરો ન ગણાય એ ટેવ પાડવાની ખાસ જરૂર છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪

૧૩. ઘણી વખત સહેજ યુક્તિ વાપરવાથી હિસાબ ઘણો સહેલો થઈ જાય છે.

[૧] ૧૦૦૦ એ દરેક વિયોજ્ય અને વિયોજકમાંથી ૯૯૯
− ૬૪૮ એક એક કમી કરીને લખીએ તો − ૬૪૭
———— ગણતરી કરવી સુગમ પડે. ————
૩૫૨

[૨] ૫૪૩ એ દરેક વિયોજ્ય અને વિયોજકમાં ૫૫૬
− ૩૮૭ ૧૩, ૧૩ ઉમેરીને લખીએ તો ગણતરી − ૪૦૦
———— કરવી સુગમ પડે છે. ————
૧૫૬

અથવા ૩૮૭ = ૩૦૦ + ૮૦ + ૭ એમ ગણી ૫૪૩ માંથી એ દરેક પદ એક પછી એક બાદ કરીએ તો ૨૪૩, ૧૬૩, ૧૫૬ એ ક્રમે ગણતરી મોઢે ગણી શકાય.

[૩] બાદબાકી આડી હારમાં પણ ગણતાં શીખવવી જોઈએ.

૩
~~૪~~૨૫ − ~~૧~~૨૭ = ૩~~૨~~૫ − ~~૨~~૭ = ૩૦૫ − ૭ = ૨૯૮

[૪] ૮૪ + ૩૦૯ − ૧૮૯ = ૮૪ + ૩૦૯ + ૧૧ − ૧૮૯ − ૧૧
= ૮૪ + ૩૨૦ − ૨૦૦ = ૨૦૪

૧૪. સુંદર ઇમારત બાંધવા જતાં અનેક પાલખ બાંધવી પડે છે. છતાં ઇમારત તૈયાર થયા પછી તે બધી દૂર કરવામાં આવે છે. અને તેના ખાડાનાં નિશાન પણ પૂરી દેવામાં આવે છે. એટલે તે ઇમારત સુંદર જણાય છે. તે જ પ્રમાણે અંકગણિતની ભવ્ય ઇમારત બાંધવા જતાં અનેક યુક્તિઓ યોજવામાં આવે છે, પણ આપણે કે આપણાં બાળકો એ યુક્તિઓના દાસ ન થઈ જતાં, તેનાથી પર – સ્વતંત્ર થવાની શક્તિ બાળકોને આપવી એમાં જ આપણા શિક્ષણની સિદ્ધિ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૭. સાદી સંખ્યાના ભાગાકાર

૧

૧. (અ) જેમ એક પછી એક ક્રમિક ચઢતા ક્રમની ગણતરીથી સરવાળાની, અને એક પછી એક સમૂહમાં ચઢતા ક્રમની ગણતરીથી ગુણાકારની, અને એક પછી એક ક્રમિક ઊતરતા ક્રમની ગણતરીથી બાદબાકીની રીત ઉત્પન્ન થાય છે, તે જ પ્રમાણે એક પછી એક સમૂહમાં ઊતરતા ક્રમે ગણતરી કરવાથી, અથવા આપેલા જથાને અમુક સમૂહમાં ગોઠવવાની જરૂરિયાતમાંથી ભાગાકાર(ભાગ – આકાર)ની રીત ઉત્પન્ન થાય છે. અર્થાત્ એકની એક સંખ્યા – સમૂહનો સરવાળો તે ગુણાકાર ગણાય છે. તે જ પ્રમાણે એકની એક સંખ્યાની વારંવાર બાદબાકી કે એકસરખા સમૂહની રચના કરવાની રીત ભાગાકાર ગણાય છે.

(બ) સરવાળા પછી બાદબાકી શીખવવી કે ગુણાકાર શીખવવા એ મતભેદનો વિષય છે. પણ એ ત્રણેયે રીતો સારી રીતે જાણ્યા પછી જ ભાગાકાર શીખવવો જોઈએ, એમાં તો જરાયે મતભેદનું કારણ નથી.

(ક) ભાગાકાર એ ત્રણેય રીતોમાંથી ઉત્પન્ન થાય છે, એટલે ભાગાકારને એ ત્રણેય રીતો સાથે બહુ જ સંબંધ છે. જેમ કે,

૫૧ ÷ ૩ = ?, એટલે

૧. ૫૧માંથી ૩ કેટલી વાર બાદ કરી શકાય ? (બાદબાકી)

૨. કેટલી વાર ૩ લઈને એકઠા કરવાથી ૫૧ થાય ? (સરવાળો)

૩. કઈ સંખ્યાને ૩ વડે ગુણીએ તો ૫૧ થાય ? (ગુણાકાર)

ભાગાકારની રીત એ રીતે આ પહેલાંની ત્રણેય રીતો ઉપર આધાર રાખે છે. તેથી એ ત્રણેય રીતો હસ્તગત થયા પહેલાં ભાગાકાર ઉપર જવું ફાયદાકારક નથી.

૨. (અ) આ જ વિધાન બીજી રીતે વિચારીએ:

૫૧ ÷ ૩ = ?, [૧] ૫૧ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

[૨] ૫૧માંથી ૩ના સમૂહ કરો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પહેલામાં **ભાગ**ની દૃષ્ટિ છે, બીજામાં **માપ**ની દૃષ્ટિ છે. આ બંને સ્વરૂપો અન્વયવિપર્યયના સિદ્ધાંતમાંથી ઉત્પન્ન થયેલાં છે. એટલે [૧] એક ભાગમાં ૧૭ હોય તેવા ૩ ભાગ મળી ૫૧ થાય છે.

માટે ૫૧ના ત્રણ સરખા ભાગ કરીએ તો દરેક **ભાગ**માં ૧૭ આવે છે.

[૨] ૫૧ને ૩ના સમુદાયમાં માપીએ તો ૧૭ વાર માપી શકાય છે. અર્થાત્ ૫૧માંથી ૩ના ૧૭ **સમૂહો** ગોઠવી શકાય છે.

(બ) ભાગાકારનાં આ બે દૃષ્ટિબિંદુનો વિચાર કરવાનો ખાસ હેતુ આ પ્રમાણે છે:

૧. જવાબ–ભાગમાં સંખ્યા કઈ જાતિની આવશે?

૨. શેષનો અર્થ શો થાય, તેમ જ શેષ કઈ જાતિનો ગણાય તેનો નિર્ણય કરતાં આવડે એ છે. જેમ કે,

[૧] ૧૨ ઇંચ લાંબી દોરીમાંથી ૫ ઇંચ લંબાઈના કેટલા કકડા થશે, અને તેમ કરતાં બાકી શું વધશે? ૨ કકડા થશે, અને ૨ ઇંચ વધશે.

[૨] ૧૨ ઇંચના પાંચ સરખા ભાગ કરીએ ત્યારે દરેક ભાગની લંબાઈ કેટલી ગણાય? ૧૨ ઇંચ $\div$ ૫ $=$ ૨$\frac{૨}{૫}$ $=$ ૨.૪ ઇંચ

(ક) આમાં પહેલા હિસાબમાં **માપવાની** દૃષ્ટિએ વિચાર કર્યો છે, અને બીજા હિસાબમાં **ભાગ પાડવાની** દૃષ્ટિએ વિચાર કર્યો છે. માપવાની દૃષ્ટિમાંથી ગુણોત્તરની ઉત્પત્તિ થાય છે, ત્યારે ભાગ પાડવાની દૃષ્ટિમાંથી સામાન્ય અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ થાય છે. તેમાં શેષનું અસ્તિત્વ સંભવે નહિ.

(ડ) ગણતરી કરવામાં આ બંને દૃષ્ટિની સમજણ સારી રીતે આપવામાં આવે તો $\div$ આવા ભાગાકારના ચિહ્નને બદલે જ્યારે ભાગની દૃષ્ટિ હોય ત્યારે – આવા સામાન્ય અપૂર્ણાંકનાં અંગોની વચ્ચે લીટી ચિહ્ન મૂકવામાં આવે છે, અને જ્યારે માપની દૃષ્ટિ હોય, ત્યારે : આવા ગુણોત્તરનું ચિહ્ન મૂકીને ગણતરી મૂકવામાં આવે છે. એટલી સમજણ આવે, ત્યારે બાળકની સાચી સમજમાં વિકાસ થયો ગણાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩. હવે એક વિવાદિત મુદ્દો આ છે કે, આ જ્ઞાન શાળામાં ક્યારે ચર્ચવું: ભાગાકારના સ્વરૂપના જ્ઞાનથી તેના જવાબની જાતિ અને શેષની કિંમત ગણવાની આવડત મળે છે. પણ એ જ્ઞાનથી ભાગાકારની ગણતરીની સાદી રીતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી. એટલે ગણતરીનાં દૃષ્ટિબિંદુ રજૂ કરવાથી એ ગણતરીની રીતમાં કાંઈ સરળતા થશે કે મુશ્કેલી વધશે? મને તો લાગે છે કે રીત જાણ્યા પહેલાં દૃષ્ટિબિંદુનો ખટાટોપ શા માટે ઊભો કરવો જોઈએ? અગત્યની બાબત ભાગાકારની ગણતરીની રીત છે. તે આવડ્યા પછી દૃષ્ટિબિંદુની ચર્ચા કરવામાં આવે તો શું ખોટું? દૃષ્ટિબિંદુનું જ્ઞાન વિશેષ સંખ્યા દ્વારા સહેલાઈથી આપી શકાય છે. વિશેષ સંખ્યાના ભાગાકાર વખતે આ દૃષ્ટિબિંદુઓ રજૂ કરવાં એ યથાયોગ્ય છે. કારણ કે ત્યારે ભાગાકાર એ બંને દૃષ્ટિબિંદુને આધારે તદ્દન ભિન્ન ભિન્ન રીતે જ ગણવા પડે છે. એટલે દૃષ્ટિબિંદુનું જ્ઞાન પહેલે વરસે આરંભમાં આપવું ન જોઈએ. બીજે વરસે વિવિધ પરિમાણની ગણતરીની રીતો શીખવતી વખતે આપવું જોઈએ. અને વિશેષ સંખ્યા ÷ સાદી સંખ્યા તેમ જ વિશેષ સંખ્યા ÷ તે જ પ્રકારની વિશેષ સંખ્યા એ બંને પ્રકારની ગણતરીનો વ્યાવહારિક ઉપયોગ થાય એવા હિસાબો દ્વારા એ બંને દૃષ્ટિબિંદુઓ ત્યારે દૃઢ કરાવવાં જોઈએ. ગુણાકારની માફક ભાગાકારમાં પણ આંકના ઘડિયા એકથી નવ સુધીના બહુ જ સારી રીતે મોઢે આવડતા હોય, બે સંખ્યામાં નાનામોટાનો ખ્યાલ હોય, અને તેમની વચ્ચેના તફાવતની દૃષ્ટિ મળી હોય, તો જ ભાગાકારની રીત સરળતાથી આવડે. માટે આ રીતની શરૂઆત કરતાં પહેલાં એ સર્વે વિગતો સારી રીતે તપાસી લેવી જોઈએ.

૪. ભાગાકારની લેખી ગણતરી શરૂ કરતાં પહેલાં નીચે દર્શાવેલા નમૂના પ્રમાણે મૌખિક હિસાબ બૌદ્ધિક વિકાસ પ્રમાણે વધારે કે ઓછા પ્રમાણમાં યોજવા જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) ૨ × ? = ૪ ૩ × ? = ૯ ૪ × ? = ૧૬ ૨ × ? = ૧૪
૩ × ? = ૧૨ ૨ × ? = ૧૨ ૩ × ? = ૦ ૪ × ? = ૨૪
૪ × ? = ૨૦ ૫ × ? = ૨૫ ૬ × ? = ૩૦ ૩ × ? = ૨૭
૫ × ? = ૬૦ ૪ × ? = ૪ ૨ × ? = ૧૮ ૫ × ? = ૪૦

(બ) ૨૧ = ૩ × ? ૮ = ? × ૪ ૧૮ = ? × ૩ ૯ × ? = ૨૭
૪૫ = ૫ × ? ૨૦ = ? × ૫ ૨૭ = ૯ × ? ૪૮ = ૮ × ?
૬ = ૬ × ? ૧૮ = ? × ૬ ૨૫ = ? × ૫ ? × ૭ = ૪૨
૩૨ = ૪ × ? ૩૫ = ? × ૭ ૨૪ = ૬ × ? ૫૪ = ? × ૬

આવો સારો મહાવરો થયા પછી ભાગાકારમાં પૂરો જવાબ મળે એવા મોઢાના પ્રશ્નો નીચે જણાવ્યા પ્રમાણે યોજવા.

(ક) ૧૨ ÷ ૩ = ? ૪૮ ÷ ૬ = ? ૨૧ ÷ ૩ = ? ૧૨ ÷ ૨ = ?
૧૬ ÷ ૨ = ? ૩૬ ÷ ૪ = ? ૩૦ ÷ ૫ = ? ૪૫ ÷ ૯ = ?
૨૦ ÷ ૫ = ? ૧૮ ÷ ૬ = ? ૩૦ ÷ ૬ = ? ૨૫ ÷ ૫ = ?
૨૪ ÷ ૩ = ? ૩૬ ÷ ૬ = ? ૨૭ ÷ ૯ = ? ૩૨ ÷ ૮ = ?

(ડ) ભાગાકાર અને શેષ કહો :

૨૦ ÷ ૯ = ? ૨૦ ÷ ૮ = ? ૨૦ ÷ ૭ = ? ૨૦ ÷ ૬ = ? ૨૦ ÷ ૩ = ?

(ઈ) પછી અનિયમિત ક્રમમાં એવી જ મૌખિક કવાયત કરાવો.

૭ ÷ ૨ = ? ૭ ÷ ૩ = ? ૯ ÷ ૨ = ? ૯ ÷ ૪ = ?
૧૫ ÷ ૨ = ? ૧૭ ÷ ૩ = ? ૧૭ ÷ ૪ = ? ૧૬ ÷ ૫ = ?
૨૨ ÷ ૩ = ? ૨૩ ÷ ૪ = ? ૨૧ ÷ ૬ = ? ૨૬ ÷ ૫ = ?
૩૦ ÷ ૪ = ? ૩૯ ÷ ૬ = ? ૪૮ ÷ ૫ = ? ૫૫ ÷ ૬ = ?

૫. (અ) આવો મહાવરો થયા પછી નીચેના સ્વરૂપના હિસાબ ગણાવો.

૨ | ૨૨, ૩ | ૩૩, ૨ | ૨૮, ૨ | ૮૨,
૨ | ૮૬, ૩ | ૬૩, ૩ | ૯૬, ૪ | ૮૪,

આવા સ્વરૂપનો મહાવરો પાકો થયા પછી,

(બ) ૭૨ ÷ ૪ = (૪ દશક + ૩૨ એકમ) ÷ ૪

એટલે ૪ દશક ÷ ૪ = ૪ = ૧ દશક ટૂંકામાં ૭૨ ÷ ૪ = ૧૮
૩૨ એકમ ÷ ૪ = ૮ એકમ થાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri


```
૪ | ૭૨(૧૦                          ૧૮
    ૪૦              ટૂંકામાં ૪ | ૭૨
    ——                            ૪
    ૩૨  ૮                         ——
    ૩૨                            ૩૨
    —— ——                         ૩૨
    ૦૦ ૧૮                         ——
                                  ૦૦
```

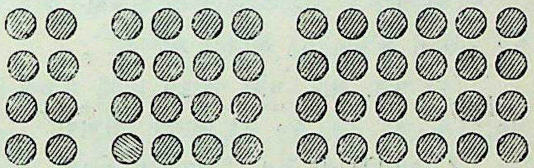
૪ | ૯૬, ૪ | ૫૬, ૩ | ૮૧, ૩ | ૫૪

૪ | ૬૮, ૩ | ૮૭, ૪ | ૭૬, ૨ | ૫૬

એ રીતે (૧) ગમે તેવી બે આંકડાવાળી સંખ્યાને ૨ કે ૩ વડે ભાગવાનો મહાવરો કરાવવો જોઈએ.

દા. ૯૮૪ રૂ. ૪ ભાઈઓ વચ્ચે વહેંચી આપો. ટૂંકામાં ૯૮૪ રૂ. ÷ ૪ એમાં સો સોની નવ નોટો, દશ દશની ૮ નોટો, અને ૪ રૂ. છૂટા એટલાં સાધનો સાથે ૧ સો રૂ. ની દશ દશની ૧૦ નોટો, તેમ જ બીજા રૂ. ૨૦ છૂટા રોકડા સાથે રાખી આ ગણતરી કરાવીએ તો વધારે સરળ થાય.

પહેલો ભાગ
બીજો ભાગ
ત્રીજો ભાગ
ચોથો ભાગ



પ્રથમ સો સોની વહેંચણી કરીએ. દરેકને સો સોની નોટ એક વાર આપો, એ જ પ્રમાણે બીજી વાર આપો. પછી ત્રીજી વાર આપી શકાય તેમ નથી, તેથી તે સો રૂ. ની નોટ વધે છે. તેને વટાવી તેની દશ દશની દશ નોટો લઈ તેમાં મૂળની ૮ નોટો ઉમેરી કે એકંદર ૧૮ દશ દશની નોટો ચાર જથ્થે વહેંચવાની છે. તેવી ચાર ચાર નોટો દરેક જથ્થામાં મૂકી શકાય છે, અને બે નોટો વધે છે. તેના છૂટા

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

લઈ તેમાં ૪ મૂળના રૂપિયા ઉમેરીએ તો ૨૪ રૂ. એકંદર વહેંચવાના બાકી રહે છે. તેને ચાર હિસ્સે વહેંચવા માગીએ તો દરેક ભાગમાં ૬, ૬ રૂ. આવે. એટલે એ ગણતરી અંકસંખ્યામાં લખીએ તો

```
૪ | ૯૮૪ (૨૦૦
    ૮૦૦
    ---
    ૧૮૪   ૪૦
    ૧૬૦
    ---
     ૨૪
     ૨૪    ૬
    ---   ---
     ૦૦  ૨૪૬
```

```
                ૨૪૬
ટૂંકમાં ૪ | ૯૮૪
                ૮
               ---
                ૧૮
                ૧૬
               ---
                 ૨૪
                 ૨૪
               ---
                 ૦૦
```

અંતે સારો મહાવરો થયા પછી આવા હિસાબો ટૂંકામાં

```
૪ | ૯૮૪
    ----
    ૨૪૬
```

એમ ગણવાની ટેવ પાડવી જોઈએ.

૭. આટલી સમજણ પછી

(૧) ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યાને ૨ કે ૩ વડે ભાગતાં શીખવો.

(૨) બે કે ત્રણ અંકવાળી સંખ્યાને ૪, ૫, ૬ વડે ભાગતાં શીખવો.

(૩) ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યાને ૪, ૫, ૬ વડે ભાગતાં શીખવો.

(૪) ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યાને ૭, ૮, ૯ વડે ભાગતાં શીખવો.

(૫) ત્રણ કે ચાર આંકડાવાળી સંખ્યાને એક પછી એક ૧૧થી ૧૮ સુધીની સંખ્યા વડે ભાગતાં શીખવો.

(૬) ત્રણ, ચાર, પાંચ આંકડા વાળી સંખ્યાને ૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦ ૮૦, ૯૦ વડે ભાગતાં શીખવો.

૮. ભાગાકારની રીત શીખવવામાં જેટલી મુશ્કેલ છે, તેટલી જ ગણવામાં તે કંટાળા ભરેલી પણ છે. એનાં કારણો સમજવા જેવાં છે.

(અ) ભાજક વડે ભાજ્યમાં કેટલાનો **વધારેમાં વધારે વખત** ભાગ લાગશે તેનો નિર્ણય કરવાની આવડતમાં જેટલી સફળતા મળે તેટલી એ ગણતરી સફળ બને છે.

(બ) 'વધારેમાં વધારે વખત' એ શબ્દસમુદાયનો અર્થ ગણતરીના દરેક પગથિયે વધતો શેષ ભાજકથી ઓછો જ હોવો જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪૫૭૬૫ ÷ ૭૯ = ? ભાજકમાં બે આંકડા માટે ભાજ્યના પહેલા બે આંકડા ૪૫ એ ૭૯ થી નાની સંખ્યા હોવાથી ૭૯નો ૪૫ માં ભાગ લાગે નહિ. તેથી ૪૫૭ માં ૭૯ નો ભાગ કેટલી વાર લાગે? ૪૫૭ ને ૭૦ વડે ભાગવાના ગણીએ તો ૬ વાર, અને ૮૦ વડે ભાગવાના ગણીએ તો ૫ વાર ભાગ લાગે. જેથી ૬ થી વધારે નહિ, અને ૫ થી ઓછો નહિ એટલો ભાગ હોવો જોઈએ. પણ ૭૯ એ ૮૦ લગભગ ગણાય તેથી ૫ વખત વાસ્તવિક ભાગ લાગે. ૭૯ નો ભાગ ગણવામાં ૭ને બદલે ૮ ને ગણવાથી ગણતરી સફળ મળશે. બીજી ૬૨૬ માં ૭૯ નો ભાગ ૮ થી વધારે નહિ, અને ૭ થી ઓછો નહિ, એ રીતે ૭ નો ભાગ મળશે અને છેલ્લે ૭૩૫ માં ૭૯ નો ભાગ ૯ વખત લાગશે.

```
        ૫૭૯
    ---------
૭૯ | ૪૫૭૬૫
     ૩૯૫
     ----
      ૬૨૬
      ૫૫૩
      ----
       ૭૩૫
       ૭૧૧
       ----
        ૨૪ શેષ.
```

(ક)
```
        ૫૭૯
    ---------
૭૯ | ૪૫૭૬૫
```
આ રીતે ભાગની સંખ્યા મૂકવાની ગોઠવણ સ્વીકારવાથી ભાગની સંખ્યામાં મળી આવતા અંકોની સ્થાનિક કિંમતનો આપોઆપ નિર્ણય થઈ જાય છે.

(ડ)

૩૨૪ ÷ ૪૧ = ?	૩૨૪ ÷ ૩૯ = ?	૩૨૧ ÷ ૪૭
૫૨૬ ÷ ૭૧ = ?	૫૨૬ ÷ ૭૯ = ?	૩૩૪ ÷ ૫૭
૨૨૫ ÷ ૨૮ = ?	૨૨૫ ÷ ૩૨ = ?	૫૭૬ ÷ ૭૭
૬૨૪ ÷ ૭૮ = ?	૬૨૪ ÷ ૭૨ = ?	૬૨૪ ÷ ૮૭

એવા માત્ર એક જ ભાગ મળે એવા હિસાબો પાટી પર ગણતાં શીખવ્યા પછી જ વધારે આંકડાવાળી સંખ્યાને બે આંકડાવાળી સંખ્યા વડે ભાગતાં શીખવવાનો મહાવરો કરાવવો જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ઇ) ૨૦૦, ૩૦૦, ૪૦૦; ૫૦૦, એવી પૂરા શતકવાળી

(ફ) ૩૨૦, ૪૫૦, ૬૭૦, ૭૩૦, એવા પૂરા દશકવાળી સંખ્યાઓ વડે ભાગતાં શીખવ્યા પછી જ ગમે તેવી ત્રણ આંકડાવાળી સંખ્યા વડે ભાગાકાર શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ. આવો વિકસિત ક્રમ સ્વીકારવાથી પરિણામ સરળતાથી સારું મેળવી શકાય છે.

૯. ભાજકના અવયવ પાડીને ભાજકને બદલે તેના દરેક અવયવ વડે એક પછી એક ભાગવાથી પણ ભાગાકાર કરી શકાય છે. તેથી લાંબા ગુણાકાર અને બાદબાકી ગણવાની તકલીફ ઓછી થાય છે. તેમ જ એક જ પગથિયે જે ગણતરી મુશ્કેલ ગણાય, તે જ ગણતરી અવયવ પાડીને પગથિયે પગથિયે મોઢેથી ગણી શકાય છે. તેથી તે રીત જાણવી જરૂરની છે. જેમકે, ૭૫ ÷ ૧૫ = ?

૧૦ ૨૦ ૩૦ ૪૦ ૫૦ ૬૦ ૭૦ ૭૫

| | | | | | | | | | | | | | |

પાંચ પાંચના ૧૫ સમૂહ

←——→ ←——→ ←——→ ←——→ ←——→

પંદર પંદરના પાંચ સમૂહ

```
૫ | ૭૫
  ------
૩ | ૧૫
  ------
    ૫ જવાબ.
```

૨૫૧૯ ÷ ૩૫ તેમાં ૩૫ = ૭ × ૫ છે.

```
માટે  ૭ | ૨૫૧૯
      ---------
      ૫ |  ૩૫૯ સાતના સમૂહ, અને ૬ એકમ શેષ.
      ---------
ભાગ     = ૭૧ પાંત્રીશના સમૂહ, અને ૪ સાતના સમૂહ શેષ.
```

તેથી તેનો વાસ્તવિક શેષ = ૪ × ૭ + ૬ = ૩૪ અથવા :

```
                    ૨૫૧૯
 ___________________________________________
 |     |     |     |     |     |     |
૩૫૯   ૩૫૯   ૩૫૯   ૩૫૯   ૩૫૯   ૩૫૯   ૩૫૯   ૬ એકમ શેષ.
```

```
હવે                 ૩૫૯
          ___________________________
          |     |     |     |     |
          ૭૧    ૭૧    ૭૧    ૭૧    ૭૧   ૪ સાતના સમૂહ શેષ.
```

એટલે વાસ્તવિક શેષ = ૭ × ૪ + ૬ = ૩૪ ગણાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અવયવ પાડીને ભાગાકાર ગણવાની રીતમાં વાસ્તવિક શેષ ગણવો એ જ સૌથી વધારે અગત્યની બાબત છે. તેમાં જો સમૂહની દૃષ્ટિ બરાબર કેળવાઈ હોય તો એનો નિર્ણય કરવામાં ઓછી અડચણ પડે છે.

૧૦. ભાગાકાર મોઢે ગણવાની કેટલીક યુક્તિઓ :

(૧) ૧૦; ૧૦૦; ૧૦૦૦ વગેરે વડે ભાગવા હોય, ત્યારે ભાજ્યની જમણી તરફના અનુક્રમે એક, બે, ત્રણ અંકો રદ કરીએ, ત્યારે તે રદ કરેલા અંકો શેષ, અને બાકીના અંકો ભાગ કે ભાગની સંખ્યા (quotient) ગણાય છે.

(૨) (અ) આપેલી સંખ્યા ÷ ૫ = આપેલી સંખ્યા × ૨ ÷ ૧૦ છે.

માટે ૪૩૭૫ ÷ ૫ = ૪૩૭૫ × ૨ ÷ ૧૦ = ૮૭૫૦ ÷ ૧૦ = ૮૭૫

(બ) આપેલી સંખ્યા ÷ ૨૫ = આપેલી સંખ્યા × ૪ ÷ ૧૦૦ છે.

માટે ૪૩૭૫ ÷ ૨૫ = ૪૩૭૫ × ૪ ÷ ૧૦૦ = ૧૭૫૦૦ ÷ ૧૦૦ = ૧૭૫

(ક) આપેલી સંખ્યા ÷ ૧૨૫ = આપેલી સંખ્યા × ૮ ÷ ૧૦૦૦ છે.

માટે ૪૩૭૫ ÷ ૧૨૫ = ૪૩૭૫ × ૮ ÷ ૧૦૦૦ = ૩૫૦૦૦ ÷ ૧૦૦૦ = ૩૫

(ડ) આપેલી સંખ્યા ÷ ૬૨૫ = આપેલી સંખ્યા × ૧૬ ÷ ૧૦,૦૦૦ છે.

એ નિયમનો ઉપર પ્રમાણે ઉપયોગ કરી શકાય.

આ સર્વ વિધિની નિરીક્ષા કરવાથી જણાશે કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૫; ૨૫; ૧૨૫; ૬૨૫ વડે ભાગવા હોય ત્યારે આપેલી સંખ્યાને અનુક્રમ ૨, ૪, ૮, ૧૬ વડે ગુણી મળેલા ગુણાકાર જમણી તરફના અનુક્રમે એક, બે, ત્રણ, ચાર અંકો રદ કર્યા પછી વધેલા અંકોને અનુક્રમે ૨, ૪, ૮, ૧૬ વડે ભાગવાથી મળેલી સંખ્યા તેના શેષની વાસ્તવિક કિંમત ગણાય છે.

(ઈ) ૧. આપેલી સંખ્યા ÷ ૭૫ = આપેલી સંખ્યા × ૪ ÷ ૩૦૦ છે.

એનું પૃથક્કરણ કરીએ તો

આપેલી સંખ્યા ÷ ૭૫ = આપેલી સંખ્યા × (૩ + ૧) ÷ ૩૦૦

= આપેલી સંખ્યા $\left(\frac{૩}{૩} + \frac{૧}{૩} \right)$ ÷ ૧૦૦

= (આપેલી સંખ્યા + $\frac{૧}{૩}$ આપેલી સંખ્યા) ÷ ૧૦૦ ગણાય,

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એવો બીજો નિયમ તૈયાર કરાવી શકાય.

તે ઉપરથી ૪૩૭૫ ÷ ૭૫ = ?

પહેલા નિયમ પ્રમાણે ગણતરી કરીએ તો ૪૩૭૫ × ૪ ÷ ૩૦૦

= ૧૭૫૦૦ ÷ ૩૦૦ = ૧૭૫ ÷ ૩ = ૫૮$\frac{૧}{૩}$

એટલે ૫૮ આખા સમૂહ અને $\frac{૧}{૩}$ × ૭૫ = ૨૫ શેષ ગણાય.

બીજા નિયમ પ્રમાણે ગણતરી કરીએ તો ૪૩૭૫ ÷ ૭૫ = ?

તેમાં આપેલી સંખ્યા = ૪૩૭૫

+ આપેલી સંખ્યાનો $\frac{૧}{૩}$ = + ૧૪૫૮$\frac{૧}{૩}$

તેમાં ૩૩$\frac{૧}{૩}$ ÷ ૧૦૦ = $\frac{૧}{૩}$ ૫૮૩૩$\frac{૧}{૩}$ ÷ ૧૦૦ = ૫૮

તેથી ભાગની સંખ્યા ૫૮ અને શેષ $\frac{૧}{૩}$ × ૭૫ = ૨૫ ગણાય.

(૨) ૧૫, ૨૫, ૩૫, ૪૫, ૫૫, ૬૫, ૭૫, ૮૫, ૯૫ વડે ભાગવા હોય, ત્યારે ભાજ્યને ૨ વડે ગુણી અનુક્રમે, ૩૦, ૫૦, ૭૦, ૯૦, ૧૧૦, ૧૩૦, ૧૫૦, ૧૭૦, ૧૯૦ વડે ભાગવા જોઈએ.

(૩) ભાજક જ્યારે ૯૯, ૯૯૯ જેવા નવડાવાળો હોય ત્યારે નીચે પ્રમાણે ગણી શકાય છે. જેમ કે (૧) ૨૬૭૮૪ ÷ ૯૯ = ?

ટૂંકી રીત   બીજસંખ્યાની દૃષ્ટિએ ૯૯ = ૧૦૦−૧ છે. માટે

```
૨૬૭|૮૪
  ૨|૬૭      ૧૦૦−૧) ૨૬૭૮૪                  ભાગની સંખ્યા
   |૨              ૨૬૭૦૦+     + ૮૪              ૨૬૭
------             ૨૬૭૦૦−૨૬૭
  ૧|૫૩             −       +
   |૧          ----------------
------                 + ૨૦૦ + ૬૭               ÷ ૨
૨૭૦|૫૪                   ૨૦૦ − ૨
ભાગની|શેષ                 −     +
સંખ્યા|                  ----------
                          ૧૦૦+૫૩                + ૧
                          ૧૦૦− ૧              -------
                           −    +               ૨૭૦
                          ----------
                            ૫૪ શેષ
```

બાજુમાં બીજસંખ્યાની દૃષ્ટિએ ભાગાકાર ગણી બતાવ્યો છે. તેમાંથી ટૂંકી રીતની ઘટના આપોઆપ સ્પષ્ટ થઈ જાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) ૭,૧૪,૫૮૦ ÷ ૯૯૯ ?

ટૂંકી રીત

```
        ૭૧૪|૫૮૦
           |૭૧૪
     ------|------
         ૧ |૨૯૪
           |  ૧
     ------|------
ભાગની સંખ્યા = ૭૧૫ |૨૯૫ શેષ.
```

બીજગણિતની દૃષ્ટિએ ૯૯૯ = ૧૦૦૦ − ૧ ગણાય છે, માટે :

```
૧,૦૦૦ − ૧ ) ૭૧૪૫૮૦             | ભાગની સંખ્યા.
            ૭૧૪૦૦૦ + ૫૮૦       | ૭૧૪
          + ૭૧૪૦૦૦ − ૭૧૪       |
            −        +         |
            -----------        |
                  ૧૨૯૪         |
                ૧૦૦૦ + ૨૯૪     | ૧
                ૧૦૦૦ −   ૧     |
                 −       +     |
                ------  -----  | -----
                 શેષ    ૨૯૫    | ૭૧૫
```

આ પ્રમાણે બીજગણિતની દૃષ્ટિએ ભાગાકાર ગણી બતાવ્યો છે. તેમાં તેની ટૂંકી રીતની ઘટના આપોઆપ સ્પષ્ટ થઈ જાય છે.

સાદી સંખ્યાની ચાર પ્રાથમિક રીતો વિષે થોડો સામાન્ય વિચાર કરી લઈએ :

૧૧. આજથી ૫૦થી વધારે વરસ પહેલાં લાખ સુધીની સંખ્યા સાથે ચાર આંકડાના ગુણક અને ભાજક વડે ગુણાકાર તેમ જ ભાગાકાર બીજા ધોરણમાં શીખવવામાં આવતા હતા. દિવસોના દિવસો અને અઠવાડિયાંના અઠવાડિયાં સુધી બપોરના બધા જ સમયમાં એક ને એક જ રીતના જેમાંથી કોઈ પણ જાતનો ઉત્સાહ કે પ્રેરણા ન મળે એવા હિસાબો જ્યાં સુધી અભ્યાસક્રમમાં ચોકસાઈનો ગુણ કેળવાય નહિ ત્યાં સુધી ગણાવ્યે જ રાખવામાં આવતા હતા. એ બધું બાળમાનસને પ્રતિકૂળ હોવાને લીધે આ વિષયનું શિક્ષણ તદ્દન નીરસ થઈ જતું હતું. એ કારણને લીધે હાલમાં એ રીતો પહેલાં ચાર ધોરણમાં ધીમે ધીમે વિકસિત ક્રમમાં કેંદ્રાનુસારી પદ્ધતિથી શીખવવાનું

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

યેાજેલ છે. તદ્દન સાદામાં સાદી અને નાનામાં નાની સંખ્યા વડે એની એ જ રીતેા દઢ કરવામાં આવે છે, અને વધારે મુશ્કેલ વ્યવહાર સાથે એની એ રીતેા ફરી ફરીને યાદ કરાવવામાં આવે છે. તેથી એકની એક રીત જુદા જુદા વ્યવહારમાં યેાજાયેલી હેાવાથી શિક્ષણ નીરસ થતું નથી. એથી બાળકેાને કંટાળેા એાછેા આવે છે. એ રીતેાના અભ્યાસનું પુનરાવર્તન આપેાઆપ પ્રત્યેક વર્ષે થઈ જાય છે. તેને લીધે આ વિષયના શિક્ષણનેા વિકાસ શૃંખલાબદ્ધ આગળ ને આગળ વધારી શકાય છે.

૧૨. એ જમાનામાં અંકગણિતના હિસાબેા મેાઢે ગણાવવાનેા રિવાજ નહેાતેા. અંકગણિત પાટી ઉપર જ ગણાવાય, અને લેખાં મેાઢે જ ગણાવાય — આંકડા માંડવા દેવાય જ નહિ — એવી માન્યતા પ્રચારમાં હતી, અત્યારે લેખાં કૂંચીથી કે તેના ભાઈ ગુણેાત્તરથી ગણાવવાની રીતિ અદશ્ય થઈ ગઈ છે. તેને બદલે અંકગણિતના પ્રાથમિક અને સરળ હિસાબેા મેાઢે ગણાવવાની પ્રથા ચાલુ થઈ ચૂકી છે.

મેાઢે ગણાવવાના હિસાબેા ત્રણ સ્વરૂપમાં રજૂ કરી શકાય :

(અ) કેાઈ પણ નિયમ કે રીત દઢ કરાવવા માટે એ રીતના અનુબંધ (bonds)ની ખાતર યેાજેલા હિસાબેા.

(બ) અત્યંત સરળ અને એક જ પગથિયે ગણી શકાય તેવા વ્યાવહારિક હિસાબેા.

(ક) હિસાબની લાંબી ગણતરીએા મેાઢે ગણવા માટે વાપરવાની યુક્તિએા વખતે.

(અ) કેાઈ પણ નવી રીતનેા આરંભ કરતી વખતે એક જ પગથિયે ગણતરી કરી શકાય તેવા; નવી રીતની ઘટનામાં અગત્યનેા ભાગ ભજવે એવી ગણતરીએા; રીતના અનુબંધ તરીકે શરૂઆતમાં ગણવાની ઘણી જરૂર છે. આ પ્રમાણે ગણતરીની રીત આવડયા પછી તે રીતના તદ્દન સરળ હિસાબેા મેાઢે ગણાવવાનેા પ્રયત્ન કરવેા જોઈએ. તેમાં એક કરતાં વધારે પગથિયાં મેાઢે ગણવાનાં હેાય, ત્યારે એવા હિસાબેા કાળા પાટિયા ઉપર લખવા જ જોઈએ. કારણ કે એમ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri
ન કરવામાં આવે ત્યારે હિસાબની ગણતરી કરવાની શરતો અને તેના આંકડા એ બંને મોઢે રાખવા, અને ગણતરી કરવી એ બંને ક્રિયા એકી સાથે કરવાનું કામ બાળકને મુશ્કેલ પડે છે. આપણો પ્રાથમિક હેતુ મોઢે ગણતરી કરતાં શીખવવાનો છે, ગણતરીની શરતો અને આંકડાઓ સ્મૃતિ વશ રખાવવાનો નથી. માનસિક ઉંમરના વિકાસના પ્રમાણમાં એ શરત અને આંકડા મોઢે યાદ રાખી શકાય છે, શરૂઆતમાં એ કામ કઠણ છે.

ગણતરીમાં અનુકૂળ સંયોગો પારખી કાઢતાં આવડે, તો તેમાં યુક્તિપુરઃસર મોઢેથી ગણતરી કરતાં આવડે, માનસિક ઉંમર વધે તેમ સાદામાં સાદી ગણતરીઓ કરવાને માટે માલૂમ પડતી યુક્તિઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના રહેવું ન જોઈએ. જૂના જમાનામાં ગણતરીમાં પ્રધાન સાધન આંક હતા. અત્યારે ગણતરીની કળા પ્રાપ્ત કરવાનું સાધન ગણતરીની યુક્તિઓ છે. સહજ લાંબી ગણતરી પ્રસંગે આંકડા મૂકવાની પણ છૂટ આપવી જોઈએ.

૧૩. સામાજિક વ્યક્તિઓ અંકગણિતની ગણતરીઓ મોઢેથી જ કરે છે. આપણી આ પેઢી એ સમાજને યોગ્ય બને એ દૃષ્ટિ આપણે ભૂલવી ન જોઈએ. સમાજમાં ઘણીયે વ્યક્તિઓ એવા અંકગણિતના હિસાબો તર્કશાસ્ત્રની પદ્ધતિએ લખી બતાવી જાણતી નથી. અત્યારે આપણી શિક્ષણપ્રથાને ઘડનાર મહાનુભાવોનો ઘણો મોટો ભાગ અંકગણિતના હિસાબ ગણવાને બદલે લખવાની પદ્ધતિ ઉપર જોઈએ તે કરતાં વધારે ભાર આપે છે, અને આગ્રહ રાખે છે. તેને લીધે બાળક તર્કસિદ્ધ પગથિયાં લખવાના શ્રમમાં પડે છે, અને એ માનસિક શ્રમથી થાકેલું બાળક ગણતરીના ક્રમિક વિકાસ સાધવામાં થોથવાઈ જાય છે. પરિણામે કોઈક સ્થળે ગબડી પડે છે. ગણતરીમાં **ચોકસાઈ** અને **ત્વરા** એ બે ગુણો જ અંકગણિત શિક્ષણમાં બહુ જરૂરી છે. તાર્કિક પદ્ધતિએ વિગતવાર લખાણ લખી ગણતરી તૈયાર કરાવવી એ જ સાધ્ય હોવું ન જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૪. હિસાબો બાળજીવન અને તેની આસપાસના સામાજિક વ્યવહારમાંથી ઉપજાવેલા હોવા જોઈએ. શિક્ષકે આને માટે સામાજિક, આર્થિક અને રાજદ્વારી પરિસ્થિતિનું આંકડાની દૃષ્ટિએ બારીક નિરીક્ષણ કરતા રહેવું જોઈએ; તેમાંથી દાખલાનું આયોજન વિશાળ દૃષ્ટિએ સમાજની વિવેકબુદ્ધિ સતેજ થાય તે રીતે કરવું જોઈએ. અંકગણિતની રીતોનું વર્ગીકરણ કોઈક એવા વિચિત્ર સંયોગો અને સમજણથી થયેલ છે કે માત્ર સાદી રીતોનો જ ઉપયોગ થતો હોય, એવી ગણતરીઓ તેમાં સમાયેલ વ્યવહારની ખાતર પૂછી શકાય નહિ તેમ ઘણાનું માનવું છે. જેમ કે, જે ગણતરીઓ માત્ર ગુણાકાર અને ભાગાકારથી જ થતી હોય, તેવી ગણતરીઓ ત્રિરાશિની દૃષ્ટિએ વિચારી પ્રમાણ મૂક્યા પછી જ ગણી શકાય, એવું શાળાના વાતાવરણમાં પ્રવર્તી રહ્યું છે. સાદો ભાગાકાર પણ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે જ ગણતરી કરીને કરે, ત્રિરાશિ અને સામાન્ય અપૂર્ણાંક એ બે વિદ્યાર્થીઓને ગણતરી કરવાનાં સૌથી મોટાં સાધનો છે. એ યાંત્રિક જડતાએ વાસ્તવિક ગણતરી ગણવાની શક્તિનો જરાયે વિકાસ થવા દીધો નથી.

(૧) ૧ મણ ચોખાનો ભાવ રૂ. ૩ હોય, તો ૫૨૭ મણની કિંમત કેટલી ?

(૨) ૭ મણ તેલના રૂ. ૩૫ બેસે તો ૧ મણનો ભાવ કેટલો ગણાય ?

(૩) ૧ મણ ઘઉંના રૂ. ૧૬ બેસે તો ૫ મણનું શું બેસે ?

આ ત્રણેય હિસાબો સાદા ગુણાકાર ભાગાકારના છે. તેને ત્રિરાશિનું પ્રમાણ મૂકી ગણવાની જરૂર નથી.

જેમાં માત્ર પૂર્ણાંક સંખ્યાની ગણતરી આવે, અને જવાબ પણ જેમાં પૂર્ણાંક જ આવે, એવા ઘણાય હિસાબો ચાર સાદી રીતોનો ઉપયોગ કરવાની દૃષ્ટિએ શા માટે શીખવવા ન જોઈએ ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૮. પરિમાણ માપનાર એકમો

૧

લાંબા સમય સુધી સર્જન અને વિવેચનથી વિશુદ્ધિ કરીને કોઈ પણ પ્રયત્ને પૂર્ણતા પ્રાપ્ત કરવી એ આ જિંદગીનું લક્ષ્ય છે. **—ટી. પી. નન**

૧. ભૌતિકશાસ્ત્ર (Physics) ની દૃષ્ટિએ કોઈ પણ દ્રવ્યના ગુણનું પૃથક્કરણ કરતાં સૌથી પહેલાં આકાર, સ્વરૂપ, મહત્ત્વ અને ઘટના સંબંધે જાણવાની એક પછી એક વૃત્તિ જાગે છે. પદાર્થના આકાર – રૂપનો નિર્ણય ભૂમિતિના જ્ઞાનથી કરી શકાય છે. પદાર્થના સ્વરૂપ – સ્થિતિ : વાયુ, પ્રવાહી, ઘનરૂપ સ્થિતિના આધારે રહેલા બીજા ગુણોનું અન્વેષણ કરવું એ ભૌતિકશાસ્ત્ર — ગણિતશાસ્ત્રનું કામ છે. મહત્ત્વ જાણવું એટલે વ્યવહાર સાધવામાં સાધનરૂપ થાય તેવી ગણતરી કરવી એ **ગણિતશાસ્ત્રનું** કામ છે, અને પદાર્થનો ઘટના સંબંધે તાત્ત્વિક વિચાર કરવો એ રસાયનશાસ્ત્રનું કામ છે.

૨. ઇલેક્ટ્રોન કે પ્રોટોનથી માંડી આપણી દૃષ્ટિથી અગમ્ય અને બુદ્ધિથી અમાપ્ય એવા મહાન વિશ્વ સુધીમાં અનેક ભિન્ન ભિન્ન મહત્ત્વનાં, વાયુ, પ્રવાહી, કે ઘનરૂપ સ્થિતિમાં જુદા જુદા આકારનાં **પરિમાણો** – પદાર્થો – આપણી આસપાસ વીખરાયેલાં પડેલાં છે. એ પ્રમાણે વિશ્વનિરીક્ષણના યોગે આપણને કોઈ પણ પરિમાણની ઓળખાણ થાય છે, ત્યારે તેની સ્થિતિ, આકાર અને કદનો અડસટ્ટે નિર્ણય કરવાનું મન થાય છે. ત્યાર પછી એના જેવા જ બીજા સજાતીય પરિમાણનું દર્શન થાય છે, ત્યારે એ બે પરિમાણોની સરખામણી કરવાની ઇચ્છા થાય છે.

એ સરખામણી બે પ્રકારે થાય છે: પ્રથમ સ્થૂળ તુલના-સ્થિતિ અને કદની દૃષ્ટિએ, નાનું મોટું, ભારે હળવું, એવી સામાન્ય સાપેક્ષ સરખામણીને વધારે બારીકીથી વિચારવાની જિજ્ઞાસા થાય, ત્યારે એ સરખામણી કરવાનાં પરિણામોમાંથી કયું કેટલું નાનું કે મોટું, કેટલું

Perfection is a goal to be reached, if at all, only after a long process of purification by criticism and reconstruction. — *T. P. Nunn*

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ભારે કે હળવું, એ વગેરે સ્વરૂપે નિર્ણય કરવાની વૃત્તિ જાગે છે. આ બીજા પ્રકારની તુલના વૈજ્ઞાનિક ગણાય છે. જ્યારે સરખામણી કરવા યોગ્ય બંને સજાતીય પરિમાણોનું મહત્ત્વ જાણવાની ઇચ્છા થાય છે, ત્યારે એવાં બંને સજાતીય પરિમાણોનું મહત્ત્વ નિર્માણ કરનાર એક **નિશ્ચિતમાપ-એકમ** ઠરાવવાની જરૂર પડે છે. એટલે ટૂંકામાં નિરીક્ષા, તુલના, અને તારતમ્યસૂચક મહત્ત્વ જાણવાની ઇચ્છા એ ત્રણ માનસિક વૃત્તિઓમાંથી પસાર થયા પછી જ પરિમાણ માપનાર **એકમ** નિર્માણ કરવાની વૃત્તિ પેદા થાય છે.

[૧] ઘાસના પૂળાની ગંજીનું માપ લેવું હોય ત્યારે ગણક એક હાથમાં **ત્રણ** અને બીજા હાથમાં **બે** મળીને પાંચ, પાંચ, પૂળા –પંચોરના માપથી – એકમથી ગણતરી શરૂ કરે છે. દરેક ગણતરી વખતે ક્રમના ભાવથી, તેમ જ સમૂહના ભાવથી ગણતરી સૂચક સંજ્ઞા – સંખ્યાનો નામોચ્ચાર કર્યે જ જાય છે. તે વખતે ગણતરી કરવાના માપ – એકમનો કે દ્રવ્યની જાતિનો ઉલ્લેખ કરવામાં આવતો નથી.

[૨] અનાજનો ઢગલો પડેલો હોય, ત્યારે તેની મહત્તા – પરિમાણ જાણવા ઇચ્છનાર વ્યક્તિ કાં તો તેને કોઈપણ માપથી માપીને – ભરીને તેનું મહત્ત્વ જાણે છે, અથવા દશદશ શેર કે મણથી તોળીને તેનું મહત્ત્વ જાણવા પ્રયત્ન કરે છે. ગણતરીની પ્રત્યેક ક્રિયા વખતે માપેલા કે જોખેલા પ્રત્યેક એકમને ગણતરી સૂચક સંજ્ઞાથી સંબોધી **સંખ્યા**નો ઉચ્ચાર કરતો જાય છે, કે અંતે છેલ્લા એકમને જે ગણતરી સૂચક સંજ્ઞા – સંખ્યા સંબોધે છે, તેની સાથે તે પરિમાણનું માપ લેવા યોજાયેલ મહત્ત્વ-એકમ તેમ જ દ્રવ્યની જાતિનો ઉલ્લેખ કરે છે.

ગણતરીની ક્રિયાના પરિણામમાંથી **સંખ્યા**ની ઉત્પત્તિ થાય છે.

[૩] સમાજની સંપત્તિની વૃદ્ધિની સાથે જ તે સંપત્તિનું મૂલ્યાંકન કરવાની જિજ્ઞાસા થાય છે. સમાજસુધારાના પ્રારંભકાળમાં એક માણસ પોતાને ત્યાં બિનજરૂરી કે વધારાની ચીજો, જે બીજાને ઉપયોગી હોય, તેમ જ બીજા કોઈને ત્યાંની બિનજરૂરી ચીજો

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પોતાને જરૂરી જણાતી હોય, ત્યારે એવા પદાર્થોનો અદલોબદલો–સાટું–કરીને પોતાનો વ્યવહાર નિભાવી લેતો હતો; અથવા એક માણસ પોતાની જાતની સેવા, મજૂરી બીજાને આપીને જોઈતા પદાર્થ, સેવા સ્વીકારનારની પાસેથી મેળવતો હતો. અત્યારે સુધરેલા સમાજમાં સાટું અને સેવાના મૂલ્યનો નિર્ણય કરનાર એકમ તરીકે પદાર્થો રહ્યા નથી, પણ તેને બદલે **નાણું** ઊભું કરવામાં આવેલ છે.

આ રીતે આપણા રોજના વ્યવહારમાં બે પ્રકારના એકમોનો આપણે ઉપયોગ કરીએ છીએ:

૧. ગણીને, ભરીને કે માપીને, તોળીને દ્રવ્યના સમૂહના હરકોઈ પરિણામનું મહત્ત્વ જણાવનાર એકમ.

૨. અદલોબદલો કે સાટું: એનો નિયામક એકમ: નાણું.

૩. કોઈ પણ દ્રવ્યની મહત્તાનો ખ્યાલ તે પરિમાણને માપનાર એકમથી; અને તે એકમદર્શક ગણતરીથી આવે છે–દ્રવ્યની જાતિથી નહિ. મહત્તાનો નિર્ણય કરી આપનાર એકમ પરિમાણની વિપુલતાના પ્રમાણમાં યોજવામાં આવે છે. એટલે દ્રવ્યના પરિમાણની મહત્તાનું માપ એવા સ્વાભાવિક કે ગૌણ એકમથી લેવામાં આવે છે. પરિણામ માપવાની ક્રિયાને ગણતરી કહે છે. એવી ગણતરીદર્શક સંજ્ઞાને **સંખ્યા** કહે છે. આ સંજ્ઞા–સંખ્યાને ગણતરી કરવાના દ્રવ્યના સ્વરૂપ કે જાતિને ગણતરી કરવાના એકમ કે ગણતરી કરવાના ક્રમ સાથે સંબંધ નથી. એટલે ગણતરી કરવાના દ્રવ્ય, જાતિ, અને એકમથી સંખ્યા **સ્વતંત્ર**–નિરપેક્ષ છે.

૨૫ સો માણસ, ૯૩૦ લાખ માઈલ,

આ ઢગલામાં પાસેના ઢગલાના ત્રીજા ભાગ જેટલા ઘઉં છે.

કોઈ પણ પરિમાણની મહત્તાનો ખ્યાલ, તેની જાતિ, તે મહત્તા માપનાર એકમ અને મહત્તાને જાણવાની ક્રિયાનું પરિણામ એટલે કે ગણતરીદર્શક સંજ્ઞા–સંખ્યા એ ત્રણથી આવે છે. ટૂંકમાં દ્રવ્યના પરિમાણની મહત્તા = સંખ્યા + એકમ + જાતિ.

पुस्तकालय
गुरुकुल कांगड़ी
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આપણે ગણતરીમાં સામાન્ય રીતે એકને જ એકમ ગણીએ છીએ, લખીએ છીએ, પણ બધી વખત એમ હોતું નથી. એકમ એકથી અનેક ગણો પણ હોય, તેમ જ એકમ એકનો ગમે તે ભાગ પણ હોય.

એ પ્રમાણે એકમ એક સિવાયના માપનો હોય છે ત્યારે ગણતરી-સૂચક સંખ્યા સાથે એકમનો સ્પષ્ટ નિર્દેશ કરવો જોઈએ.

એક સર્વવ્યાપક છે. એના એ સર્વવ્યાપકત્વ ગુણને લીધે જ જેમ ગણિતશાસ્ત્રમાં બીજે સ્થળે તેનો સ્પષ્ટ નિર્દેશ કરવામાં આવતો નથી, તેમ જ ગણતરી કરનાર એકમ એક હોય, ત્યારે સંખ્યાની સાથે સીધી જાતિ જ આવે છે. એકમ તરીકે એકનો ખ્યાલ પરસ્પરના સંબંધ ઉપરથી નક્કી થાય છે.

૨

૪. પાંચ છોકરા આવ્યા છે. તેમાં પાંચ એ સંખ્યાવાચક વિશેષણ છે. અને 'છોકરા' એ શબ્દ પાંચનો વિશેષ્ય છે.

પાંચ એ સંખ્યાવાચક શબ્દ છોકરાના અર્થમાં વધારે સ્પષ્ટતા કરે છે એટલે એવા સંબંધ વિના એકલો વાપરવામાં આવતો પાંચ, અને છોકરા શબ્દ સાથે વપરાયેલ પાંચ, એ બંને પાંચ શબ્દના અર્થમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી. પાંચ એ શબ્દ બીજા નામના અર્થમાં મહત્ત્વસૂચક ફેરફાર દર્શાવે છે, જો કે સંખ્યાવાચક શબ્દ પોતે નિર્વિકારી છે, છતાં જેની સાથે સંબંધમાં આવે છે તે નામના અર્થમાં મહત્ત્વદર્શક અર્થની વિશેષતા બતાવે છે. તેથી તેવી સંખ્યાને **વિશેષ્ય સહિત સંખ્યા**–ટૂંકામાં **વિશેષ સંખ્યા** કહેવાની પ્રથા પડેલી છે. ત્યારે સંખ્યાનો ખાસ (concrete) ઉપયોગ થાય છે. તેવી પરિસ્થિતિમાં સંખ્યાનો પરિમાણની જાતિ સહિત નિર્દેશ કરવામાં આવે છે. તેથી તેની જાતિયુક્ત સંખ્યા ટૂંકામાં **જાતિસંખ્યા** પણ કહી શકાય, એટલે એ રીતે વિશેષ્યયુક્ત સંખ્યા કે જાતિયુક્ત સંખ્યાને ટૂંકામાં **વિશેષ સંખ્યા** કહેવાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

સંખ્યાનો ઉપયોગ નીચેના ત્રણ કે બે સ્વરૂપે થાય છે.

	૧. એક સિવાયના એકમ	૨. એક એ જ એકમ
સાદી સંખ્યા :	૭	૭ ૩
વિશેષ સંખ્યા : એકમ સહિત સંખ્યા :	૭ મણ	૭ ઘોડા ૩ ગાય.
પરિમાણ – જાતિ, એકમ અને સંખ્યા :	૭ મણ ઘઉં	

જ્યારે સંખ્યા એકલી જ વપરાય ત્યારે તેને સાદી સંખ્યા કહે છે. સાદી સંખ્યા એ વિશેષ સંખ્યાનું નિર્વિશિષ્ટ સ્વરૂપ છે.

સંખ્યા, એકમ, અને જાતિ એ ત્રણ અંગોની એકવાક્યતાથી દ્રવ્યના પરિમાણનું મહત્ત્વ જાણી શકાય છે.

૫. [અ] પરિમાણને માપનાર એકમના ભાગની ગણતરી કરવા માટે મુખ્ય–**પ્રધાન એકમ**ના વિભાગસૂચક **ગૌણ એકમો** નક્કી કરવામાં આવેલા હોય છે. તેમ જ મોટા પરિમાણની ગણતરી કરવા માટે પ્રધાન એકમથી અમુક ગણા જથાના પ્રભાગસૂચક ગૌણ એકમો પણ નક્કી કરવામાં આવેલ હોય છે. જેમ કે મણને પ્રધાન એકમ ગણીએ તો ખાંડી અને શેર એ બે ગૌણ એકમોમાં ખાંડી પ્રભાગસૂચક ને શેર વિભાગસૂચક એકમ ગણાય. રૂપિયાને પ્રધાન એકમ ગણીએ તો આના અને પાઈને ગૌણ એકમ ગણાય છે.

[બ] પ્રભાગ એકમ, પ્રધાન એકમ, વિભાગ એકમ સૂચક સંખ્યાઓ મહત્ત્વના પ્રમાણમાં એક પછી એક લખાય છે, અને તેમની વચ્ચે કાં તો – આવી નાની લીટી લખવામાં આવે અને કાં તો : આવાં બે ટપકાં મૂકવામાં આવે છે જેમ કે રૂ. ૭–૫–૬, રૂ. ૭ : ૫ : ૬ પ્રથમ એકમની સાથે એકમની જાતિ જણાવવામાં આવે છે. પછી રૂઢપ્રણાલીથી બાકીની સંખ્યાના એકમો યથાક્રમ જાણી લેવાના હોય છે. આ રીતે રજૂ કરેલી વિશેષ સંખ્યાના સમુદાયને **વિવિધ પરિમાણ** (Concrete quantities) કહે છે.

કોઈ પણ પ્રધાન એકમ અને ગૌણ એકમનું શિક્ષણ આપવામાં બે તબક્કા સ્વીકારવા જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧. ઓળખાણ અને ૨. તેમની વચ્ચેનો પરસ્પરનો સંબંધ. એ સંબંધ ઉપરથી પરિમાણના એકમોનું કોષ્ટક તૈયાર કરાવી શકાય છે.

[ક] વિવિધ પરિમાણમાં સજાતીય એકમોને જ એક સાથે રજૂ કરી શકાય છે, વિજાતીય એકમો એક સાથે રજૂ કરી શકાતા નથી.

[ડ] જેમ સાદી સંખ્યામાં એક અંકસ્થાનથી બીજા અંકસ્થાન દશ ગણું ચઢિયાતું કે દશ ગણું ઊતરતું હોય છે, તે જ પ્રમાણે પરિમાણના એકમનો સંબંધ એવો એક સરખા ગણા કે ભાગનો નથી. તેથી જ એવી જુદાં જુદાં પરિમાણસૂચક એકમના સમુદાયવાળી સંખ્યાને **વિવિધ પરિમાણ** એવું નામ આપવામાં આવે છે.

[ઈ] ફ્રાંસે પોતાના દેશમાં પરિમાણસૂચક એકમોના પ્રભાગ અને વિભાગ સાદી સંખ્યાની માફક દશગણા કે દશમા ભાગના જ ઠરાવેલા છે. તેથી તેમની પદ્ધતિ પ્રમાણે ગણતરી કરવાનું કામ અંત્યત સરળ અને ઝડપી બને છે. છતાં જગતમાંના રૂઢિચુસ્ત દેશોએ એ પદ્ધતિનો હજીયે સ્વીકાર કરેલો નથી. જોકે દુનિયાના લગભગ બધા જ દેશોમાં વૈજ્ઞાનિક ગણતરી કરવામાં તો ફ્રેંચપદ્ધતિનો જ ઉપયોગ અત્યારે થઈ રહ્યો છે. હમણાં જ આપણા દેશમાં નાણાંને દશાંશ પદ્ધતિએ રજૂ કરવાની હિલચાલ થઈ રહી છે.

૩

હવે આપણે એક પછી એક પરિમાણસૂચક એકમોનો વિચાર કરીએ.

૬. આપણો જીવનવ્યવહાર મૂલ્ય ઉપર પ્રવર્ત્તે છે, અને કોઈ પણ પદાર્થના એવાં મૂલ્યાંકનનો આધાર બે અંગો ઉપર છે :

[અ] પરિમાણ જણાવનાર મહત્ત્વ, **જથ્થો**

[બ] તે પરિમાણના માપના એકમ ઉપર **ભાવ**

કારણ કે મૂલ્ય = ભાવ × મહત્ત્વ છે. ભાવ નાણાંના વિવિધ પરિમાણ વડે દર્શાવાય છે, અને પરિમાણના મહત્ત્વનો નિર્ણય તેને માટે કાયદા કે રૂઢિથી સ્થાપિત થયેલા એકમો વડે માપવાથી મળી આવે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૭. [અ] ઘણા પ્રયાસને અંતે, ઓછા પ્રમાણમાં પ્રાપ્ત થાય એવી, ચળકતી, આકર્ષક, હવામાનની અસરથી જેને કાટ ન લાગે એવી, જેને ઘસારો ઘણો ઓછો લાગે તેવી કઠણ **ધાતુને નાણાં** તરીકે ઘણા જૂના સમયથી સુધરેલી દુનિયા સ્વીકારતી આવે છે, અને આ અર્થશાસ્ત્રના યુગમાં શાખ—પ્રતિષ્ઠા—ઉપર નભતું રાજ કે વેપારી સંસ્થાઓ તરફથી પ્રચારમાં મુકાયેલું **કાગળનું નાણું** આજે દુનિયાભરમાં ચાલે છે. અત્યારે આપણે ત્યાં તેમ જ લગભગ આખાય જગતમાં સોનાનો—સોનૈયો સમૂળો અદૃશ્ય થઈ ગયો છે. તેમ જ અત્યારે તો રૂપાનો રૂપિયો પણ અદૃશ્ય થયે જાય છે. અત્યારે તાંબાનો તાંબિયો, અને બીજા નિકલમિશ્રિત સિક્કાઓ ચલણમાં છે. સોનાની જગાએ કોઈક કાળે પ્લેટિનમ ધાતુ આવે તો નવાઈ પામવા જેવું નહિ ગણાય.

[બ] પદાર્થનું મૂલ્યાંકન કરનાર નાણાંનો સિક્કો રૂપિયો છે. તેથી તે નાણાંનો **પ્રધાન એકમ** ગણાય છે. કિંમતની ગણતરી કરવામાં સરળતા અને ચોકસાઈ આણી શકાય એટલા સારુ એ રૂપિયાના આનો અને પાઈ એ બે પેટા—**ગૌણ એકમો** યોજેલા છે. રૂપિયાના ધાતુના સિક્કાને બદલે રૂપિયાનો કાગળનો સિક્કો ચલણમાં વધારે વપરાય છે.

[ક] કિંમતની ગણતરી નાણાં વડે થાય છે. નાણાંની ગણતરીમાં આ બંને પ્રકારના એકમો સિવાય અદલોબદલો કરવામાં સગવડ મળે એટલા સારુ તેમની વચ્ચે બીજા ૬ સિક્કાઓ યોજવામાં આવેલ છે.

૧. પાઈ અને એક આનાના સિક્કાની વચ્ચે અધેલો, પૈસો, ઢબુ. તેમાં પાઈ અને અધેલો લગભગ અદૃશ્ય થઈ ગયેલ છે.

૨. એક આનો અને રૂપિયો એ બે સિક્કાની વચ્ચે બેઆની, પાવલી, અડધો એ ત્રણ સિક્કાઓ યોજવામાં આવેલ છે.

૩. આ સિવાય અત્યારે માત્ર કિંમતની ગણતરી કરવામાં જ વપરાતો પણ ચલણમાં નજરે ન પડતો રૂપિયાના સોમા ભાગ—શતાંશ જેટલો

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

દોકડાનો સિક્કો પણ ઉપયોગમાં આવે છે. અને હવે થનારી નવી નાણુંની દશાંશ ગણુતરીમાં એ દોકડો 'નયા પૈસા' નામે ફરી શરૂ થવાનો છે.

૫. આ ઉપરાંત રાજ તરફથી ૫, ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, એમ જુદી જુદી કિંમતની કાગળની ચલણી નોટો પણ નાણાં તરીકે ચાલે છે. તેમ જ બેંકના ચાલુ ખાતામાં નાણાં જમા રાખી વેપારીઓ શાખને આધારે હૂંડી અને ચેકનો પણ નાણાં તરીકે ઉપયોગ કરે છે.

૮. પરિમાણના એકમની **ઓળખાણ** અને પરિમાણના એકમોનો પરસ્પરનો **સંબંધ** એ બે દૃષ્ટિએ વિચારણા કર્યા પછી જ કોષ્ટકો તૈયાર કરાવવાં જોઈએ. નાણાંના સિક્કાની ઓળખાણ કરાવ્યા પછી જ અરસપરસના સંબંધોનો નિર્ણય જાણી લીધા પછી તેમની યાદી યથાક્રમે બનાવવી જોઈએ :

[૧] ગણુતરીની દૃષ્ટિએ : ૧૨ પાઈ = ૧ આનો
૧૬ આના = ૧ રૂપિયો

[૨] પરસ્પરના સંબંધની દૃષ્ટિએ :

[અ] મોટી ગણુતરી માટે :

રૂ.	અડધા રૂ.	પાવલી	બે આની	આની
૧	૨	૪	૮	૧૬
	૧	૨	૪	૮
		૧	૨	૪
			૧	૨

(બ) બારીક ગણુતરી માટે :

આનો	ઢબુ	પૈસા	અધેલો	પાઈ
૧	૨	૪	૮	૧૨
	૧	૨	૪	૬
		૧	૨	૩
			૧	૧½

નોંધ: અધેલો અને પાઈ અત્યારે તો ચલણમાંથી લગભગ અલોપ થઇ ગયા છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪

૯. ૧. ભાવનો નિર્ણય કરનાર નાણાંનાં વિવિધ પરિમાણની ચર્ચા કરી. હવે મહત્ત્વનો નિર્ણય કરનાર જુદા જુદા એકમો આપણે જાણવા રહ્યા. તેથી તેની એક પછી એક વિગતમાં ઊતરીએ.

પદાર્થના સ્વરૂપ–સ્થિતિ–ઉપરથી તેના મહત્ત્વને માપવાના એકમો ઘણુંખરું યોજવામાં આવેલ છે. જે પરિમાણ બંધનરહિત હોય, જેના ઘટકો એક સરખા આકાર અને માપના હોય, તેવા પરિમાણના મહત્ત્વનો નિર્ણય

(૧) પરચૂરણ લેવડદેવડ વખતે અથવા નાના પ્રમાણમાં લેવડદેવડ કરવી હોય, ત્યારે ગણીને કરવામાં આવે છે. કેળાં, લીંબુ, નારંગી, ચીકુ વગેરે ફળો, નળિયાં, ઈંટો, વળી, વાંસ વગેરે પદાર્થો ઘણુંખરું ગણીને વેચાય છે. એવા કુદરતી પદાર્થો એકસરખા આકારના હોવા છતાં હમેશાં એકસરખા માપ કદના હોય, એવું હોતું નથી.

(૨) જથાબંધ માલના મહત્ત્વનો નિર્ણય કરવાનો હોય, ત્યારે તેવા જથાના ઘટકોને જુદા જુદા વળમાં છૂટા પાડી ગણીને, અથવા સામટો માલ તોળીને કરવામાં આવે છે. એટલે વ્યવહારમાં એકનો એક પદાર્થ જથાબંધ ખરીદીવેચાણ માટે, તેમ જ છૂટક ખરીદી-વેચાણ માટે જુદા જુદા એકમથી ખરીદાય છે, તેમ જ વેચાય છે. જેમ કે લીંબુ, મોસંબી, સંતરાં, કેળાં એવાં ફળો વેચવાનો ધંધો કરનારા. તે બધો નાનો મોટો માલ જથાબંધ તોળીને લે છે, અને પરચૂરણ વેચનારા તેને ડઝનના ભાવે વેચે છે. છતાં નળિયાં, ઈંટો, ઘાસના પૂળા, કડબના પૂળા વગેરે સો નંગના ભાવે વેચાય છે. ત્યારે તેવા જ પ્રકારનો માલ કાગળ તોલથી ખરીદાય છે. અને પરચૂરણ નંગના ભાવે વેચાય છે.

નાના પ્રમાણમાં છૂટી ગણતરી કરી શકાય એવા જથા માટે ગણતરીના એકમો :

૨ નંગ = ૧ જોડી	૧૨ નંગ = ૧ ડઝન
૫ નંગ = ૧ પંચોર	૧૨ ડઝન = ૧ ગ્રોસ

૬ નંગ = ૧ છક્કું (કેરી વગેરે ગણવામાં વપરાય છે.)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

 Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૦ નંગ = ૧ દશકો ૨૦ નંગ = ૧ કોડી

પણ કાગળ માટે ૨૪ કાગળ = ૧ ધા ૨૦ ધા = ૧ રીમ

સામાન્ય લખાણુમાં વપરાતા કાગળના રીમમાં ૪૮૦ કાગળો હોય છે, પણ છાપવાના કાગળનાં રીમોમાં ૫૦૦ કાગળો આવે છે. એવાં ૧૦ રીમની ગાંસડી બાંધવામાં આવે છે.

ઈંટો સામટી હજારના ભાવે વેચાય છે. કારણુ કે વપરાશ સંખ્યાબંધ છે. જેથી એવા મોટા પરિમાણુના મહત્ત્વનો નિર્ણય કરી આપનાર એકમ પણ મોટો નિર્માણુ કરવામાં આવેલ છે.

જ્યારે કોઈ પણ પરિમાણુના મહત્ત્વનો ખ્યાલ ગણીને કરી શકાય તેમ ન હોય, ત્યારે તેને તોળીને, ભરીને કે માપીને કરવામાં આવે છે.

૫

૧૦. [૧] પરિમાણુના એકંદર મહત્ત્વની વિપુલતાના પ્રમાણુમાં તેને માપવાના એકમની યોજના કરવામાં આવે છે. ઘઉંનો મોટો ઢગલો પડ્યો હોય, તો તેના મહત્ત્વના પ્રમાણુમાં તેનો નિર્ણય મણુના મણીકાથી, કોથળાથી, ખાંડીથી, ટનથી કરવામાં આવે છે. પારમાં કેટલું ઘી છે, તેનો નિર્ણય કરવો હોય તો શેરનાં કાટલાંથી તોળીને કરવામાં આવે છે.

[૨] વ્યવહારમાં આ પ્રમાણે માપ લેવામાં આવે છે, ત્યારે તેની ચોકસાઈની હદ હોય છે, બહુ ઝીણુવટથી માપ લેવામાં આવતું નથી.

(અ) કોથળા જેવા મહત્ત્વનું વજન મણુથી લેવામાં આવે છે, તેની સાથે પા, અડધા, પોણા શેર સુધીના તોલને લક્ષમાં લેવામાં આવે છે. પણ તેવા તોલમાં છટાંક, અધોળ, કે રૂ. ભાર સુધી તોલનો અડસટ્ટો કાઢવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવતો નથી.

(બ) શેરના એકમથી કોઈ પણ પરિમાણુ તોળવામાં આવે, તો તેમાં અધોળ, કે રૂ. ભાર સુધીના તોલને ગણતરીમાં લેવામાં આવે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

છે, પણ તેની સાથે પા કે અડધા રૂ. ભાર સુધી તોળવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવતો નથી.

(ક) સોના રૂપા જેવી કીમતી ધાતુનો તોલ કરવાનો હોય, ત્યારે રૂપિયાભાર કે તોલાથી માંડીને ગ્રેન સુધી તોળવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે છે.

એટલે આ માપોના એકમોનો ઉપયોગ કેમ થાય છે, અને કેટલી હદ સુધી થાય છે, તેનું નિરીક્ષણ કરીને આપણી શાળામાં આપણે શિક્ષણ આપવું જોઈએ.

૧૧. [અ] હળવા વજનના પ્રધાન એકમ તરીકે શેરને સ્વીકારીએ, ત્યારે તેની નીચેનાં અડધો શેર, પાશેર, અધ પાશેર, છટાંક, અધોળ રૂ. ભાર એ બધા ગૌણ એકમોની ઓળખાણ અને સંબંધનો નિર્ણય કરવો જોઈએ.

(૧) ગણતરીની દૃષ્ટિ : ૮૦ તોલા – રૂપિયાભાર = ૧ શેર.

(૨) પરસ્પરના સંબંધની દૃષ્ટિ :

શેર	અર્ધો શેર	પાશેર	અધપાશેર	છટાંક	અધોળ	રૂ.ભાર
૧	૨	૪	૮	૧૬	૩૨	૮૦
	૧	૨	૪	૮	૧૬	૪૦
		૧	૨	૪	૮	૨૦
			૧	૨	૪	૧૦
				૧	૨	૫

[બ] ભારે વજનના પ્રધાન એકમ તરીકે મણને સ્વીકારીએ, ત્યારે તેની નીચેના અર્ધો મણ, પા મણ, પાંચશેર (તોલું), અઢી શેર સવાશેર, ચાર શેર, બશેર અને એક શેર એ ગૌણ એકમોની ઓળખાણ અને સંબંધનો નિર્ણય તૈયાર કરાવવો જોઈએ.

(૧) ગણતરીની દૃષ્ટિ : ૪૦ શેર = ૧ મણ.

(૨) પરસ્પરના સંબંધની દૃષ્ટિ :

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

મણ	અર્ધો મણ	પા મણ	પાંચ શેરી	અઢી શેરી	શેર
૧	૨	૪	૮	૧૬	૪૦
	૧	૨	૪	૮	૨૦
		૧	૨	૪	૧૦
			૧	૨	૫
				૧	૨$\frac{૧}{૨}$

[ક] અત્યંત ભારે વજન માટે ટનના પ્રધાન એકમથી ગણતરી કરવામાં આવે છે. રેલવે ડબ્બામાં સમાતા માલના આંકડાનો ખ્યાલ ટનથી કે બંગાળી મણથી આપી શકાય છે.

અંગ્રેજી પરિમાણોનો અભ્યાસ આપણી શાળાઓમાં અયોગ્ય અને વિવેકહીન દૃષ્ટિએ કરવામાં આવે છે. ૧૬ ડ્રામ = ૧ ઔંસથી માંડી ૨૦ હંડ્રવેટ = ૧ ટન સુધીના અંગ્રેજી સાધારણ તોલનું કોષ્ટક કે ૨૪ ગ્રેન = ૧ સ્ક્રૂપલથી માંડી ૧૨ ઔંસ = ૧ પાઉંડ એ અંગ્રેજી દવા તોળવાનું કોષ્ટક, કે એવું જ સોનારૂપા જેવી કીમતી ધાતુઓ તોળવાનું અંગ્રેજી કોષ્ટક પ્રાથમિક કે માધ્યમિક શાળામાં કેટલી હદ સુધી એ કોષ્ટક શીખવવું તેનો વિવેક અને વ્યાવહારિક બુદ્ધિથી નિર્ણય કરવાની જરૂર છે. ઇંગ્લંડનાં જે પરિમાણોનાં માપ આપણા વ્યવહાર સાથે વણાઈ ગયેલ હોય, કાયદેસર સ્થાપિત થયેલ હોય, તેનું શિક્ષણ આપવું એ વાજબી છે.

શેર અને રતલ વચ્ચેનો બારીક ભેદ ઉપલાં ધોરણોમાં સમજાવવાની જરૂર છે. તેથી વ્યવહારમાં બાળક ચોકસાઈ અને છેતરપિંડી જાણી શકે છે.

૧૪૪૦૦ ગ્રેન = ૧ પાકો શેર, માટે ૭૭$\frac{૧}{૯}$ રૂ.ભાર = બે રતલ

૭૦૦૦ ગ્રેન = ૧ રતલ, અથવા ૧૪૦૦૦ ગ્રેન = બે રતલ.

ટૂંકામાં ૨ રતલ એ એક પાકા શેર કરતાં ૨$\frac{૨}{૯}$ રૂ.ભાર જેટલો વજનમાં ઓછો છે. અર્થાત્ એ ૧ રતલ ૧ કાચા શેર કરતાં ૧$\frac{૧}{૯}$ રૂ. ભાર જેટલો વજનમાં ઓછો છે. તેમ જ ૧૧૨ રતલ = ૧ હંડ્રવેટ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

માટે અને ૨૦ હંડ્રવેટ = ૧ ટન. સિમેંટની એક થેલી ૧ હંડ્રવેટની હોય છે, અને તેથી સિમેંટ ટનના ભાવે વેચાય છે, તેમ જ ખાંડનો કોથળો ૨ હંડ્રવેટ વજનનો હોય છે, જેથી ખાંડ પરદેશમાં વેચવાની સગવડ મળે.

આટલાં વજન આપણો વ્યવહાર સમજવા માટે જાણવાં જરૂરનાં છે, ક્વાર્ટર – ચોથો ભાગ જાણવાની જરૂર નથી. અત્યાર સુધી એ ક્વાર્ટરનું વજન મુંબાઈમાં ચાલતા મણ તરીકે ગણાતું હતું, તેમ જ જીવતા માણસનું વજન ૧૪ રતલ = ૧ સ્ટોન એ એકમ જણાવવાની ભાગ્યે જ જરૂર પડે છે.

પદાર્થનું વજન કરનાર ત્રાજવાંની કરામત અને ખોટું વજન કરનારી બજારી હિકમતોથી પણ બાળકોને ખૂબ જ વાકેફ કરવાં જોઈએ.

૧૨. [અ] પ્રવાહી પદાર્થોનાં માપ કાં તો ભરીને અને કાં તો તોળીને લેવામાં આવે. આપણે ત્યાં દૂધ, તેલ અને એવા બીજા પદાર્થો માટે તોલના એકમો પ્રમાણે જ ભરતર માપના એકમો યોજાયેલ છે. ત્યારે પેટ્રોલ, કેરોસીન વગેરે ગૅલનના માપથી વેચાય છે, જેથી ગૅલનના એકમનો સારો ખ્યાલ શાળામાં આપવો જોઈએ. ગૅલન એ ભરતર માપનો એકમ છે. વજનના માપનો એકમ નથી. જુદા જુદા પ્રવાહી પદાર્થના વિશિષ્ટ ગુરુત્વના પ્રમાણમાં તેમના ગૅલનના માપનું **વજન** જુદું જુદું આવે છે. આ સત્ય ખ્યાલ બહાર રહેવું ન જોઈએ. કારણ કે તેમાં વેપારી દૃષ્ટિએ કુનેહ રહેલી હોય છે.

૧ ગૅલન પાણીનું વજન લગભગ ૧૦ રતલ થાય છે.

૧ ગૅલન કેરોસીનનું વજન લગભગ ૮$\frac{૧}{૨}$ રતલ થાય છે.

કેરોસીનના ડબ્બામાં ૪૦ રતલ પાણી સમાય છે. ત્યારે ઘી ૩૮થી ૩૯ શેર સમાય છે. અને ખાવાનું તેલ ૩૫ શેર સમાય છે. કેરોસીનં ૩૪ શેર સમાય છે. એ બીના ઉપર વિદ્યાર્થીનું લક્ષ ખેંચવાની જરૂર છે. તેમાં ૮ પાઈંટ = ૧ ગૅલન ગણાય છે. કેરોસીન ભરવાનો કાચનો સીસો લગભગ ૧ પાઇન્ટ એટલે ૧$\frac{૧}{૪}$ રતલનો હોય છે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

[બ] સૂકા અને છૂટા પદાર્થો જેવા કે ચૂનો, રેતી, કાંકરી, માટી એ વગેરે માપવા માટે ૧૦′×૧૦′×૧′ માપની **પેટી-બ્રાસ** વપરાય છે. એ સર્વે પદાર્થોનો ભાવ પણ પેટી ઉપર જ બોલાય છે. ઘરમાં ભરતર માપ માટે પાલી, પવાલું હજીયે વપરાય છે. ગામડાંમાં એક વખત માણું, શઈ, ચોસિયું, હારો, કળશી એ વગેરે ભરતર માપો વપરાતાં હતાં. અત્યારે તે સર્વે લગભગ અદૃશ્ય થઈ ચૂક્યાં છે.

શાળામાં બની શકે તો બધા પ્રકારના એકમો રાખવા જોઈએ, અને બહાર નિરીક્ષણ વખતે પદાર્થના પરિમાણનો-જથાના માપનો અડસટ્ટો કરવાની, અને તે ઉપરથી માપ લેવાની તક આપવી જોઈએ. રીતસર માપ લેવરાવ્યા વિના તોલમાપની ગણતરી કરવાનું કામ શરૂ કરવું ન જોઈએ.

૬

૧૩. આપણો રોજનો જીવનવ્યવહાર સાટું અને સેવા એ બે સંયોગોને આધારે ઘડાય છે. સાટું કરવામાં મૂલ્યાંકન કરનાર એકમોનો વિચાર કર્યો. હવે સેવા કરવામાં મૂલ્યાંકન કરનાર એકમોનો વિચાર કરવાનો રહ્યો. સેવાનું મૂલ્ય રોજ, પગાર, વાર્ષિક મુસારો વગેરે રકમની માંડણીથી થાય છે. તેમાં ભાવની સાથે **સમય**ના એકમને ગણતરીમાં લેવાય છે. અંતરનો નિર્ણય પણ ગતિનો દર અને સમય એ બે એકમોને આધારે થાય છે. એટલે એ બંને સ્વરૂપની ગણતરીમાં સમયની ગણતરી કરવી પડે છે. માટે હવે સમયના એકમની ચર્ચા કરીએ.

૧૪. અત્યાર સુધી ગણાવેલ એકમો દરેક પ્રજાએ કાયદા અને રૂઢિથી સ્થાપિત કરેલા છે, અને કૃત્રિમ છે. ત્યારે સમયમાપના બે મૌલિક એકમો સ્વાભાવિક છે, અને જગતભરમાં સમાન છે.

સમયનું માપ લેવાને માટે બે સ્વાભાવિક એકમો સ્વીકારેલા છે:

[અ] એક મધ્યાહ્નથી બીજા મધ્યાહ્ન સુધીના સમયને **દિવસ** કહે છે. જો કે જુદી જુદી પ્રજાએ પોતાના દિવસનો આરંભ કુદરતના

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ખાસ સંજ્ઞાંકિત સમયથી કરેલો છે : મુસલમાનો પોતાના દિવસનો આરંભ સૂર્યાસ્તથી ગણે છે. હિંદુઓ પોતાના વારનો આરંભ સૂર્યોદયથી ગણે છે. અંગ્રેજો પોતાની તારીખનો આરંભ રાત્રિના બાર વાગ્યા પછીથી ગણે છે. તેમાં મધ્યાહ્ન પહેલાંના ૧૨ કલાક અને મધ્યાહ્ન પછીના ૧૨ કલાક એમ બે વિભાગ કરીને ગણતરી કરે છે. હિંદુ પંચાંગમાં તિથિનો આરંભ દિવસના ગમે તે ભાગથી થાય છે. સૂર્યની રોજની ગતિ ૧° છે. ચંદ્રની રોજની ગતિ લગભગ ૧૩° છે. એ બેની ગતિ વચ્ચે લગભગ ૧૨°નો તફાવત વધતો જાય, ત્યારે એક તિથિ થઈ ગણાય. અમાવાસ્યાના દિવસે આકાશમાં તે બંનેનું સ્થાન એક સાથે આવેલું હોય છે. સાથે ઊગે છે, અને સાથે જ આથમે છે.

એટલે ૩૦ તિથિ = ૧ ચાંદ્રમાસ,

અથવા ૨૯½ દિવસ = ૧ ચાંદ્રમાસ, ટૂંકામાં ૩૦ તિથિ=૨૯½ દિવસ

[ખ] સમય માપનો બીજો સ્વાભાવિક એકમ એક વર્ષાથી બીજી વર્ષા સુધીનો સમય અર્થાત્ **વર્ષ** છે. વર્ષાનો આધાર સૂર્યની ગતિ ઉપર છે. એટલે પૃથ્વીનો સૂર્યની આસપાસ ફરવાનો કાળ એક વર્ષથી ગણવામાં આવે છે. વર્ષની લંબાઈ અને વર્ષનો આરંભ જુદી જુદી પ્રજાએ ભિન્ન ભિન્ન રીતે સ્વીકારેલ છે. છતાં અર્વાચીન બારીક આકાશનિરીક્ષણથી એ સર્વે નક્કી કરવામાં આવેલ છે.

(૧) ૧ સૌર વર્ષ = ૩૬૫¼ દિવસ લગભગ

હિંદુઓ ૧૨ ચાંદ્રમાસ = ૩૬૦ તિથિ = ૩૫૪ દિવસ = ૧ ચાંદ્રવર્ષ ગણે છે. ચાંદ્રવર્ષ અને સૌર વર્ષ વચ્ચે લગભગ ૧૧ દિવસનો તફાવત પડે છે. તેથી હિંદુઓએ ચાંદ્ર વર્ષને સૌર વર્ષ સાથે મેળવવા માટે લગભગ ૨॥ વર્ષે એક વધારાનો ચાંદ્રમાસ ઉમેરવાનો નિર્ણય કરેલો છે.

(૨) અંગ્રેજી વર્ષ માત્ર સૂર્યની ગતિના આધારે જ યોજાયેલ છે. ચંદ્રની ગતિનો તેમાં જરાયે સંબંધ સાધેલો નથી. હિંદુઓએ એ બંને આકાશજ્યોતિની ગતિનો સંબંધ સાધીને વર્ષના માપની યોજના કરેલી છે. દરેક હિંદુ મહિનામાં અમુક નિશ્ચિત રાશિમાં

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

સૂર્યની સંક્રાંતિ થવી જ જોઈએ. આ નિયમના સ્વીકારથી અધિક માસની યેાજના આપેાઆપ થઈ જાય છે. તેથી તેમને સૌરમાસની યેાજના કરવાની તકલીફ રહેતી નથી. હિંદુ પંચાંગમાં માસની ઘટના સ્વાભાવિક છે. દર પૂનમે ચંદ્ર જે નક્ષત્રની પાસે હેાય છે. તેના ઉપરથી તે તે માસના નામના નિર્દેશ થયેલેા છે. અંગ્રેજી મહિનાની યેાજના એવી સ્વાભાવિક નથી. કાયદાથી સ્થાપિત થયેલી છે. તેમ જ તે મહિનાના દિવસેાની ગણતરી પણ કૃત્રિમ છે. જેથી તેને યાદ રાખવાનું કામ સરળ નથી.

આ મહિનાનાં નામ અને તેનેા અર્થ જાણવાથી જણાય છે કે અંગ્રેજી વર્ષ ૧૦ મહિનાનું હતું. પાછળથી સૂર્યની ગતિ સાથે મેળ સાધવા માટે જુલાઈ અને ઑગસ્ટ નામના બે મહિના ઉમેરીને હાલના વર્ષની યેાજના કરવામાં આવેલી છે.

મહિનેા	દિવસ	વર્ષારંભથી દિવસ	મહિનેા	દિવસ	વર્ષારંભથી દિવસ
૧. જાનેવારી	૩૧	૩૧	૭. જુલાઈ	૩૧	૨૧૨
૨. ફેબ્રુઆરી	૨૮	૫૯	૮. ઑગસ્ટ	૩૧	૨૪૩
૩. માર્ચ	૩૧	૯૦	૯. સપ્ટેમ્બર	૩૦	૨૭૩
૪. એપ્રિલ	૩૦	૧૨૦	૧૦. ઑક્ટોબર	૩૧	૩૦૪
૫. મે	૩૧	૧૫૧	૧૧. નવેમ્બર	૩૦	૩૩૪
૬. જૂન	૩૦	૧૮૧	૧૨. ડિસેમ્બર	૩૧	૩૬૫

[ક] આ મહિનાના દિવસેા યાદ રાખવા માટેની નીચેની યુક્તિએા જાણવા જેવી છે :

(૧) ચાર, છ, નવ, અગિયારમાં તેના તેા દિન ત્રીસ;
અવરે એકત્રીસ છે, બીજે અઠ્ઠાવીશ.

(૨) મૂઠી ઊંધી વાળી તેના ઢેકા અને ખાડાનેા ઉપયેાગ કરીને ઢેકામાં ૩૧ દિવસ ગણવા, અને ખાડામાં ૩૦ દિવસ ગણવા.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અથવા : જા. મા. મે જુલાઈ
ફે. એ. જૂન
ઑગસ્ટ ઑક્ટો ડિસે.
સપ્ટે. નવે.

આમ બે હપતે કડીઓ ગોઠવી તેના ઉપર માસનાં નામ મૂકવા અને ઉપરના બધા માસ ૩૧ દિવસના ગણવા, અને નીચેના ફેબ્રુઆરી સિવાયના બધા માસ ૩૦ દિવસના ગણવા.

(૩) પ્રત્યેક માસના અંતે વર્ષના આરંભથી કેટલા દિવસ થાય તે જાણવાથી (અ) વર્ષમાં એક તારીખથી બીજી તારીખ સુધીના દિવસ કેટલા થાય છે, તેમ જ (બ) વર્ષની કઈ કઈ તારીખ એક જ વારની આવે છે, અથવા વર્ષની કોઈ પણ તારીખે કયો વાર આવે છે, તેનો નિર્ણય સહેલાઈથી કરી શકાય છે.

(૪) સૌર વર્ષની લંબાઈ ૩૬૫¼ દિવસથી કાંઈક ઓછી છે. આપણે સામાન્ય રીતે વર્ષના ૩૬૫ દિવસ ગણીએ છીએ, તેથી દર વર્ષે ૦ા દિવસની ઊણપ રહે છે. એટલે દર ચાર વર્ષે ૧ દિવસ ફેબ્રુઆરીમાં ઉમેરી દેવાનો નિર્ણય સ્વીકારાયો છે, પણ તેથી વર્ષની વાસ્તવિક લંબાઈ કરતાં કાંઈક વધારે ગણતરી થાય છે. એટલે દર સોની સાલમાં ફેબ્રુઆરી ૨૯ દિવસનો ન ગણતાં ૨૮ દિવસનો જ ગણાય છે. હજીયે વર્ષની વાસ્તવિક લંબાઈની ગણતરીમાં કાંઈક કસર રહે છે. તેથી દર ચારસોની સાલમાં ફેબ્રુઆરી ૨૯ દિવસનો ગણવાનો ઠરાવ કર્યો છે. આટલી ચોકસાઈથી ગણતરી લેવા છતાં ૪ હજાર વર્ષ જેટલા લાંબા સમયમાં બહુ થોડીક તો કસર રહે છે જ.

૧૫. (અ) હિંદુઓએ દિવસના ગૌણ એકમો તરીકે સાઠ સાઠમા ભાગમાં ઘડી, પળ, વિપળના એકમો સ્વીકારેલા છે. હાલ તુરત તો તે બધાનો ઉપયોગ પંચાંગ જોવા પૂરતો જ છે. પ્રત્યક્ષ માપ લેવાની દૃષ્ટિએ એનો પ્રચાર નહિ જેવો છે. જોકે ભૂતકાળમાં એ એકમોનાં માપ લેવાનાં તદ્દન સામાન્ય સાધનો યોજેલાં હતાં.

(બ) સૂર્યની દેખીતી વર્તુળાકાર ગતિને આધારે દિવસના સમયનો નિર્ણય કરી શકાય છે, અને તારાની દેખીતી વર્તુળાકાર ગતિને આધારે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

રાત્રિના સમયનો નિર્ણય કરી શકાય છે. તેથી ઘડિયાળના કાંટાની વર્તુળાકાર ગતિના આધારે કલાકનો નિર્ણય કરવાનું સૂઝયું છે. ઘડિયાળના ચાંદા ઉપર મધ્યાહ્ન પહેલાંના બાર કલાક માટે એક અને મધ્યાહ્ન પછીના બાર કલાક માટે બીજું ચક્કર મળી ૨૪ કલાકનો ૧ દિવસ ગણવાનું શરૂ થયેલ છે. એટલે ૧ દિવસ = ૨૪ કલાક, ૧ કલાક = ૬૦ મિનિટ, અને ૧ મિનિટ = ૬૦ સેકંડ એવા ગૌણ એકમો નક્કી કરવામાં આવેલ છે. તેમાં મિનિટ એટલે ઝીણો ભાગ, અને પછી સેકંડ મિનિટ એટલે બીજા ઝીણા ભાગને બદલે માત્ર સેકંડ શબ્દ જ બાકી રહી ગયો છે.

(ક) હિંદી અને અંગ્રેજી એકમોની સરખામણી કરીએ તો ૨।। ઘડી = ૧ કલાક, ૨।। પળ = ૧ મિનિટ, ૨।। વિપળ = ૧ સેકંડ-

૧૬. સમયના શિક્ષણ માટે નીચેના સ્વરૂપે હિસાબો યોજવા જોઈએ :

૧. ઘડિયાળ જોઈને સમય કહેતાં આવડવો જોઈએ.

૨. કોઈ પણ બે સમયો વચ્ચેનું અંતર ગણતાં આવડવું જોઈએ. જેમ કે, હું સવારે ૯।। વાગ્યે ઘેરથી નિશાળે ગયો. અને સાંજે ૫।। વાગ્યે ઘેર પાછો આવ્યો. ત્યારે કેટલો સમય ઘરની બહાર રહ્યો ગણાઉં ?

૩. રેલવે ટાઈમ ટેબલને ચોકસાઈ અને ઝડપથી વાંચતાં આવડવું જોઈએ. રેલવે ટાઈમ ટેબલમાં રાતે ૧૨ વાગ્યે ૦ થી શરૂ કરી ૧ થી ૨૪ કલાકની ગણતરી કરીને સમય દર્શાવવામાં આવે છે. તેનો ખ્યાલ હોવો જોઈએ.

૪. સમય અને અંતરના એકમોનું કાંઈ ચોકસ જ્ઞાન હોવું જોઈએ. જેમ કે, એક માણસ ૦। કલાકમાં ૧ માઈલ ચાલી શકે છે.

૫. મહિનાનાં નામ, ક્રમ, દિવસ બરાબર સ્મૃતિવશ હોવાં જોઈએ.

૬. લીપ વરસની ગણતરી કરતાં આવડવું જોઈએ.

૭. ઋતુ અને તારીખનો સંબંધ બાંધતાં આવડવો જોઈએ. જેમ કે, **૧૪ મી** જાનેવારીએ સૂર્ય મકરસંક્રાતિમાં પ્રવેશે છે. અને **૭ મી** જૂને સૂર્ય મૃગશીર્ષ નક્ષત્રમાં આવે છે.

૮. વર્ષમાં સરખા દિવસો, તેમ જ લાંબામાં લાંબો દિવસ અને ટૂંકામાં ટૂંકો દિવસ એ વિગતોને તારીખો સાથે જોડતાં આવડવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯. વર્ષની અમુક તારીખથી તે જ વર્ષની બીજી તારીખ સુધીના દિવસોની ગણતરી.

૧૦. (અ) વર્ષની કોઈ પણ તારીખે કયો વાર આવશે તેનો નિર્ણય કરતાં આવડવું જોઈએ.

(બ) એક જ વર્ષમાં ફેબ્રુઆરી પછીની કઈ કઈ તારીખો એક જ વારે આવે છે, તેમ જ એક જ મહિનાની કઈ કઈ તારીખો એક જ વારે આવે છે, તેનો નિર્ણય કરતાં આવડે.

સમય માપવાની આ ગણતરીઓ મનુષ્યના આયુષ્યને મુકાબલે સ્વીકારેલી છે. પણ આપણી પૃથ્વી કે સૂર્યમાળાની જિંદગી, યુગો કે યુગાંતરો વડે માપી શકાય છે. નિરવધિ અનંત કાળના માપની યોજના કરવાનો પ્રયત્ન મનુષ્ય મનથી પર છે.

૭

અંતરનું માપ એ રીતે લઈ શકાય છે:

૧૭. જ્યાં સ્વીકારેલા એકમ વડે આપણે જાતે જઈને માપી શકીએ, એવાં અંતર માપવા માટે આંગળ, મૂઠી, વેંત, હાથ, એવાં અંગના અવયવોનાં માપ ઉપરથી એકમો યોજેલ હતા. પણ એ સંબંધે સમાનતા સચવાય એવો સંગીન કાયદેસર પ્રયત્ન થયેલ ન હોવાથી તેની જગ્યાએ ફૂટ (પગ) અને **યાર્ડ** (હાથમાં રાખવાની લાકડી) ના અંગ્રેજી એકમોનો સ્વીકાર થયો છે. ફૂટના બારમા ભાગના માપને **ઇંચ** કહે છે.

શરૂઆતમાં થોડા સમય સુધી ઇંચ, ફૂટ, યાર્ડ વડે અંતર માપવાની, અટકળથી ધારેલાં અંતર કેટલે દરજ્જે સાચાં કે લગભગ સાચાં છે, તેનો નિર્ણય ખરેખર માપ લઈને કરવાની ટેવ પાડવાની જરૂર છે.

(અ) અત્યંત ટૂંકાં અંતરો ફૂટ અને ઇંચથી માપી શકાય છે. (હાથનું કાયદાથી અનિશ્ચિત માપ લગભગ અદૃશ્ય થતું જાય છે.)

(બ) લૂગડાંની લંબાઈ વારથી મપાય છે. તેમાં ૦।, ૦॥, ૦॥। કે, ૦|= એઓની વારનો ઉપયોગ થાય છે. વારની સાથે ફૂટ કે ઇંચનો ઉપયોગ થતો જોવામાં આવતો નથી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ક) લાકડાની લંબાઈ ફૂટ અને ઇંચથી મપાય છે.

(ડ) રેશમી કપડાં કોઈક સ્થળે ગજથી મપાય છે. સુતારી ગજ ૨૪ ઇંચનો ગણાય છે. રેશમી કપડાંનો ગજ કોઈક સ્થળે ૨૭ ઇંચનો પણ હોય છે. લંબાઈનો ગજ કોઈક સ્થળે હાથની લંબાઈમાં જ સમાવી દે છે. સામાન્ય રીતે ૧ હાથ = ૨૦ ઇંચ ગણાય છે.

બાળકને ફૂટપટ્ટી, વારનું માપું, તેમ જ ૫૦ ફૂટ લંબાઈની પટીની ડબ્બી વડે લંબાઈનાં માપ લેતાં શીખવવું જોઈએ.

(ઈ) અત્યંત લાંબાં અંતરો સાંકળ વડે લેવામાં આવે છે. ૧ સાંકળની લંબાઈ ૨૨ વાર કે ૬૬ ફૂટની હોય છે. તેના ૧૦૦ સરખા ભાગ કરેલા છે. તે દરેક ભાગને **લીંક** (કડી) કહે છે. તેવી ૧૦ સાંકળ = ૧ ફર્લાંગ ગણાય છે. Furrowlong ઉપરથી ફર્લાંગ થયેલ છે. ખેતરમાં વાવણીના ચાસની એક આથ્યની લંબાઈને ફરો (Furrow) કહેવામાં આવે છે. એટલી લંબાઈને પાછળથી લંબાઈના એક એકમ તરીકે સ્વીકારવામાં આવેલ છે. તેવા ૮ ફર્લાંગ = ૧ માઈલ ગણાય છે. એટલે ૫૨૮૦ ફૂટ = ૧૭૬૦ યાર્ડ = ૮૦ સાંકળ = ૮ ફર્લાંગ = ૧ માઈલ ગણાય છે.

(ફ) પાણીની ઊંડાઈનું માપ માથોડાંથી ગણાય છે. ૧ માથોડું (ફેધમ) ઊંડું પાણી = ૬ ફૂટ ગણાય છે. ઘોડાની ઊંચાઈ મૂઠ્ઠથી મપાય છે. તેમાં ૧ મૂઠ = ૪ ઇંચ સ્વીકારેલ છે.

(હ) જમીન ઉપરની લંબાઈ માપવાના મુખ્ય એકમ માઈલની લંબાઈ કરતાં સમુદ્ર ઉપરના અંતર માપનાર **દરિયાઈ માઈલ**ની લંબાઈ જુદી છે. વિષુવવૃત્ત ઉપરના એક અંશની લંબાઈના ૬૦મા ભાગને એક દરિયાઈ માઈલ કહે છે. ૧ દરિયાઈ માઈલ = ૬૦૮૦ ફૂટ લગભગ.

૧૮. જ્યાં આપણે જાતે કદી જઈ ન શકીએ એવાં અગમ્ય અને અલંઘ્ય સ્થાનો વચ્ચેનાં અંતરો દિશાંતર – ખૂણા – ના માપથી માપી શકાય છે. આપણાથી અત્યંત દૂરના બે પદાર્થો વચ્ચેનું અંતર માપવું હોય, ત્યારે એક પદાર્થ જે દિશામાં આવેલ હોય, તેનાથી બીજો

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પદાર્થ કઈ દિશામાં આવેલ છે, તેનો નિર્ણય તે દિશાંતરનું માપ—તેમની વચ્ચેના કોણીયઅંતરને જણાવનાર છે.

કોઈપણ વર્તુળની ત્રિજ્યા જેટલી લંબાઈનો ચાપ તે જ વર્તુળના કેંદ્ર પાસે જે ખૂણો આંતરે તેને એક ત્રિજ્યાકોણ કહે છે. તેથી વર્તુળના ચાપને ત્રિજ્યાથી ભાગવાથી ત્રિજ્યાકોણનું માપ મળે છે. ચાપ અને ત્રિજ્યા બંને લંબાઈનાં માપ છે. લંબાઈના માપને લંબાઈના માપે ભાગવાથી સાદી સંખ્યા આવે છે. માટે દિશાંતર, ખૂણો કે ત્રિજ્યાકોણ એ ત્રણેય સાદી સંખ્યા ગણાય છે.

(અ) ચારેય દિશા વચ્ચેનું એકંદર અંતર એક મહદ્ વર્તુળ છે. તેના પરિધિના ૩૬૦ ભાગ કરેલા છે. તેવા એક ભાગને **અંશ** (°) કહે છે. તે અંશના સાઠમા ભાગને **કલા** (′) કહે છે, અને તે કલાના સાઠમા ભાગને **વિકલા** (″) કહે છે. અંશનું માપ એ અંતરનો ગુણોત્તર છે. તેથી તે કોણીય પરિમાણસૂચક માપ છે. છતાં પૃથ્વીના વિષુવવૃત્ત ઉપરના પરિધિના ૩૬૦મા ભાગનો ૬૦મો ભાગ એક દરિયાઈ માઈલ ગણાય છે. તેથી દિશાંતરના હિસાબે દરિયાઈ માઈલનું અંતર એક અંશના સાઠમા ભાગનું નિશ્ચિત કરેલ છે. વિષુવવૃત્ત ઉપરના એક અંશ = ૬૯.૧ માઈલ ગણવામાં આવે છે.

(બ) અનંત વિશ્વમાંનું અંતર આવા નાના એકમોથી જાણી શકાતું નથી. તેથી વિશ્વાંતર જણાવનાર એકમની યોજના થઈ છે. સૂર્યના કિરણનો વેગ દર સેકંડે ૧,૮૬,૦૦૦ માઈલ જેટલો છે. તેથી તે કિરણો ૧ વર્ષ જેટલા સમયમાં જેટલું અંતર કાપે તેને એક **પ્રકાશવર્ષ – તેજવર્ષ** (Light year) કહે છે. એટલે $૧,૮૬,૦૦૦ \times ૬૦ \times ૬૦ \times ૨૪ \times ૩૬૫\frac{૧}{૪} = ૬ \times ૧૦^{૧૨}$ માઈલ (લગભગ) અથવા ૯.૫×૧૦^{૧૪} મીટર લગભગને વિશ્વાંતર માપ લેવાના એકમ તરીકે સ્વીકારેલ છે. આપણી પૃથ્વીથી પાસેમાં પાસે આવેલો લુબ્ધક નામનો અત્યંત ચળકતો તારો ૪.૮ પ્રકાશવર્ષ જેટલા અંતરે આવેલો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯. નાણાંની ગણતરી

૧

સુધરેલી પ્રજાનો રોજનો આંતરિક, રાષ્ટ્રીય, અને આંતરરાષ્ટ્રીય લેવડદેવડનો વ્યવહાર નિભાવી રાખવાનું સૌથી અગત્યનું અંગ નાણું છે. આપણા જીવનવ્યવહારમાં વધારેમાં વધારે ગણતરીઓ નાણાંને લગતી જ હોય છે. તેથી આ પ્રકારની ગણતરીઓ ઉપર જેટલું ધ્યાન અપાય છે, તેના કરતાં વધારે ધ્યાન આપવું જરૂરી છે.

વિશેષ સંખ્યા અને વિવિધ પરિમાણ વચ્ચેનો ભેદ જાણી લીધા પછી તેમ જ વિશેષ સંખ્યાના કેટલાક સામાન્ય સિદ્ધાંતો જાણી લીધા પછી જ એ જાતિની ગણતરીની પ્રાથમિક રીતો સમજવામાં સરળતા થાય છે.

૧. રૂ. ૭ + રૂ. ૫ + રૂ. ૯ = રૂ. ૨૧

અથવા : ૨૫ મણ − ૧૨ મણ − ૬ મણ = ૭ મણ

પણ ૭ રૂ. + ૧૨ મણ − ૭ ફૂટ = અસંભવિત

કારણ કે **સરવાળો કે બાદબાકી એક જ જાતિની અને એકસરખા મહત્ત્વની સંખ્યાનો થઈ શકે છે.**

૨. રૂ. ૭ + ૬ આ. + ૯ પા. = રૂ. ૭–૬–૯ લખાય છે.

(અ) કારણ કે એમાં બધી વિશેષ સંખ્યાઓની જાતિ એક જ છે. પણ પ્રત્યેક પરિમાણના એકમનું મહત્ત્વ એકસરખું નથી. તેમ જ પરસ્પરનો સંબંધ પણ સમાન–એકસરખો નથી. પણ ભિન્ન ભિન્ન–વિવિધ છે. સાદી સંખ્યામાં અંકોની સ્થાનિક કિંમતનો સંબંધ એકસરખો દશદશ ગણો કે દશદશમા ભાગનો છે અને એ નિર્ણયનો સર્વવ્યાપી સ્વીકાર થયેલો હોવાથી એ બધા અંકો એક પછી એક સાથે જ લખીએ છીએ. વિવિધ પરિમાણમાં એવો પરસ્પરનો સંબંધ એકસરખો નથી. તેથી તે દરેક પ્રધાન અને ગૌણ એકમો વચ્ચે એકમસૂચક સ્થાનો વચ્ચે ભેદ દર્શાવવામાં આવે છે. પણ એ બધા વિવિધ એકમો એક જ જાતિના હોવાથી એક સાથે લખી શકાય છે. એટલે વિવિધ પરિમાણને નીચેની રીતોએ લખી બતાવવાની રૂઢિ ચાલે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

રૂ. ૭–૬–૯; રૂ. ૭ આ. ૬ પા. ૯; રૂ. આ. પા. રૂ. આ. પા.
૭–૬–૯ ૭ : ૬ : ૯

એ સર્વેમાં પ્રથમ રીત વધારે પ્રચારમાં છે.

(બ) વિવિધ પરિમાણના વાચનમાં નીચેની બાબતો ધ્યાનમાં રાખવી જરૂરી છે : જેમ કે (૧) રૂ. ૧૨–૫–૦ "બાર રૂપિયા પાંચ આના" એમ વાંચવું જોઈએ. પણ "બાર રૂપિયા, પાંચ આના, શૂન્ય પાઈ" એમ બોલવું ન જોઈએ. (૨) રૂ. ૧૨–૦–૭ "બાર રૂપિયા, સાત પાઈ" એમ વાંચવું જોઈએ પણ "બાર રૂપિયા, શૂન્ય આનો, સાત પાઈ" એમ બોલવાની જરૂર નથી.

૩. (અ) રૂ. ૩ + રૂ. ૩ + રૂ. ૩ + રૂ. ૩ + રૂ. ૩ + રૂ. ૩
= રૂ. ૩ ૭ વાર = રૂ. ૩ × ૬ = રૂ. ૧૮

એ જ પ્રમાણે ૫ આ. × ૪ = ૨૦ આના, અને ૭ પાઈ × ૫ = ૩૫ પાઈ, એટલે એમાં ગુણાકાર એક સરખી વિશેષ સંખ્યાનો સરવાળો છે, એથી **ગુણ્ય વિશેષ સંખ્યા અને ગુણક સાદી સંખ્યા હોય છે, ત્યારે ગુણાકાર ગુણ્યની જાતિનો આવે છે.** પણ ૬ × ૩ રૂ.; ૪ × ૫ આ.; ૫ × ૭ પાઈ એમ પૂછીએ ત્યારે એનો કાંઈ અર્થ સંભવતો નથી. ગુણક તરીકે વિશેષ સંખ્યા હોઈ શકે નહિ. ગુણક તો હમેશાં સાદી સંખ્યા જ હોવી જોઈએ, અને પરિણામ – ગુણન ફળ હમેશાં ગુણ્યની જાતિનું જ આવે છે.

(બ) ૭ × ૫ = ૫ × ૭ એમ સાદી સંખ્યામાં અવયવક્રમ વિપર્યય થઈ શકે છે. પણ ૭ રૂ. × ૫ = ૫ × ૭ રૂ. એમ વિશેષ સંખ્યામાં અવયવના ક્રમનો વિપર્યય થઈ શકે નહિ. કારણ કે એ સમાનતાની જમણી બાજુનો કાંઈ અર્થ સંભવતો નથી. પણ ૭ રૂ. × ૫ = ૫ રૂ. × ૭ એમ પરિમાણની જાતિનું સ્થાન સ્થિર રાખી સાદી સંખ્યાના અવયવના ક્રમનો વિપર્યય થઈ શકે છે. કારણ કે ૭ રૂ. = ૧ રૂ. × ૭, તેમ જ ૫ રૂ. = ૧ રૂ. × ૫ છે, એટલે રૂ. ૭ × ૫ = રૂ. ૧ × ૭ × ૫.

તેમ જ રૂ. ૫ × ૭ = રૂ. ૧ × ૫ × ૭ છે. તે બંને સમાન છે. માટે રૂ. ૭ × ૫ = રૂ. ૫ × ૭ ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. (અ) રૂ. ૩૫, ૫ જણા વચ્ચે વહેંચી આપો. રૂ. ૩૫ના ૫ સરખા ભાગ પાડો એટલે રૂ. ૩૫ ÷ ૫ = રૂ. ૭ દરેક ભાગમાં આવે. એટલે વિશેષ સંખ્યા ÷ સાદી સંખ્યા = વિશેષ સંખ્યા. એ ભાગાકારમાં **ભાગ**ની દૃષ્ટિ સમાયેલી છે.

(બ) ૫૫ મણના ઘઉંના ઢગલામાંથી પાંચ પાંચ મણના કોથળા ભરવા છે. તો કેટલા કોથળાની જરૂર પડશે ?

તેમાં ૫૫ મણના જથાને ૫ મણના જથા વડે માપવાની ઇચ્છા છે. તેવાં ૧૧ માપ મળશે.

તેથી ૫૫ મણ ÷ ૫ મણ = ૧૧ એ સાદી સંખ્યા છે. ટૂંકામાં વિશેષ સંખ્યા ÷ વિશેષ સંખ્યા = સાદી સંખ્યા. એ ભાગાકારમાં **માપ**ની દૃષ્ટિ સમાયેલી છે.

(ક) ભાગ અને માપની દૃષ્ટિનો સારો ખ્યાલ હોય, તો ભાગાકારના જવાબ અને શેષના સ્વરૂપનો ખ્યાલ સહેલાઈથી આવી જાય છે. જેમ કે

રૂ. ૩૫ ÷ ૬ = રૂ. ૫$\frac{૫}{૬}$ = રૂ. ૫–૧૩–૪

પણ ૫૬ મણ ÷ ૫ મણ = ૧૧ અને ૧ મણ શેષ એમ કહેવું જોઈએ.

પણ ૫૬ ÷ ૮ મણ = અસંભવિત, તેમ જ

૫૬ રૂ. ÷ ૮ મણ = અસંભવિત ગણાય.

ટૂંકામાં **ભાગાકાર એક જ જાતિની અને એકસરખા મહત્ત્વની સંખ્યાનો થઈ શકે છે.**

(૧) ભાજક સાદી સંખ્યા હોય, ત્યારે ભાગાકાર અને શેષ ભાજ્યની જાતિનો મળે છે.

(૨) ભાજક ભાજ્યની જાતિનો અને મહત્ત્વનો હોય છે, ત્યારે ભાગાકાર સાદી સંખ્યા, અને શેષ ભાજ્યની જાતિનો મળે છે.

૨

૫. બારાનો ઘડિયો બરાબર તૈયાર કરાવ્યા પછી આ નીચે જણાવેલા ક્રમે આના અને પાઈનાં રૂપાંતર મોઢે ગણાવો.

પાઈઓ કરો.

(૧) (અ) ૧ આ., ૩ આ., ૫ આ., ૨ આ., ૭ આ., ૯ આ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(બ) ૧૦ આ. ૧૧ આ. ૧૨ આ. ૧૪ આ. ૧૫ આ.

(૨) (અ) ૧ આ. ૪ પા., ૪ આ. ૩ પા., ૬ આ. ૫ પા.

(બ) ૧૦ આ. ૩ પા., ૧૨ આ. ૫ પા., ૧૩ આ. ૪ પા.

આથી ઊલટી ક્રિયા એટલે પાઈના આના કરાવવા માટે નીચે જણાવેલ સ્વરૂપનો પ્રથમ કોઠો તૈયાર કરાવવો.

પાઈ	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧ આનો
૧ આનો	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪	૨ આના
૨ આના	૨૫	૨૬	૨૭	૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૩૨	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૩ આના
૩ આના	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦	૪૧	૪૨	૪૩	૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮	૪ આના

એમ દર ત્રણત્રણ આનાની એક પટી તૈયાર કરાવવી, અને પછી એક પછી એક ચાર હપતે નીચેની રીતે તૈયાર કરાવવું.

(૩) ૩૨ પાઈ એટલે ૨ આ. ૮ પા.; ૬૫ પાઈ એટલે ૫ આ. ૫ પા. એમ આડી ઊભી હારમાં સૌથી શરૂઆતના ખાનામાં નજર નાખવાથી આપોઆપ એ પરિણામો જાણી શકાય છે. એ રીતે મહાવરો થયા પછી ૧૬ × ૧૨ સુધીનો ઘડિયો તૈયાર કરાવી એવા જ પ્રશ્નો મોઢે ગણાવી શકાશે.

પાઈના આના કરો :—

(૪) (અ) ૧૨, ૨૪, ૩૬, ૪૮, ૬૦, ૭૨, —૧૦૮

(બ) ૧૨૦, ૧૩૨, ૧૪૪, ૧૫૬, ૧૬૮ અને ૧૮૦

પાઈના આનાપાઈ કરો :—

(૫) (અ) ૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦, ૮૦, ૯૦, ૧૦૦

(બ) ૧૧૦, ૧૩૦, ૧૪૦, ૧૫૦, ૧૬૦, ૧૭૦

(૬) (અ) ૭૫, ૪૮, ૬૮, ૮૫, ૯૮

(બ) ૧૦૯, ૧૧૭, ૧૨૪, ૧૩૫, ૧૪૯, ૧૬૫, ૧૭૬

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ઉપલાં ધોરણુમાં આવા જ પ્રકારની ગણુતરી મોઢે તૈયાર કરાવવી હોય, તો ૧૦૦ પાઈ = ૮ આ. ૪ પા. અને ૨૦૦ પાઈ = રૂ. ૧–૦–૮, તેમ જ ૧૦૦૦ પાઈ = રૂ. ૫–૩–૪ એ પરિણુામોનો ઉપયોગ કરાવવાથી ગણુતરી ઘણી સહેલાઈથી મોઢે ગણી શકાય છે. જેમ કે

૨,૫૮૬ પાઈની કિંમત રૂ. આ. પા.માં ગણી આપો.

તેમાં ૨૪૦૦ પાઈ = રૂ. ૧–૦–૮ × ૧૨ = રૂ. ૧૨–૮

અને ૧૮૬ પાઈ = ૧ રૂ. માં ૬ પાઈ ઓછી

તેથી ૨૫૮૬ પાઈ = રૂ. ૧૩–૭–૬

૬. સોળનો ઘડિયો ૧૬ × ૧૬ સુધી બરાબર તૈયાર કરાવ્યા પછી આ નીચેના ક્રમે રૂપિયા અને આનાનાં રૂપાંતર કરાવવાનો મોઢાનો મહાવરો કરાવવો જોઈએ.

(૧) (અ) ૧ રૂ., ૩ રૂ., ૫ રૂ., ૭ રૂ., ૯ રૂ.ના આના કરો.

(બ) ૧ રૂ. ૫ આ., ૩ રૂ. ૭ આ., ૫ રૂ. ૪ આ., ૭ રૂ. ૧૩ આ.ના આના કરો.

આથી ઊલટી ક્રિયા એટલે આનાના રૂપિયા કરવાની વિધિ નીચે જણાવેલ કોઠાના ઉપરથી તૈયાર કરાવો.

આના	૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૧૦	૧૧	૧૨	૧૩	૧૪	૧૫	૧૬	૧ રૂ.
૧ રૂ.	૧૭	૧૮	૧૯	૨૦	૨૧	૨૨	૨૩	૨૪	૨૫	૨૬	૨૭	૨૮	૨૯	૩૦	૩૧	૩૨	૨ રૂ.
૨ રૂ.	૩૩	૩૪	૩૫	૩૬	૩૭	૩૮	૩૯	૪૦	૪૧	૪૨	૪૩	૪૪	૪૫	૪૬	૪૭	૪૮	૩ રૂ.
૩ રૂ.	૪૯	૫૦	૫૧	૫૨	૫૩	૫૪	૫૫	૫૬	૫૭	૫૮	૫૯	૬૦	૬૧	૬૨	૬૩	૬૪	૪ રૂ.
૪ રૂ.	૬૫	૬૬	૬૭	૬૮	૬૯	૭૦	૭૧	૭૨	૭૩	૭૪	૭૫	૭૬	૭૭	૭૮	૭૯	૮૦	૫ રૂ.

એમ ૧૦૦ સુધીના આનાની પટી તૈયાર કરાવો. બે હપતે કોઠો જોઈ ને પરિણામો તૈયાર કરાવવાં પછી ૧૬ × ૧૬ સુધીના ઘડિયાના આધારે એ જ પરિણામો મોઢે ગણુતાં શીખવવા.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આનાના રૂપિયા કરો :—

(અ) ૧૬, ૩૨, ૪૮, ૬૪, ૮૦, ૯૬, ૧૧૨, ૧૨૮
(બ) ૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૮૦, ૯૦, ૧૦૦
(ક) ૨૫, ૩૬, ૪૫, ૫૩, ૬૬, ૭૪, ૮૫, ૯૮, ૧૦૨

ઉપલાં ધોરણોમાં આવા જ પ્રકારની ગણુતરી યુક્તિથી ગણાવી શકાય.

૧૦૦ આના = રૂ. ૬–૪ આના. ૧૦૦૦ આના = રૂ. ૬૨–૮ આ. ૧૬૦૦ આના = ૧૦૦ રૂ. એ ત્રણ પરિણામો યાદ રાખવાથી ઘણી મહેનતનો બચાવ થાય છે. જેમ કે,

૪૫૬૫ આનાના રૂપિયા કરો.

જેમાં ૩૨૦૦ આના = રૂ. ૨૦૦
૧૦૦૦ આના = રૂ. ૬૨– ૮
૩૦૦ આના = રૂ. ૧૮–૧૨
૬૫ આના = રૂ. ૪– ૧

એકંદર ૪૫૬૫ આના = રૂ. ૨૮૫–૫ જવાબ

અથવા : ૪૫૬૫ આના = ૪૮૦૦ આના — ૨૩૫ આના.
એટલે રૂ. ૩૦૦ — રૂ. ૧૪-૧૧ આ. = રૂ. ૨૮૫–૫ આ.

ચાલુ રીત :

```
     ૨૮૫ રૂ.
૧૬ | ૪૫૬૫
     ૩૨
     ---
     ૧૩૬
     ૧૨૮
     ---
      ૮૫
      ૮૦
      --
```
જવાબ. ૫ આના

૩

૭. પ્રાથમિક શાળામાં અંકગણિતનું શિક્ષણ જીવનવ્યવહારને અનુરૂપ હોવું જોઈએ, માત્ર બુદ્ધિવિકાસ કરે કે માત્ર અનુબંધને અનુસરે એવું કહેનારની દૃષ્ટિવાળું ન હોવું જોઈએ. બુદ્ધિવિકાસ કે અનુબંધનું અનુસરણ જીવનવ્યવહાર સાધીને થઈ જતું હોય, તો ઘણી સારી વાત ગણાય. પણ બુદ્ધિવિકાસની ખાતર જ કે અનુબંધના ઉપયોગની ખાતર જ કોઈ પણ વિષય પ્રાથમિક શાળામાં શીખવવાનો આગ્રહ સેવવો ન જોઈએ. પાયાનાં સત્યો શીખવવાં અને તેનો ઉપયોગ દૃઢ કરાવવાનો સિદ્ધાંત સ્વીકારીએ તો બસ ગણાશે.

૮. આપણે ત્યાં નાણાંની ગણતરી વ્યવહારમાં આણુપાણુની રીતે જ નોંધાય છે, અને ગણાય છે. છતાં શાળામાં એ તરફ ભાગ્યે જ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ધ્યાન અપાય છે. છતાં પ્રજામાંથી હજી એ પ્રથા અલોપ થઈ નથી. તેનું કારણ આપણી એ દેશી રીત શાળામાં શીખવાતી અંગ્રેજી પદ્ધતિ કરતાં સરળ છે, ઓછો શ્રમ આપનાર છે. આપણી એ આણુપાણુની દેશી રીત અંગ્રેજીમાં લખી બતાવી શકાય તેમ નથી. તેથી તેઓ અપનાવી શકે તેમ નથી. માટે અનુકરણ-કુશળ આપણે તેમની મુશ્કેલ અને કંટાળા ભરેલી રીત આપણી શાળાઓમાં ફરજિયાત શીખવીએ છીએ. જો કે શાળાની બહાર બજારમાં, વ્યવહારમાં આણુપાણુની દેશી રીત ચાલે છે; અને ત્યાં આપણે જેમ શાળામાં શીખવીએ છીએ તેમ ચાલતું નથી. તો પછી આપણી શાળાનું શિક્ષણ આપણા જનસમાજને ઉપયોગી નથી એમ જ સાબિત થયું ને?

૯. વિવિધ પરિણામનાં ચઢતાં અને ઊતરતાં રૂપાંતર (ભાંજણી) આ મથાળા નીચે શાળામાં જે શીખવાય છે, તે તદ્દન નિરુપયોગી છે. જીવનમાં ભાગ્યે જ ઉપયોગમાં આવે છે. સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર એ ચારેય રીતોમાં એક જ પગથિયાંનું રૂપાંતર કરવું પડે છે. જ્યારે એક વિવિધ પરિમાણુને તેની જાતિના બીજા વિવિધ પરિમાણુ વડે ભાગવાના હોય છે, ત્યારે ભાંજણીનો ઉપયોગ કરવા ધારીએ તો કરી શકીએ એમ છે. છતાં ત્યાં પણ જો ભાજકના એકમની વિવિધ કિંમતની દૃષ્ટિએ વિચારણા કરવામાં આવે તો શાળામાં અત્યારે જે પ્રકારે ભાંજણીના નામે ગણતરી કરાવવામાં આવે છે, તેવી ગણતરી ભાગ્યે જ કરવી પડે.

(૧) ૧૦,૦૦,૦૦૦ ઇંચના માઈલ કરો.

(૨) ૧,૨૩,૪૫,૬૭૮ સેકંડનાં વર્ષ કરો.

(૩) ૨૧૬ ખાંડી, ૧૨ મણ, ૩૪ શેર, ૩૭ રૂ. ભારના રૂપિયાભાર કરો.

આવા હિસાબો શાળામાં ઉપરાઉપરી ગણાવ્યા કરવા એ શાળાનો ભયંકર જુલમ નહિ તો બીજું શું કહેવાય? તેનું કારણ આપણે આપણા કામનો વિચાર કદીયે બાળક કે સમાજની દૃષ્ટિએ કરતા નથી, એ છે. એથી જ વર્તમાન કેળવણીએ પોતાની પ્રતિષ્ઠા ગુમાવી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૦. એ રૂપાંતરના હિસાબો વર્ગમાં આવા સ્વરૂપમાં યોજવા ધારીએ તો યોજી શકાય.

૧. એક દિવસ એક પોસ્ટ ઑફિસમાં ૧૦૦૦ પોસ્ટકાર્ડ વેચાયાં તો તેની કિંમત કેટલી ગણાય?

૨. 'મુંબઈ સમાચાર' છાપા ઉપર રોજ ૧ પૈસાની ટિકિટ ચોડવામાં આવે છે. ત્યારે એક વરસમાં એક પત્ર માટે રવિવાર સિવાયના દિવસોનું વાર્ષિક પોસ્ટનું ખર્ચ કેટલું ગણાય?

૩. એક દરયમાં સિનેમાના એક ખેલમાં ૪ આનાવાળી ૩૩૦ ટિકિટો ખપી. ત્યારે તેની એકંદર વસૂલ કરેલી રકમ કેટલી ગણાય?

૪. એક કોથળીમાં ૫ રૂ. ના પૈસા ભરવાના છે. તો ૧૦,૦૦૦ પૈસામાંથી તેવી કેટલી કોથળીઓ ભરાશે અને બાકી શું વધશે?

૧૧. રૂપાંતરના હિસાબો આપણે જે રીતે ગણીએ છીએ તે પણ ગણિતના તર્કશાસ્ત્ર અનુસાર નથી. તેથી તેનો વિચાર કરીએ:

(૧) રૂ. ૨૩–૧૪–૧૦ ની પાઈઓ કરો.

(અ) અત્યારે ઘણા આમ ગણે છે:

રૂ. ૨૩–૧૪–૧૦
× ૧૬ — તેમાં રૂ. ૨૩ × ૧૬ = રૂ. ૩૬૮ ગણાય
———
૩૬૮ — આના નહિ.
+ ૧૪ આના
———
૩૮૨ આના
× ૧૨
———
૪૫૮૪
+ ૧૦
———
૪૫૯૪ પાઈ.

આ આખીય ગણતરી તર્કશાસ્ત્ર વિરુદ્ધ છે.

(બ) તેને બદલે નીચે પ્રમાણે ગણતરી કરવી જોઈએ.

૧૬ આના × ૨૩ = ૩૬૮ આના
+ ૧૪ આના
———
૩૮૨ આના
૧૨ પાઈ × ૩૮૨ = ૪૫૮૪ પાઈ
+ ૧૦ પાઈ
———
૪૫૯૪ પાઈ

આ ગણતરી વધારે સુઘટિત સ્વરૂપે લખીએ તો આમ લખાય:

રૂ.	આ.	પા.
૨૩	૧૪	૧૦
→	૩૬૮	→ ૪૫૮૪
	૩૮૨	૪૫૯૪

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ સ્વરૂપે ગુણાકાર મોઢેથી ગણી પરિણામ યોગ્ય સ્થળે ગોઠવવાથી મળી શકે છે.

(૨) ૧૦,૦૦૦ પાઈના રૂપિયા કરો.

૧૨ | ૧૦,૦૦૦
૧૬ | ૮૩૩ બારના સમૂહ, ૪ પાઈ બાકી વધે.
૫૨ એકસો બાણુંના સમૂહ, ૧ બારનો સમૂહ વધે. માટે રૂ. ૫૨–૧–૪ પાઈ જવાબ.

અથવા એ જ હિસાબ મોઢે ગણવાનો પ્રયત્ન કરીએ, તો આ પ્રમાણે વિચાર કરવો પડે.

૨૦૦ પાઈ = રૂ ૧–૦–૮

અને ૧૦૦૮૦ પાઈ = ૨૦૦ પાઈ × ૫૦ = રૂ. ૧–૦–૮ × ૫૦
= રૂ. ૫૦ + ૪૦૦ પાઈ = રૂ. ૫૦ + ૨ × (રૂ. ૧–૦–૮)
= રૂ. ૫૨–૧–૪ જવાબ.

૧૨. સાદી સંખ્યા દશના પાયા ઉપર રચાયેલી છે. તેમાં સરવાળો બાદબાકી, ગુણાકાર કે ભાગાકારમાં એકસરખાં અંકસ્થાનોના અંકો એકબીજાની નીચે આવે તેમ ગોઠવી એ રીતોની ગણતરી કરવામાં આવે છે, અને તેમાં વધ્યા તરીકે દશ અંકની ગણતરી કરીએ છીએ. ત્યારે વિવિધ પરિમાણની વિશેષ સંખ્યાઓમાં એકમોનો સંબંધ વિવિધ રીતે જોડાયેલો હોય છે. તેથી તેમની ગણતરીની ચારેય રીતો ગણીએ ત્યારે એક જ મહત્ત્વના એકમો એકબીજાની નીચે આવે, એમ મૂકો, તેમ જ એકમોનો પરસ્પરનો સંબંધ જાણી તે પ્રમાણે વધ્યાની ગણતરી કરવાનું યાદ રાખો.

૧૩. નાણાના સરવાળાની રીતના શિક્ષણની શરૂઆતમાં નીચેના બે પ્રકારના હિસાબો જેવા મોઢાના હિસાબો ગણાવો.

(અ) ૩૨ પાઈ, ૪૪ પાઈ, ૬૫ પાઈ, ૭૬ પાઈના આના તેમ જ પાઈ કરો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ঋ) ૩૫ આના, ૫૦ આના, ૬૯ આના, ૮૫ આ. ના રૂપિયા આના કરો.

આટલો મોઢાનો મહાવરો તાજો કરાવ્યા પછી નીચેના ક્રમે આગળ વધવું જોઈએ.

(૧) માત્ર પાઈઓનો સરવાળો :

પાઈ	
૭	૮, ૧૪, ૨૪, ૩૩,
૯	૪૦ પાઈ
૧૦	= ૩ આ. ૪ પા.
૬	
૮	
૪૦ પાઈ = ૩ આ. ૪ પા.	

(૨) માત્ર આનાનો સરવાળો :

આના	
૧૪	૧૨, ૨૦, ૨૯, ૪૪,
૧૧	૫૫, ૬૯ આના
૧૫	= રૂ. ૪–૫ આ.
૯	
૮	
૧૨	
૬૯ આના = રૂ. ૪–૫ આ.	

(૩) આના અને પાઈ બંને સાથે

આ. પા.	
૩—૭	પાઈ : ૧૦, ૧૮, ૨૯, ૩૮, ૪૫ પાઈ
૧૪—૯	= ૩ આ. ૯ પા.
૯–૧૧	આના : ૩, ૧૫, ૩૦,
૧૫—૮	૩૯, ૫૩, ૫૬
૧૨–૧૦	= રૂ. ૩–૮
+૩	
રૂ. ૩–૮–૯	

(૪) રૂપિયા અને આના એ બંને સાથે :

રૂ. આ.	
૭—૫	આના: ૧૪, ૨૯, ૩૮, ૫૦, ૫૫
૨૩–૧૨	=રૂ. ૩–૭ આ.
૩૫—૯	રૂપિયા : ૩, ૭, ૧૬
૯–૧૫	૨૧, ૨૪, ૩૧ નો
૨૪–૧૪	૧, વધ્યા ૩; તેથી
+૩	૩, ૫, ૮, ૧૦
રૂ. ૧૦૧–૭	

(૫) ત્યાર પછી રૂ. આ. પા. એ ત્રણેય પરિમાણો એકી સાથે આવે એવા હિસાબો ગણાવવા જોઈએ.

આવા પ્રકારનો મહાવરો સારી રીતે થઈ ગયા પછી ઉપલાં ધોરણોમાં આ જ બાબતના નીચેના બે પ્રકારના વ્યાવહારિક યોજનાવાળા હિસાબો ગણાવવાનો પ્રયત્ન કરવો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

	(૧)	(૨)	(૩)
	રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.
(૪)	૯—૧૨—૫	૧૨—૧૦—૮	૧૫—૭—૯
(૫)	૨૩—૯—૭	૨૫—૧૩—૧૧	૨૬—૯—૩
(૬)	૨૪—૫—૧૦	૩૫—૭—૪	૨૮—૭—૯
(૭)	૩૫—૬—૭	૪૬—૮—૫	૩૫—૧૪—૧૦
(૮)	———	———	———

તેમાં (૧), (૨), (૩)માં ઊભા સરવાળા ગણી બતાવો.
(૫), (૬), (૭), (૪)માં આડા સરવાળા ગણી બતાવો.
(૮)માં, (૧), (૨), (૩)માં મળેલા સરવાળાનો સરવાળો કરો.
(૪), (૫), (૬), (૭)માં મળેલા સરવાળાનો સરવાળો કરો.

એ રીતે આડા ઊભા સરવાળાની ગણતરીની સરખામણી કરો.

૨. કેટલીક વખત પાછલો સરવાળો ઉમેરીને સરવાળો આગળ ગણવાનો હોય છે. વેપારીના ચોપડાના સરવાળા ઘણુંખરું આમ જ ગણાય છે. એટલે એવા જીવનવ્યવહારને અનુરૂપ હિસાબો યોજવા જોઈએ :

	(૧)	(૨)	(૩)
	રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.
(૪)	૧૫—૬—૭	૧૭—૧૫—૮	૧૫—૬—૯
(૫)	૧૭—૯—૧૧	૧૯—૧૪—૧૧	૧૫—૬—૯
(૬)	૧૫—૧૩—૪	૮૭—૧૫—૬	૧૪—૧૫—૬
(૭)	૨૨—૧૫—૬	૭૨—૧૩—૮	૧૬—૮—૪
કુલ	———	———	———

(૧), (૨), (૩)ના ઊભા સરવાળા ઉત્તરોત્તર ઉમેરીને કરો.
(૪), (૫), (૬), (૭)ના આડા સરવાળા કરો.

એ ચારેય આડા સરવાળાના સરવાળા સાથે (૩)ના એકંદર સરવાળાની સાથે સરખાવો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪

૧૪. જેમ સાદી સંખ્યાની બાદબાકી પૃથક્કરણ, સમાન ઉમેરણ અને પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ થઈ શકે છે, તેમ જ એ ત્રણેય રીતો વિવિધ પરિમાણની બાદબાકીની ગણતરી કરવામાં પણ વાપરી શકાય છે. છતાં બજારમાં તો છેલ્લી પૂરક સરવાળાની રીત જ વપરાય છે. જેમ કે એક દુકાનેથી રૂ. ૭–૯–૬ નો માલ લીધો પછી તેને રૂ. ૧૦ની નોટ આપીએ તો તે આપણને પાછી આપવાની રકમની ગણતરી આ પ્રમાણે ગણે છે:

૨ પૈસા આપીને, ૧૦ આના; પછી ૬ આના આપતાં ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૪, ૧૫, ૧૬ આના એટલે ૮ રૂ. ગણે છે. પછી ૨ રૂ. આપીને ૯, ૧૦, રૂ. થયા એમ ગણે છે. એટલે રૂ. ૭–૯–૬ માં શું ઉમેરીએ તો રૂ. ૧૦ થાય? તેના જવાબમાં રૂ. ૨–૬–૬ આપીને પોતાનો હિસ્સો ચોખ્ખો કરે છે. ગણતરીની આ રીત સરળ છે, અને સ્વાભાવિક છે. તેથી માનસિક શ્રમ પણ ઓછો થાય છે. માટે જ વ્યવહારમાં તેનો ઉપયોગ વધારે થાય છે. તેથી શાળામાં પણ આપણે એ રીતનો વધારે ઉપયોગ કરવો જોઈએ.

૧૫. નાણાંની બાદબાકીની શરૂઆત કરતા પહેલાં નીચેના બે પ્રકારની ગણતરીનો મોઢાનો મહાવરો કરાવવો જોઈએ.

(અ) ૧ પાઈ, ૨ પાઈ, ૩ પાઈ, ૪ પાઈ, — ૧૧ પાઈ એ દરેકમાં કેટકેટલી પાઈઓ ઉમેરીએ તો ૧ આનો પૂરો થાય?

(બ) ૧ આનો, ૨ આના, ૩ આના, ૪ આના — ૧૫ આના એ દરેકમાં કેટકેટલા આના ઉમેરવાથી ૧ રૂપિયો પૂરો થાય?

આટલો મોઢાનો મહાવરો થયા પછી નાણાંની બાદબાકીના હિસાબોમાં નીચેના ક્રમે આગળ વધવું જોઈએ:

૧. પાઈમાંથી પાઈ, આનામાંથી આના, રૂપિયામાંથી રૂપિયા બાદ કરાવી શકાય તેવા હિસાબો ગણાવી સ્થાપિત કરવું જોઈએ કે બાદબાકી એક જ જાતિના પરિમાણની, એક જ મહત્ત્વના એકમોની થઈ શકે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨. (અ) આ. પા.માંથી આ. પા. સરળતાથી બાદ થઈ શકે તેવા,

(બ) આ. પા.માંથી આ. પા. સરળતાથી બાદ ન થઈ શકે તેવા.

૩. (અ) રૂ. આ.માંથી રૂ. આ. સરળતાથી બાદ થઈ શકે તેવા.

(બ) રૂ. આ.માંથી રૂ. આ. સરળતાથી બાદ ન થઈ શકે તેવા.

૪. (અ) રૂ. આ. પા.માંથી રૂ. આ. પા. સરળતાથી બાદ થઈ શકે તેવા.

(બ) રૂ. આ. પા.માંથી રૂ. આ. પા. સરળતાથી બાદ ન થઈ શકે તેવા.

આટલો ક્રમ ખ્યાલમાં રાખી સરળતાથી બાદ ન થઈ શકે તેવા પ્રસંગે નીચે જણાવેલી રીતોનો યથાયોગ્ય જાણી ઘટે તેટલો ઉપયોગ કરવાની કળા જાણી લેવી જોઈએ.

૧૬. પૃથક્કરણની રીત: રૂ. ૨૨–૭–૯ માંથી રૂ. ૧૨–૧૪–૧૦ વપરાયા પછી તેની પાસે કેટલા પૈસા બાકી વધે?

રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.
૨૨—૭—૯ ને આ પ્રમાણે લખી શકાય	૨૧–૨૨–૨૧
તો ૧૨–૧૪–૧૦ બાદ કરી શકાય	૧૨–૧૪–૧૦
	રૂ. ૯—૮–૧૧

પાઈ: ૯ પાઈમાંથી ૧૦ પાઈ બાદ જાય નહિ, તેથી ૭ આ. માંથી ૧ આનો લઈ તેની ૧૨ પાઈઓ સાથે ૯ પાઈ ઉમેરી ૨૧ પાઈઓ થાય તેમાંથી ૧૦ પાઈઓ જતાં **૧૧** પાઈ વધે.

આના: ૬ આનામાંથી ૧૪ આના બાદ જાય નહિ, તેથી ૨૨ રૂ. માંથી ૧ રૂ. લઈ તેના આના ૧૬ સાથે ૬ આના ઉમેરી ૨૨ આના થાય, તેમાંથી ૧૪ આના બાદ જતાં બાકી ૮ આના વધે, અને છેવટે ૨૧ રૂ. – ૧૨ રૂ. = ૯ રૂ. બાકી વધે.

માટે બાકી રહેલી એકંદર રકમ રૂ. ૯–૮–૧૧ ગણાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

૧૭. સમાન ઉમેરણની રીત :

રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.	રૂ. આ. પા.
૨૨—૭—૯ =	૨૨-(૧૬+૭) - (૧૨+૯) =	૨૨-૨૩-૨૧
૧૨-૧૪-૧૦	(૧૨+૧) - (૧૪+૧) - ૧૦	૧૩-૧૫-૧૦
		રૂ. ૯—૮-૧૧

પાઈ: એમાં ૯ પાઈમાંથી ૧૦ પાઈ જતી નથી. તેથી તેમાં ૧૨ પાઈ ઉમેરી, અને વિયેાજકમાં ૧૪ આનામાં ૧૨ પાઈને બદલે ૧ આનેા ઉમેરી ૧૫ આના કર્યા. પછી ૨૧ પાઈમાંથી ૧૦ પાઈ જતાં **૧૧** પાઈ બાકી વધે.

આના : ૭ આનામાંથી ૧૫ બાદ જતા નથી, તેથી તેમાં ૧૬ આના ઉમેરી ૨૩ આના કર્યા. અને વિયેાજકમાં ૧૨ રૂ. માં ૧૬ આના ને બદલે ૧ રૂ. ઉમેરી ૧૩ રૂ. કર્યા. પછી ૨૩ આનામાંથી ૧૫ આના જાય તેા બાકી ૮ આના વધે. રૂ. ૨૨ - રૂ. ૧૩ = રૂ. ૯ એટલે જવાબ રૂ. ૯-૮-૧૧ ગણાય.

૧૮. પૂરક સરવાળાની રીત :

રૂ. આ. પા.	
૨૨—૭—૯	૧૦ પાઈ + ? = ૧ આ. ૯ પા. હેાય, તેા
૧૨-૧૪-૧૦	**૧૧** પાઈ ઉમેરવી પડે. તેથી ૧ આનેા વધ્યાનેા
——	ગણી ૧૪ આનામાં ઉમેર્યા તેા
૯—૮-૧૧	૧૫ આના + ? = ૧ રૂ. ૭ આ. હેાય તેા

૮ આના ઉમેરવા પડે. તેથી ૧ રૂ. વધ્યાનેા ગણી રૂ. ૧૩ + ? = રૂ. ૨૨ થાય, ત્યારે ૯ રૂ. ઉમેરવા પડે. તેથી જવાબ રૂ. ૯-૮-૧૧ ગણાય.

૧૯. વ્યાવહારિક રીત :

રૂ. ૨૨—૭—૯	રૂ. ૨૨ માંથી ૧ રૂ. લઈ તેમાંથી ૧૪ આના
રૂ. ૧૨-૧૪-૧૦	આપી દેતાં ૨ આના વધે અને રૂ. ૨૧
——	-રૂ. ૧૨ = રૂ. ૯ થાય. તેમજ ૨ આના + ૭
રૂ. ૯—૮-૧૧	આ. ૯ પા. = ૯ આ. ૯ પા. માંથી ૮ બાદ-

બાકીમાં મૂકી ૧ આ. ૯ પા. માંથી ૧૦ પાઈ જતાં ૧૧ પાઈ બાકી રહે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પૂરક સરવાળાની રીત વડે સરવાળો અને બાદબાકી એ બંને પ્રકારની ક્રિયા એકી સાથે ગણાય છે. તેથી મહેનત અને સમયનો બચાવ થાય છે.

દાખલો રૂ. આ. પા.	ખાલી રકમની ગણતરી કરી આપો.
૧૨—૯—૧૧	પાઈ: ૧૦, ૧૯, ૨૫, ૩૬ પાઈની ૦ પાઈ
૧૩—૧૫—૬	અને ૩ આના વધ્યાના.
૨૭—૧૨—૯	આના: ૩, ૧૦, ૨૨, ૩૭, ૪૬ આનામાં
૧૦—૭—૧૦	૨ આનામાં ઉમેરીએ તો પૂરા ૩ રૂ. થાય.
** * *	તેથી ખાલી જગાએ ૨ આના મૂકી ૩
————	વધ્યા ગણો.
/ ૭૫—૦—૦	રૂપિયા: ૩, ૧૦, ૧૩, ૧૫ માં ૦ ઉમેરીએ

તો એકમમાં ૫ આવે વધ્યા ૧, પછી દશકનો સરવાળો ૧, ૨, ૪, ૫, ૬ અને ૧ ઉમેરીએ તો ૭૫ રૂ. પૂરા થાય તેથી ખાલી જગાની રકમ રૂ. ૧૦—૨ આના ગણાય.

૫

૨૦. પરિમાણની કિંમત = ભાવ × પરિમાણના એકમ. આ એક જ સૂત્રનો વારંવાર ઉપયોગ કરવો પડે એવા હિસાબ ગુણાકારની રીતે જ કરી શકાય છે.

૨૧. ગુણાકારના હિસાબનો ક્રમ બે દૃષ્ટિથી યોજી શકાય છે:

૧. રીત દૃઢ કરવાનો ક્રમ

(અ) પાઈની સાથે ગુણક, આનાની સાથે ગુણક.

(બ) આના અને પાઈની સાથે ગુણક, રૂ. આ. ની સાથે ગુણક.

(ક) રૂ. આ. પા. એ ત્રણેય પરિમાણો સાથે ગુણક.

૨. ગુણકની પસંદગીની દૃષ્ટિએ ક્રમ

(અ) ૧૨ અને તેથી નાના ગુણકવાળા સરળ હિસાબો.

(બ) અવયવ પડી શકે તેવા ગુણકો; અને તેને મળતા (એટલે તેની આગળ પાછળના) ગુણકવાળા હિસાબો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩. મોટા ગુણકવાળા ગુણાકારની જુદી જુદી રીતો.

૨૨. (૧) (અ) ૭ પાઈની શેર છાશ મળતી હોય, તો ૨૫ શેરનું શું બેસે ?

૭ પાઈ = ૬ પાઈ + ૧ પાઈ.

માટે ૭ પાઈ × ૨૫ = ૨૫ છબુ + ૨૫ પાઈ

= રૂ. ૦–૧૨–૬

રૂ. ૦—૨–૧

એકંદર કિંમત = રૂ. ૦–૧૪–૭ જવાબ.

(બ) ૯ આને શેર દૂધ મળતું હોય, તો ૩૫ શેરની કિંમત કેટલી ?

૯ આના = ૮ આના + ૧ આનો

માટે ૯ આના × ૩૫ = (૮ આના + ૧ આનો) × ૩૫

= રૂ. ૧૭—૮—૦

રૂ. ૨—૩—૦

એકંદર કિંમત = રૂ. ૧૯–૧૧—૦

(૨) (અ) ૩ આ. ૪ પા. ના શેર તલ મળતા હોય, તો ૨૨ શેરની કિંમત કેટલી ગણાય ?

૩ આ. ૪ પા. × ૨૨ = ૬૬ આના + ૮૮ પાઈ

= રૂ. ૪–૨–૦

રૂ. ૦–૭–૪

એકંદર કિંમત = રૂ. ૪–૯–૪ જવાબ.

(બ) રૂ. ૧–૧૪ આને એક વાર ગજિયાણી મળતી હોય, તો તેવી ૨૦ વાર ગજિયાણીની કિંમત કેટલી ગણાય ?

રૂ. ૧–૧૪–૦ × ૨૦ = રૂ. ૨૦ + ૨૮૦ આના

= + રૂ. ૧૭–૮

એકંદર કિંમત = રૂ. ૩૭–૮ આ. જવાબ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અથવા રૂ. ૧–૧૪ આ. = રૂ. ૨ — ૨ આના.

તેથી રૂ. ૨ × ૨૦ — ૨ આ. × ૨૦ = રૂ. ૪૦ – ૪૦ આ.

= રૂ. ૪૦

— ૨–૮–૦

૩૭–૮–૦ એકંદર કિંમત ગણાય.

૨૩. (૧) એક મણ ખાંડના રૂ. ૧૫–૬–૪ એસે તો ૧૧ મણની કિંમત કેટલી ગણાય?

રૂ. આ. પા.
૧૫–૬–૪
× ૧૧

રૂ. ૧૬૯–૫–૮

૪ પા. × ૧૧ = ૪૪ પા. = ૩ આ. ૮ પા. તેમાં ૮ પાઈ ગુણાકારમાં મૂકયા અને ૩ આ. વધ્યા ગણો.

૬ આ. × ૧૧ + ૩ = ૬૯ આના = રૂ. ૪ –૫ આ. માંથી ૫ આ. જે ગુણાકારમાં મૂકયા અને રૂ. ૪ ને વધ્યા ગણ્યા. તેથી રૂ. ૧૫ × ૧૧ + ૪ = રૂ. ૧૬૯ ગુણાકાર આવે તેથી જવાબ રૂ. ૧૬૯–૫–૮

(૨) (અ) રૂ. ૫–૫–૭ ની એક છત્રી મળતી હોય, તો તેવી ૩૦ છત્રીઓની કિંમત ગણી આપો. તે ઉપરથી (બ) ૨૯ તેમ જ ૩૧ છત્રીઓની કિંમત ગણી આપો.

૩૦ = ૬ × ૫ છે. માટે

(અ) રૂ. ૫–૫–૭
× ૬

રૂ. ૩૨–૧–૬ ૬ નં. કિં.
× ૫

રૂ. ૧૬૦–૭–૬ ત્રીશ નં. કિં.

(બ) રૂ. ૧૬૦–૭–૬
+ ૫–૫–૭

રૂ. ૧૬૫-૧૩-૧; ૩૧ નં. કિં.

તેમ જ રૂ. ૧૬૦–૭–૬
– રૂ. ૫–૫–૭

રૂ. ૧૫૫–૧–૧૧; ૨૯ નં. કિં.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૪. રૂપાંતરની રીત : રૂ. ૧૩-૯-૮ એક મણ ગોળનો ભાવ હોય, તો ૩૪૫ મણ ગોળની કિંમત કેટલી ગણાય ?

રૂ. ૧૩–૯–૮
× ૩૪૫

રૂ. ૪૬૯૩–૭–૦

૪૪૮૫ ૩૧૦૫ ૨૭૬૦
૨૦૮ + ૨૩૦ ૦ પા.

૩૩૩૫
૭ આના.

૨૭૬૦ ÷ ૧૨ = ૨૩૦ આના.
અને (૩૧૦૫ + ૨૩૦) ÷ ૧૬
= રૂ. ૨૦૮ અને ૭ આના.
અને (૪૪૮૫ + ૨૦૮) રૂ. મળીને
જવાબ રૂ. ૪,૬૯૩–૭–૦

૨૫. ગુણકના એકમની દૃષ્ટિ :

ગુણક ૩૪૫ છે. તેમાં ૩૦૦; ૪૦ અને ૫ એ પદોની કિંમત સરળતાથી ગણી શકાય, એટલા માટે ૧, ૧૦, ૧૦૦ એકમની કિંમત તૈયાર કરી તે ઉપરથી માગેલી કિંમત તૈયાર કરી શકાય છે : જેમ કે

(૧) રૂ. ૧૩–૯–૮ × ૫ = રૂ. ૬૮–૦–૪
× ૧૦

(૧૦) રૂ. ૧૩૬–૦–૮ × ૪ = રૂ. ૫૪૪–૨–૮
× ૧૦

(૧૦૦) રૂ. ૧૩૬૦–૬–૮ × ૩ = રૂ. ૪૦૮૧–૪–૦

એટલે રૂ. ૧૩–૯–૮ × ૩૪૫ = રૂ. ૪૬૯૩–૭–૦

૨૬. ગુણ્યના એકમની દૃષ્ટિએ :

ગુણ્યના એકમ રૂ. ૧–૧–૧ લઈએ તો તેથી ૩૪૫ મણની કિંમત રૂ. ૧–૧–૧ ના ભાવે ગણી તે ઉપરથી રૂ. ૧૩–૯–૮ ના ભાવે કિંમત ગણી શકાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૧ રૂ.) રૂ. ૩૪૫ × ૧૩		= રૂ. ૪૪૮૫–૦–૦
(૧ આ.) ૩૪૫ આ. = રૂ. ૨૧ – ૯ × ૯	=	૧૯૪–૧–૦
(૧ પા.) ૩૪૫ પા. = રૂ. ૧ – ૧૨ – ૯ × ૮	=	૧૪–૬–૦
એટલે રૂ. ૩ – ૯ – ૮ × ૩૪૫	=	રૂ. ૪૬૯૩–૭–૦

૨૭. ગુણક ઘણો મોટો હોય, એવા ગુણાકારો જીવનમાં ભાગ્યે જ જડી આવે છે. અને જેને જડી આવે છે, તેને માટે કાંતો ગણતરીના તૈયાર કોઠા જ હોય છે, અને કાંતો ગણતરી યંત્રથી જ થતી હોય છે. અથવા ગણક પોતે જ પોતાની ખાતર ગણતરીની સરળ રીતો શોધી કાઢે છે. જીવનમાં પ્રસંગોપાત્ત કરવી પડતી ગણતરીનો ઘણો મોટો ભાગ સાદી, નાની, ગણતરીઓનો જ હોય છે. તેથી તેવી સર્વ સામાન્ય સ્થિતિને અનુકૂળ તૈયારી શાળામાં કાયમ થતી રહેવી જોઈએ. એ આપણા લક્ષ બહાર રહેવું ન જોઈએ.

૬

૨૮. વિવિધ પરિમાણના ભાગાકારના બે પ્રકાર છે :

ભાજક સાદી સંખ્યા હોય, ત્યારે તે ભાગાકાર ભાગની દૃષ્ટિએ થાય છે.

રૂ., ૨૪–૬ ને ૧૫ વડે ભાગો તો ભાગાકાર રૂ. ૧ – ૧૦ આ. મળે છે. આ જાતની ગણતરીમાં ભાગાકાર ભાજ્યની જાતિનો જ આવે છે.

આ પ્રકારના ભાગાકાર નીચેના ક્રમે શીખવવા જોઈએ :

૧. ૨ થી ૧૨ સુધીના ભાજકવાળા સરળ ભાગાકાર,

૨. ભાજકના અવયવ પાડીને ભાગાકાર

૩. ભાજક મોટી રકમના હોય તેવા ભાગાકાર.

૧. એક જ જાતિની પાંચ સાડીઓની કિંમત રૂ. ૩૧–૯ બેસે છે. તો તે દરેકનો ભાવ કેટલો ગણાય ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

રૂ. આ.

૫ | ૩૧–૯
રૂ. ૬–૫

સાદા ભાગાકારની માફક સૌથી મોટા પરિમાણમાંથી રૂ. ૬ ભાગ મળ્યો. ૧ રૂ. વધ્યો તેના ૧૬ આનામાં ૯ આના ઉમેરી મળેલા ૨૫ આનાને ૫ વડે ભાગવાથી આનાનો ભાગ મળે છે. જ્યારે ભાગાકાર પૂરેપૂરો આવતો ન હોય, ત્યારે શેષની જાતિ અને કિંમત ગણવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૨. જુદે જુદે ભાવે લીધેલા ૭ મણ ચોખાની કિંમત રૂ. ૯૬–૧૫–૬ એઠા. તો એક મણ ચોખાનો સરાસરી ભાવ કેટલો ગણાય ?

રૂ. આ. પા.

૭ | ૯૬–૧૫–૬
રૂ. ૧૩–૧૩–૭ ૫/૭

તે ભાગાકારમાં ૫ પાઈ શેષ વધે છે. તેમ જ એક મણની કિંમત રૂ. ૧૩–૧૩–૭ પણ કહી શકાય નહિ. ૫/૭ ભાગ લગભગ એક જેટલો છે. તેથી અંતિમ ૭ પાઈને બદલે ૮ પાઈ ગણવી જોઈએ. તેથી રૂ. ૧૩–૧૩–૮ સરાસરી એક મણનો સરાસરી ભાવ ગણાય.

૩. ૩૦ ધોતી જોટાની કિંમત રૂ. ૨૫૨–૧૩–૬ પા. હોય, તો ૧ ધોતી જોટાની કિંમત કેટલી ગણાય ?

તેમાં ૩૦ = ૬ × ૫ છે માટે

રૂ. આ. પા.

૬ | ૨૫૨–૧૩–૬
૫ | ૪૨—૨–૩ પાંચ જોટાની કિંમત
૮—૬–૧૦–૧ પાઈ વધે. ૧ જોટાની કિંમત.

શેષની માત્ર ૧ પાઈ છે. તે નજીવી છે. તેથી જવાબ રૂ. ૮–૬–૧૦ પાઈ લગભગ ગણાય.

૪. ૩૯ મણ ઘઉં એક ગાડામાંથી તોળી લીધા. તેની કિંમત રૂ. ૨૮૮–૧૨–૦ એસે છે. તો ૧ મણની કિંમત કેટલી ગણાય ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri


```
          રૂ. ૭   –   ૬   –   ૫ + ૧
     ____________________________
૩૯) રૂ. ૨૮૮  –  ૧૨  –  ૦
       ૨૭૩    →૨૪૦
       ———     ———    →૨૧૬
         ૧૫—   ૨૫૨     ૧૯૫
               ૨૩૪     ———
               ———      ૨૧
                ૧૮—
```

૨૧ તે ૩૯ના અર્ધથી વધારે છે. તેથી છેલ્લી પાઈમાં ૧ પાઈનો વધારો કરવો જોઈએ.

તેથી જવાબ રૂ. ૭–૬–૬ ઘઉંનો ભાવ પરવડે જવાબ.

૨૯. ભાજક વિવિધ પરિમાણના સ્વરૂપમાં હોય, ત્યારે તે ભાગાકાર માપની દૃષ્ટિએ ગણાય છે. જેમ કે રૂ. ૭–૮ આ. ને ૧૨ આના વડે માપો. જવાબ ૧૦.

માપની દૃષ્ટિએ ભાગાકાર કરવાનો હોય, ત્યારે બે બાબતો ઉપર લક્ષ આપવાનું હોય છે: (૧) ભાજ્ય અને ભાજક એ બંને એક જ જાતિનાં હોવાં જોઈએ. તેમ જ તે બંનેને એકસરખા મહત્ત્વના એકમમાં લાવવાં જોઈએ. (૨) તેમનો ભાગાકાર સાદી સંખ્યામાં મળે છે.

આવા ભાગાકાર બે પ્રકારે કરી શકાય છે:

(અ) સરખા મહત્ત્વમાં લાવીને (બ) ભાજકના જુદા જુદા એકમની કિંમત તૈયાર કરીને.

(૧) રૂ. ૧૦–૪ આ. માંથી રૂ. ૦–૧૩–૮ એ વારના ભાવનું કેટલા વાર કાપડ મળી શકશે?

તેમાં રૂ. ૧૦–૪ આના ÷ રૂ. ૦–૧૩–૮

એટલે ૧૬૪ આના ÷ રૂ. ૦–૧૩–૮

= ૧૯૬૮ પાઈ ÷ ૧૬૪ પાઈ = ૧૨ વાર જવાબ.

બંને પરિમાણો પાઈના ઊતરતા રૂપમાં લાવ્યા પછી જ ભાગાકાર કરી શકાય છે. બધી વખત એકસરખા મહત્ત્વમાં લાવવાનો અર્થ સૌથી ઊતરતા સ્વરૂપમાં લાવ્યા પછી જ ભાગાકાર કરી શકાય એવો સમજવાનો નથી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) રૂ. ૧૩૦-૧૦ આનામાંથી રૂ. ૧-૬-૦ ના ભાવનું કેટલા વાર કાપડ મળી શકશે?

રૂ. ૧૩૦-૧૦ ÷ રૂ. ૧-૬ એટલે ૧૦૪૫ બે આના ÷ ૧૧ બે આના = ૯૫ વાર કાપડ જવાબ.

(૩) રૂ. ૮૪૯૦-૧૧-૨ માંથી રૂ. ૧૩-૧૧-૭ જેવડા કેટલા ભાગ પડશે?

			ભાગાકાર
(૧) રૂ.	૧૩-૧૧-૭	રૂ. ૮૪૯૦-૧૧-૨	૬૦૦
	× ૧૦	− ૮૨૩૪—૬-૦	
(૧૦) રૂ.	૧૩૭-૩-૧૦	૨૫૬—૫-૨	૧૦
	× ૧૦	− ૧૩૭—૩-૧૦	
(૧૦૦) રૂ.	૧૩૭૨-૬-૪	૧૧૯—૧-૪	
		− ૧૦૯-૧૨-૮	૮
		રૂ. ૯—૪-૮	૬૧૮

એટલે ૬૧૮ ભાગ પાડી શકે, અને રૂ. ૯-૪-૮ બાકી વધે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૦. ચોરસમાપ અને ઘનમાપ

[દ્વાદશાંશ પદ્ધતિએ ગણતરી]

૧

૧. સપાટીને સપાટીના કોઈ પણ માપ વડે માપી શકાય, તેવું માપ લેનાર નિશ્ચિત અને નિયમિત આકારનું હોય તો સપાટીની માપણી સરળતાથી કરી શકાય છે. એક નિયમિત અને નિશ્ચિત આકારના પાંદડા વડે, એક વર્તુળ વડે, કે એક સમબાજુ ત્રિકોણ વડે કોઈ પણ આકૃતિને સંપૂર્ણપણે માપી શકાતી નથી. તેવી ગણતરી કરવા માટે સરળ આકાર **ચોરસ** પસંદ કરેલ છે. ચોરસ નિશ્ચિત અને નિયમિત આકૃતિ છે. એટલે ચોરસ વડે માપવામાં આવતી સપાટીનું માપ **ચોરસ માપ** કહેવાય છે.

કોઈ પણ કાટખૂણ ચોખૂણ આકૃતિની સપાટીનું માપ લેવું હોય, ત્યારે એવી ચોરસ આકૃતિઓ (માપવાના એકમ) ની હાર સપાટીની લંબાઈ સાથે બરાબર કરી શકાય છે, તેમ જ તેવી હારોની સંખ્યા પહોળાઈની સાથે પણ બરાબર આવી જાય છે. તેથી જ સપાટી માપવાના એકમ તરીકે ચોરસ આકૃતિને પસંદ કરવામાં આવેલી છે. જોકે વ્યવહારમાં એવા એકમ વડે માપ લેવામાં આવતું નથી. સ્વીકારેલા એકમ પ્રમાણે સપાટીની લંબાઈ તેમ જ પહોળાઈના એકમનો નિર્ણય કરવામાં આવે છે. તેથી સ્વીકારેલા એકમ સાથે લંબાઈ અને પહોળાઈની સંખ્યા વડે ગુણાકાર કરવાથી સપાટીના માપના **ચોરસ એકમ**ની ગણતરી થઈ જાય છે.

અનિયમિત સપાટીનું માપ સરળતાથી લેવા માટે તે આકૃતિનું એક કે બે કાટખૂણા વાળી આકૃતિમાં વિભાજન કરવામાં આવે છે.

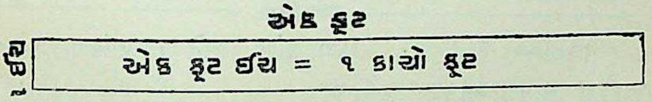
૨. (અ) ચોરસ માપના લગભગ બધા જ એકમો લંબાઈના પ્રાથમિક એકમોની સાથે બંધબેસતા થાય તેવા યોજવામાં આવેલ છે, અને તે દરેક એકમ ચોરસ આકારનો હોય છે.

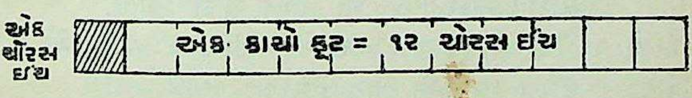
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

લંબાઈનો પ્રાથમિક એકમ		ચોરસ માપનો સાધિત એકમ
ઈંચ	એક ઈંચની બાજુ ઉપરનો ચોરસ	ચોરસ ઈંચ
ફૂટ	એક ફૂટની બાજુ ઉપરનો ચોરસ	ચોરસ ફૂટ
વાર	એક વારની બાજુ ઉપરનો ચોરસ	ચોરસ વાર
સાંકળ	એક સાંકળની બાજુ ઉપરનો ચોરસ	ચોરસ સાંકળ
૧૦૦ હાથ	૧૦૦ હાથની બાજુ ઉપરનો ચોરસ	વીઘું

(ખ) કાગળના પૂંઠામાંથી કાપેલો ચોરસ ઈંચ, પ્લાઈવુડમાંથી કાપી તૈયાર કરેલા ચોરસ ફૂટ અને ચોરસ વાર, તેમ જ જમીન ઉપર દોરેલા ચોરસ સાંકળ એ ચારેય ચોરસ માપના એકમોની ઓળખાણ પાકી થયા પછી જ તે એકમોનો પરસ્પરનો સંબંધ તૈયાર કરાવવો જોઈએ. આ બધા એકમો લંબાઈના પ્રાથમિક એકમો ઉપરથી **સાધિત** થયેલા છે. એ દરેકનાં નામો પણ લંબાઈના એકમના આધારે યોજેલાં છે. છતાં ચોરસ માપનો આ દરેક એકમ લંબાઈના તેવા જ દરેક એકમ ઉપરથી ઉપયોગની દૃષ્ટિએ તદ્દન સ્વતંત્ર છે. એ બંને જુદી જ જાતના પરિમાણને માપનાર એકમો છે. એ ભિન્નતા દૃઢ કરાવવા જેવી છે. કારણ કે ઘણી વખત વિદ્યાર્થીઓમાં ફૂટ અને ચોરસ ફૂટના ભેદનો ખ્યાલ જોઈએ તેવા સ્વરૂપમાં સ્પષ્ટ થયેલો હોતો નથી.





(ક) એક ચોરસફૂટ સપાટીમાં એક એક ઈંચના અંતરે અગિયાર આડા કાપ મૂકવાથી એક ફૂટ લાંબી, એક ઈંચ પહોળી, એવી બાર પટીઓ પડે છે, તેવી દરેક પટીની સપાટીના માપને એક ફૂટ ઈંચ— અથવા એક **કાચોફૂટ** કહેવામાં આવે છે. તેવી દરેક પેટીમાંથી એક

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એક ઇંચના અંતરે ૧૧ કાપ મૂકવાથી દરેક કકડો ચોરસ આકારનો, અને એ દરેક એક ઇંચ લાંબો અને એક ઇંચ પહોળો હોય છે. તેવા કકડાને **ચોરસ ઇંચ** કહે છે. ટૂંકામાં

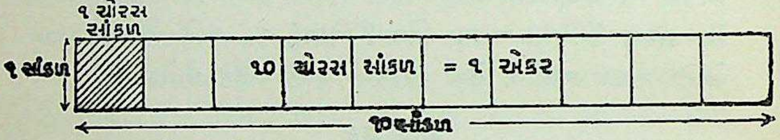
૧ ચોરસ ફૂટ = ૧૨ કાચા ફૂટ   એ જ વિગત બીજી રીતે
૧ કાચો ફૂટ = ૧૨ ચોરસ ઇંચ   કહીએ તો

૧ ચોરસ ફૂટ = એક હારમાં ૧ ચોરસ ઇંચના જેવા ૧૨ કકડા હોય, અને તેમાં તેવી ૧૨ હારો થાય છે.

માટે ૧ ચોરસ ફૂટ = ૧ ચો. ઇંચ × ૧૨ × ૧૨ = ૧૪૪ ચો. ઇં. એ જ પ્રમાણે ૧ ચોરસ વાર = ૧ ચો. ફૂ. × ૩ × ૩ = ૯ ચો. ફૂ. અને ૧ ચોરસ સાંકળ = ૧ ચો. વા. × ૨૨ × ૨૨ = ૪૮૪ ચો. વાર

(ડ) ૧૦ ચોરસ સાંકળ = ૪૮૪૦ ચો. વાર = ૧ એકર ગણાય છે.

ટૂંકામાં ૧ એકર લગભગ ૭૦ વાર લાંબો અને ૭૦ વાર પહોળો એક ચોરસ જમીનનો ટુકડો વધારે ચોકસાઈથી કહીએ તો ૧ એકર = વાર ૬૯-૧-૯ લંબાઈની બાજુ ઉપરનો ચોરસ.



વાસ્તવિક રીતે ૧૦ સાંકળ લાંબા અને ૧ સાંકળ પહોળા સપાટીના માપને **એકર** કહે છે.

વ્યવહારમાં એકરના ૪૦ મા ભાગને **ગુંઠો** કહે છે. એટલે ૧ એકર = ૪૦ ગુંઠા = ૧૦ ચો. સાંકળ = ૪૮૪૦ ચો. વા. એથી ૧ ગુંઠો = ૧૨૧ ચો. વાર, તેમ જ

૧ ચો. સાંકળ = ૪ ગુંઠા ગણાય.

એ જ રીતે ૧ ગુંઠાના ૧૬મા ભાગને **આનો** કહે છે.

તેથી ૧ ગુંઠો = ૧૬ આના = ૧૨૧ ચો. વાર

એટલે ૧ આનો = ૭$\frac{૯}{૧૬}$ ચો. વાર ગણાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ટ્રંકામાં ૧ આનો = $(૮\frac{૧}{૪})^{૨}$ ચો. ફૂટ = $૬૮\frac{૧}{૧૬}$ ચો. ફૂટ ગણાય.

ચોરસ માપનું માપ આનો એ ચોરસ આકારનો એકમ છે. તેની એક બાજુ એક સાંકળનો આઠમો ભાગ હોય છે.

(ઈ) ચોરસ ઇંચ, ચોરસ ફૂટ, ચોરસ વાર, ચોરસ સાંકળ એ ચારેય એકમો લંબાઈના પ્રાથમિક એકમ ઉપરથી સાધિત થયેલ છે. તેથી લંબાઈનાં માપથી આ જુદા જ માપના એકમો છે, એમ બતાવવા માટે એ દરેકની આગળ 'ચોરસ' શબ્દ મૂકેલો છે. ત્યારે એકરનો એકમ એવા કોઈ લંબાઈના એકમના આધારે યોજાયેલ નથી પણ ચોરસ સાંકળના સપાટીના એકમ ઉપરથી સાધિત થયેલ એકમ છે. તેથી તેની સાથે ચોરસ શબ્દ જોડવામાં આવેલ નથી. વળી એકરનું માપ કોઈ પૂર્ણ વર્ગવાળી સંખ્યા નથી. તેથી તેની ચોરસ આકૃતિમાં કરવાને બદલે ૧૦ ચો. સાં. ના સ્વરૂપમાં રજૂ કરવામાં આવે છે.

૩. (અ) સામાન્ય રીતે ઓરડાની લંબાઈ અને પહોળાઈનાં માપ ફૂટ અને ઇંચમાં લેવામાં આવે છે, તે જ પ્રમાણે બંગલામાં બારીબારણાંનાં માપ પણ ઓરડાની માફક ફૂટ અને ઇંચમાં લેવામાં આવે છે.

(બ) જમીનના નાના પ્લૉટોનાં માપ વાર ફૂટ અને ઇંચમાં લેવાય છે, ત્યારે ખેતરોનાં માપ ૨૨ યાર્ડ લાંબી સાંકળથી લેવાય છે. અને એ લંબાઈના માપને આધારે તેની સપાટીનાં માપ એકર, ગુંઠા, અને આનામાં દર્શાવાય છે. જૂના કાળમાં સાંકળને બદલે ૧૦૦ હાથના માપની દોરીથી લેવામાં આવતું હતું. તે ઉપરથી ખેતરની સપાટીનું માપ વીઘામાં ગણાય છે. હાથનું માપ સર્વત્ર એકસરખું જણાતું નથી. તે જ પ્રમાણે તે માપ કાયદાથી પ્રમાણભૂત પણ નથી. તેથી વીઘાના માપની ગણતરી ધીમે ધીમે અદૃશ્ય થતી જાય છે. અત્યારે સામાન્ય રીતે ૨૮૦૦ ચો. વાર = ૧ વીઘું ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨

૪. સપાટીનું માપ એ જુદી જુદી દિશામાં લીધેલાં લંબાઈના **એક જ પ્રકારનાં** માપ ઉપરથી ગણવામાં આવે છે. જે પ્રકારનાં એકમથી બંને લંબાઈની માપણી કરેલી હોય છે, તે લંબાઈના એકમ-ને આધારે સાધિત થતા ચોરસમાપના એકમમાં તેની ગણતરી થાય છે. ઇંચ એ ફૂટનો બારમો ભાગ (દ્વાદશાંશ) છે, એ દૃષ્ટિએ લંબાઈનાં બંને માપો જ્યાં ફૂટ અને ઇંચમાં લીધેલાં હોય છે, ત્યાં સપાટીના માપની ગણતરી વ્યવહારમાં દ્વાદશાંશ પદ્ધતિએ થાય છે.

શાળામાં ૧ ચોરસ ફૂટ = ૧૪૪ ચો. ઇંચના સંબંધથી ગણતરી ગણાય છે. ત્યારે દ્વાદશાંશ પદ્ધતિમાં તે બંનેની વચ્ચે બારમા ભાગનો એક નવો એકમ **ફૂટઇંચ – કાચો ફૂટ** ઊભો કરવામાં આવેલ છે.

૧ ચો. ફૂટ = ૧૨ કાચા ફૂટ અને ૧ કાચો ફૂટ = ૧૨ ચો. ઇંચ અથવા ૧ ચોરસ ફૂટ = ૧૨ કાચા ફૂટ = ૧૪૪ ચો. ઇંચ ગણાય.

હવે આ દૃષ્ટિએ સપાટીના માપની પ્રાથમિક ગણતરી કરવાનો પ્રયત્ન કરીએ :

(૧) એક ઓરડો ૧૫ ફૂટ લાંબો અને ૧૨ ફૂટ પહોળો છે. ત્યારે તેનું ચોરસમાપ કેટલું ગણાય?

તેમાં બંને માપો ફૂટમાં લીધેલાં છે તેથી ૧ ચો. ફૂ. ને તેની સપાટી માપનાર મુખ્ય એકમ તરીકે સ્વીકારવો જોઈએ :

૧ ચો. ફૂ. માપના ૧૫ એકમ એક હારમાં આવે, તેવી ૧૨ હારો કરવાથી તે સપાટીનું માપ મળી આવે.

માટે તેનું ચોરસ માપ ૧ ચો. ફૂ. ફૂટ × ૧૫ × ૧૨ = ૧૮૦ ચો. ફૂ.
અથવા ,, = (૧૫×૧૨) ચો. ફૂટ = ૧૮૦ ચો. ફૂ.

(૨) એક શેતરંજી ૬ ફૂટ ૫ ઇંચ લાંબી અને ૩ ફૂટ પહોળી છે ત્યારે દર ચો. ફૂટે ૧૦ આના પ્રમાણે તેની કિંમત કેટલી ગણાય?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬′ ૫″ ૩′ ચો. ૧૮′ ૧′ ૩″ ચો. ૧૯′ ૩″	(૬ × ૩) ચો. ફૂ. = ૧૮ ચો. ફૂ. અને ૫″ બારમા ભાગને ૩ વડે ગુણીએ તો ૧૫″ બારમા ભાગ મળે છે. તેમાંથી ૧૨″ = ૧ આખો (પૂર્ણાંક) ભાગ મળે છે, અને ૩ બારમા ભાગ ગુણાકારમાં મૂકયા. તેથી એકંદર ૧૯ ચો. ફૂટ. ૩ (બારમા ભાગ) કાચા ફૂટ તેની સપાટીનું એકંદર માપ થયું. તે ઉપરથી તેની એકંદર

કિંમત = ૧૦ આના × ૧૯ ચો. ફૂ. ૩″

= ૧૯૦ આના + ૧૦ પા. × ૩

= ૧૯૨ આના ૬ પાઈ = રૂ. ૧૬–૦–૬ જવાબ.

તેમાં અંકની જમણી બાજુએ ઉપર ″ આવાં બે ચિહ્નો એ આ સ્થળે **બારમા ભાગ સૂચક** છે. બારમા ભાગને આપણે કાચો ફૂટ પણ કહીએ છીએ.

૩. ૧૨ ફૂટ ૭ ઇંચ લાંબા અને ૧૦ ઇંચ પહોળા પતરામાંથી ખાળ બનાવીએ તો દર ચો. ફૂટે ૮ આ. પ્રમાણે તેની કિંમત કેટલી?

૧૨′ ૭″ ૧૦″ ૧૨૦″ ૭૦‴ ચો. ૧૦′ ૫″ ૧૦‴	૧૨′ × ૧૦″ = ૧૨૦ કાચા ફૂટ = ૧૦ ચો. ફૂટ તેમ જ ૭″ × ૧૦″ = ૭૦ ચો. ઇંચ = ૫ કાચા ફૂટ ૧૦ ચો. ઇંચ ગણાય. તેથી તેની સપાટીનું

એકંદર માપ ચો. ફૂટ ૧૦–૫–૧૦ ગણાય.

એટલે તેની કિંમત = ૮ આ. × ૧૦′ ૫″ ૧૦‴

આ. પા. પા.

= ૮૦ ૪૦ $\frac{૮૦}{૧૨}$

= રૂ. ૫–૩–૧૧ પા. લગભગ.

૪. એક શેતરંજી ૭′ ૪″ લાંબી અને ૩′ ૬″ પહોળી છે. તો દર ચો. ફૂટે ૧૦ આના પ્રમાણે તેની કિંમત કેટલી ગણાય?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૭'	૪"	
૩'	૬"	
૨૧'	૧૨"	
	૪૨"	
		૨૪"'
૪'	૨"	
ચો.૨૫'	૮"	૦"'

તેની સપાટીનું એકંદર માપ
= ચો. ૨૫' – ૮" ગણાય, તે ઉપરથી
તેની કિંમત = ૧૦ આના × ૨૫' ૮"
= ૨૫૦ આના ૮૦ પાઈ
= રૂ. ૧૬–૦–૮ પાઈ જવાબ.

સૂચના : આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ જ્યાં માત્ર ફૂટ અને ઇંચ એ એ જ માપ આપેલ હોય, ત્યાં જ કરી શકાય છે.

૩

૫. જેમ સપાટીના મહત્ત્વની ગણતરી સપાટી માપવાના એકમ —ચોરસ માપના એકમો વડે લેવાય છે. તે જ પ્રમાણે અવકાશ — ખાલી જગાનું માપ કદના મહત્ત્વની ગણતરી — ઘન વસ્તુઓને માપવાના એકમ — ઘનમાપના એકમ વડે ગણાય છે. જે ઘનાકૃતિની લંબાઈ, પહોળાઈ, જાડાઈ, ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ અથવા આડું, ઊભું, અને ઊંચું કે ઊંડું એ ત્રણેય દિશામાં લીધેલાં માપ એક સરખાં હોય, અને એ ત્રણેય દિશામાં આવેલી સપાટીઓ એકબીજાની સાથે કાટખૂણે આવેલી હોય, તેવી અવકાશ રોકનાર આકૃતિને **ઘન** કહે છે.

ચોરસમાપની ગણતરી લંબાઈ અને પહોળાઈ એ બે માપને આધારે થાય છે, તેથી **અંતર** એ **એકમાન મહત્ત્વ** કે માત્ર લંબાઈથી જ માપી શકાય તેવું પરિમાણ છે. ત્યારે સપાટી એ **દ્વિમાન મહત્ત્વ** કે લંબાઈ અને પહોળાઈના ગુણાકાર રૂપ ચોરસમાપથી માપી શકાય છે. તે જ પ્રમાણે ત્રણ દિશામાં માપ લેવાથી ઘનમાપની ગણતરી કરી શકાય છે. અથવા ચોરસમાપની સાથે લંબાઈના એક માપ ઉપરથી પણ ઘનમાપની ગણતરી શકાય છે. તેથી અવકાશ એ **ત્રિમાન મહત્ત્વ** (લંબાઈ, પહોળાઈ, અને જાડાઈ) એ ત્રણ માપના ગુણાકાર રૂપ ઘનમાપથી માપી શકાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬. (અ) ચોરસમાપની માફક ઘનમાપના એકમ પણ લંબાઈના એકમ ઉપરથી જ સાધવામાં આવે છે.

લંબાઈનો પ્રાથમિક એકમ	ઘનાકૃતિ	ઘનમાપનો એકમ
ઇંચ	એક ઇંચની બાજુવાળો ઘન	૧ ઘન ઇંચ
ફૂટ	એક ફૂટની બાજુવાળો ઘન	૧ ઘન ફૂટ

એવા ૧૦૦ ઘન ફૂટનું માપિયું (૧૦ ફૂટ લાંબી, ૧૦ ફૂટ પહોળી, અને ૧ ફૂટ ઊંડી લાકડાની પેટી) કાંકરા, રેતી, ચૂનો વગેરે પદાર્થોના મહત્ત્વની ગણતરી માટે વપરાય છે અને તેને **પેટી** કે **બ્રાસ** કહેવામાં આવે છે.

(બ) (૧) ૧૨ ફૂટ લાંબું, ૧ ફૂટ પહોળું, અને ૧ ઇંચ જાડું પાટિયું લઈ તેમાંથી ફૂટ ફૂટના અંતરે અગિયાર કાપ મૂકી તેના બાર કકડા કરી તે દરેકને એકની ઉપર એક એમ ગોઠવીએ, તો તેનો આકાર **ઘન** થાય. કારણ કે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ એ ત્રણેય એકસરખાં માપનાં—એક ફૂટની લંબાઈનાં હોય છે. તેથી તે ઘનાકૃતિ **૧ ઘન ફૂટ** ગણાય છે. તેમાંનો દરેક કકડો ૧ ફૂટ લાંબો, ૧ ફૂટ પહોળો અને ૧ ઇંચ જાડો હોય છે. એથી એ દરેક કકડાનું ઘનમાપ ૧ ઘનફૂટનો બારમો ભાગ ગણાય છે, એવા સાધિત એકમને **કાચો ઘ. ફૂ.** કે **ચોરસ ફૂટ–ઇંચ** કહેવાય છે. ટૂંકામાં ૧૨ કાચા ઘ. ફૂ. = ૧ ઘન ફૂટ ગણાય છે.

(૨) એવા એક પાટિયાની મોટી સપાટી ઉપર એક એક ઇંચના આંતરે આડી કે ઊભી ગમે તે એક દિશામાં અગિયાર સીધી લીટીઓ દોરી તે પ્રમાણે વહેરીએ તો તેના ૧૨ લાકડી જેવા એક સરખા ટુકડા થશે. એ દરેક ટુકડાનું માપ ૧ ઇંચ જાડાઈ, ૧ ઇંચ પહોળાઈ અને ૧ ફૂટ લંબાઈનું (ટૂંકામાં ચોરસ ઇંચ–ફૂટ) હોય છે. એવા માપને પાકો ઇંચ કહેવામાં આવે છે. તે ઉપરથી ૧૨ પાકા ઇંચ = ૧ કાચો ઘન ફૂટ થાય.

(૩) એવા એક પાકા ઇંચની લાકડીમાંથી એક એક ઇંચના અંતરે કાપ મૂકીએ તો તેમાંથી ૧૨ એક સરખા કકડા થશે. તે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

દરેક કકડાનું માપ ૧ ઇંચ લાંબું, ૧ ઇંચ પહોળું, ૧ ઇંચ જાડું હોય છે. તેને **૧ ઘન ઇંચ** કહે છે.

હવે એ જ સંબંધ ક્રમિક દૃષ્ટિએ કહીએ તો આમ કહેવાય : ૧૨ ઘન ઇંચ = ૧ પાકો ઇંચ, ૧૨ પાકા ઇંચ = ૧ કાચો ઘન ફૂટ; ૧૨ કાચા ઘન ફૂટ = ૧ ઘન ફૂટ, ટૂંકામાં ૧૭૨૮ ઘન ઇંચ = ૧ ઘ. ફૂટ.

૪

૭. ઘન ફૂટ અને ઘન ઇંચ એ બે એકમોની વચ્ચે કાચો ઘ. ફૂ. અને પાકો ઇંચ એવા બે બારમા-બારમા ભાગ દર્શાવનાર એકમો ઘનમાપની ગણતરી સરળતાથી તૈયાર કરવા માટે યોજેલા છે. તે ગૌણ સાધિત એકમોનો ઇમારતી લાકડાના માપમાં ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. તે ઉપર કલમ **૨**માં બતાવ્યું છે. રોડાં, ચોળિયું, રેતી ઇ૦નું માપ લેવા વ્યવહારમાં ઘ. ઇં., ઘ. ફૂ. અને બ્રાસ (૧૦૦ ઘ. ફૂ.) એ ત્રણ એકમોનો વપરાશ વધારે છે. જ્યાં લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ ફૂટ અને ઇંચમાં આપેલ હોય, ત્યાં તેમનું ઘનમાપ દ્વાદશાંશ પદ્ધતિએ ગણવાની પ્રથા વ્યવહારમાં અત્યારે પણ પ્રવર્તે છે. તેનાં ત્રણ ચાર ઉદાહરણો ગણવાથી ખાતરી થશે.

(૧) એક ઓરડો ૧૫ ફૂટ ૭ ઇંચ લાંબો, ૧૨ ફૂટ ૪ ઇંચ પહોળો અને ૧૦ ફૂટ ઊંચો છે. તો તેના અવકાશનું ઘનમાપ કેટલું ગણાય ?

```
     ૧૫′  ૭″
     ૧૨′  ૪″
   ─────────────
    ૧૮૦′ ૮૪″
          ૬૦″  ૨૮‴
           ૨″   ૪‴
   ─────────────
     ૧૨′ ૧૪૬″
   ─────────────────
    ૧૯૨′  ૨″  ૪‴
  × ૧૦′
   ─────────────────
   ૧૯૨૧′ ૧૧″  ૪‴
```

પ્રથમ બે હારમાં ગુણાકાર મૂક્યો તેમાં ૭″ × ૪″ = ૨૮‴ એકસો ચુંવાળીસમા ભાગ (ચો. ઇં.) થયા. તેમાંથી ૨″ બારમા ભાગ મળ્યા અને ૪ ચો. ઇં. મૂક્યા. ૧૪૬″ બારમા ભાગ (કાચા ફૂટ)-માંથી ૧૨ ચો. ફૂ. મળે તેને ૧૮૦ સાથે મેળવીએ તો છેવટે ૧૯૨ ચો. ફૂ. ૨″ ૪‴ ચોરસમાપ મળે. તેને ૧૦′ વડે ગુણીએ તો જમણી બાજુથી ઉત્તરોત્તર બારમા ભાગ લેતા જવાથી લગભગ ૧૯૨૨ ઘ. ફૂ. તેનું માપ મળી જાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) એક દીવાલ ૨૫ ફૂટ ૬ ઇંચ લાંબી, ૧૪ ઇંચ પહોળી અને ૧૨ ફૂટ ૮ ઇંચ ઊંચી છે. તો દર સો ઘ. ફૂટે ૮૪ રૂ. ના ભાવે તેના ચણતરની કિંમત કેટલી ગણાય?

૨૫′ ૬″
× ૧′ ૨″
―――――
૨૫′ ૬″
૫૦″
૧″
―――
૫૭″
૪′ ૯″
―――――
૨૯′ ૯″

ગુણાકાર મૂકી બારમા ભાગને ઉત્તરોત્તર ગણતરી કરીએ તો એકંદરે તે દીવાલના પાયાનું ચોરસમાપ ૨૯ ચો. ફૂટ ૯ ચો. ઇંચ થયું ગણાય.

૨૯′ ૯″
૧૨′ ૮″
―――――
૩૪૮′ ૧૦૮″
૨૩૨″ ૭૨‴
૬″
―――――
૩૪૮′ ૩૪૬″
૨૮ ૧૦″
―――――
૩૭૬′ ૧૦″ ઘ. ફૂ.

હવે તેની કિંમત = રૂ. ૮૪ × ૩૭૬$\frac{૫}{૬}$ ÷ ૧૦૦

= રૂ. ૮૪ × ૩.૭૬ + રૂ. ૮૪ × $\frac{૫}{૬}$ ÷ ૧૦૦

= રૂ. ૩૧૫.૮૪ + રૂ. .૭ = રૂ. ૩૧૬.૫૪

એટલે રૂ. ૩૧૬–૮–૮ પાઈ લગભગ.

(૩) ૭′ ૪″×૧૦″ માપના એક ઇંચ જાડા પાટિયાની કિંમત દર ઘ. ફૂટે ૧૦ રૂપિયા લેખે કેટલી ગણાય?

૭′ ૪″
× ૧૦″
―――――
૭૦″ ૪૦‴
૩″ ૪‴
―――
૭૩″
૬′ ૧″ ૪‴ સપાટીનું માપ

હવે ચો. ફૂ. ૬′–૧″–૪‴
×૧″
―――――

ઘનમાપ = ઘ. ફૂ. ૦–૬″ ૧‴ ૪⁗

કિંમત = રૂ. ૧૦ × ૬″ ૧$\frac{૧}{૩}$‴

= રૂ. ૫–૧–૬ પાઈ લગભગ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૪) આપણે લાકડાની લાટીમાંથી નીચે પ્રમાણે વહેરાઉ માપનાં લાકડાં લીધાં છે: આ માપ ઉપરથી તેમના ઘનમાપની ગણતરી

૫'×૩"×૨" નાં ૪ નંગ = ૧૨૦
૬'×૨"×૨" નાં ૮ નંગ = ૧૯૨
૮'×૩"×૧" નાં ૬ નંગ = ૧૪૪
૮'×૨"×૧" નાં ૪ નંગ = ૬૪

એકંદર = ૫૨૦
૪૩ – ૪

ઘનમાપ = ઘ. ફૂ. ૩ – ૭ – ૪

એ ત્રણેય મહત્ત્વો ઉત્તરોત્તર બારબારમા ભાગના છે.

૭ એ કાચો ઘનફૂટ–ચોરસ ફૂટ ઇંચ માપનો છે, અને ૪ પાકા ઇંચ–ચોરસ ઇંચ ફૂટ માપના ગણાય છે.

લાટીવાળા બધા જ માપના ગુણાકાર મૂકીને સરવાળો ૫૨૦ ગણે છે. દરેક લાકડાનાં ત્રણ માપોમાંથી એક માપ ફૂટમાં અને બીજાં બે માપો ઇંચમાં આપેલાં છે. તેથી ૫૨૦ એ પાકા ઇંચ અથવા ઘ. ફૂ.ના (૧૨×૧૨) ૧૪૪મા ભાગના છે. માટે ૫૨૦ને ૧૨ વડે ભાગતાં ૪૩ કાચા ઘનફૂટ અને ૪ પાકા ઇંચ મળે છે. તે ૪૩ ને ૧૨ વડે ભાગતાં ૩ પાકા ઘનફૂટ મળે છે. તેથી તે સર્વેનું એકંદરે ઘનમાપ ઘ. ફૂ. ૩ – ૭ – ૪ ગણાય છે.

૮. જે ઘનાકૃતિનાં લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈનાં માપ સરળતાથી માપી શકાય તેવાં ન હોય, એવી અનિયમિત આકૃતિ હોય, ત્યારે તેનું ઘનમાપ પાણી જેવા પ્રવાહીમાં તે આકૃતિ બુડાડી તેણે કેટલા પ્રવાહીની જગા રોકી અથવા કેટલા પ્રવાહીને પોતાની જગા મેળવવા માટે તેમાંથી બહાર ધકેલી નાખ્યું તેનું માપ લેવાથી પણ મળી શકે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

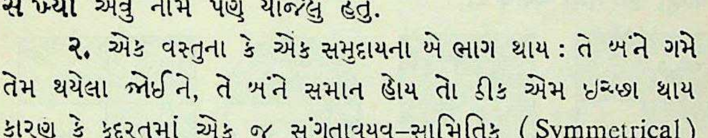
૧૧. વિવિધ પરિમાણનું આણુપાણમાં રૂપાંતર

૧

૧. જનસમાજમાં સુધરેલા જમાનાની શરૂઆત થતાં જ તત્ત્વ-જ્ઞાનીઓનું તેમ જ ગણિતશાસ્ત્રીઓનું ધ્યાન અપૂર્ણાંક સંખ્યા ઉપર ગયેલું જણાય છે. ઘણા જૂના કાળમાં કોઈ પણ **એક, આખી** વસ્તુ ભાંગી જાય, ત્યારે તેના પ્રત્યેક ભાગનું માપ કેટલું ગણાય, તેમ જ એક અથવા વધારે વસ્તુઓને અનેક સરખા ભાગોમાં વહેંચી આપવાની હોય, ત્યારે તેના પ્રત્યેક ભાગનું મહત્ત્વ કેટલું ગણાય તે જાણવાની ઇચ્છા તે સમયના કોઈ પણ નાગરિકને થાય એ સ્વાભાવિક છે. આર્યો એવી ભાંગેલ, ભાગ પાડેલ, ભાગ પાડતાં મળેલ પરિમાણના મહત્ત્વ દર્શાવનાર સંખ્યાને **ભિન્ન** કહેતા હતા. તે ભિન્ન શબ્દ જ સંખ્યાના સ્વરૂપનો ખ્યાલ આપી દે છે. નહિ ભાંગેલી, આખી, અર્થાત્ પૂર્ણાંક સંખ્યાને માટે તેમણે 'ભિન્ન' શબ્દ ઉપરથી **અભિન્ન સંખ્યા** એવું નામ પણ યોજેલું હતું.

૨. એક વસ્તુના કે એક સમુદાયના બે ભાગ થાય : તે બંને ગમે તેમ થયેલા જોઈને, તે બંને સમાન હોય તો ઠીક એમ ઇચ્છા થાય કારણ કે કુદરતમાં એક જ સંગતાવયવ–સામિતિક (Symmetrical) પદાર્થના બે સરખા ભાગો ઘણી વાર સ્પષ્ટ જોવામાં આવે છે. તે ઉપરથી એક જ પદાર્થ કે એક જ સમુદાયના બે સરખા ભાગ કરવાની વૃત્તિ ઉત્તેજિત થાય છે. તેવા બે સરખા ભાગમાંના દરેક ભાગનું નામ **અર્ધ** યોજાયેલ છે. અર્ધ અને પૂર્ણાંક સંખ્યાના યોગવિયોગથી સાદી આણુપાણની સંખ્યાની ઉત્પત્તિ થાય છે.

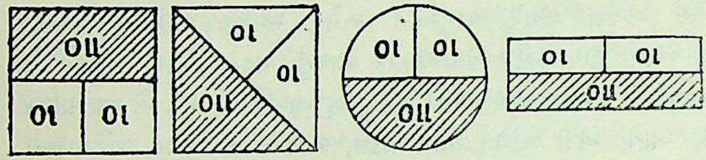
૩. અડધાનું શિક્ષણ આ રીતે આરંભવું જોઈએ :



CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

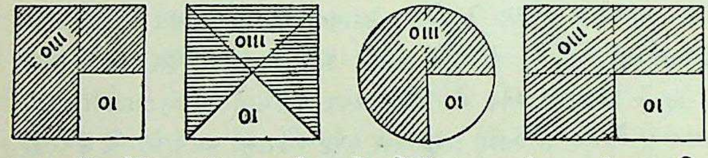
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

કોઈ પણ એક આખી વસ્તુના કે સમૂહના બે સરખા ભાગ કરવામાં આવે, ત્યારે એ દરેક ભાગને **અડધો, અર્ધો** કહે છે. એટલે બે અડધા મળીને એક **આખો** ભાગ થાય છે. તેમ જ તેવા એક અર્ધના બે બે સરખા ભાગ કરવામાં આવે તો તે પ્રમાણે થયેલા દરેક ભાગને **ચોથો ભાગ** કે **પા** કહેવામાં આવે છે.



એક અડધાનું અર્ધું તે પા, અથવા એવા બે પા મળીને એક અર્ધો થાય છે. તેમ જ તેવા ચાર પા મળીને એક આખો થાય છે.

એક આખામાંથી **પા જેટલા ઊણા** – ત્રણ પા ભાગને – પા ઊણો – પોણો કહેવામાં આવે છે.



એ રીતે આવી ગણતરી અને તેની ભાષામાં પા ની ઉત્પત્તિ અર્ધામાંથી થયેલી સંભવે છે. છતાં લેખનમાં પા ને પાયા તરીકે આમ ૦। સ્વીકારીને અડધા તેમ જ પોણાની લેખન પદ્ધતિ યોજાયેલી છે. જેમ કે,

પા = ૦।   અડધો = ૦॥   પોણો = ૦।।।

આ ત્રણેય અધૂરી સંખ્યા — અપૂર્ણાંકો — પૂર્ણાંકથી નાની હોવાથી પૂર્ણાંકના એકમ પછી લખાય છે. પણ તેવા એકમની હાજરી ન હોય, ત્યારે તેની ગેરહાજરી દર્શાવવા માટે તે સ્થાને જેમ સાદી પૂર્ણાંક સંખ્યામાં લખાય છે તેમ **મીંડું** મૂકવામાં આવે છે. પણ જ્યારે એવી પૂર્ણાંક સંખ્યા સાથે ઊભી પાણો લખવાની હોતી નથી. ત્યારે તે પાણોની ગેરહાજરી દર્શાવવા માટે તેવી પૂર્ણાંક સંખ્યા સાથે ૧૫) અથવા ૦) એમ અલૈયો કે અળાયો કરવાની રૂઢિ સ્વીકારેલી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. (અ) પાણો સાથેની પૂર્ણાંક સંખ્યાનું વાચન અને લેખન :

૧ + ०। = ૧। એ દરેક સંખ્યા પા સહિત એક – સવા,
૨ + ०। = ૨। પા સહિત બે – સવા બે, પા સહિત ત્રણ –
૩ + ०। = ૩। સવા ત્રણ, પા સહિત ચાર – સવા ચાર, એમ
૪ + ०। = ૪। બોલાય છે. सपाद – सवा – સવા. ‘પાસહિત’ને
૧૦૦ + ०। = ૧૦૦। બદલે **સવા** એવા ટૂંકા શબ્દને વિશેષણ તરીકે
૨૦૦ + ०। = ૨૦૦। વાપરવામાં આવે છે. એટલે પ્રથમ ‘સવા’

બોલી પછી પૂર્ણાંક બોલાય છે. છતાં ૧। ‘સવા એક’ નહીં પણ માત્ર **સવા** જ બોલાય છે. જેમ કે ૧। સવા; ૭। સવા સાત, ૧૫। સવા પંદર પણ ૧૦૦। એકસો અને પા, ૨૦૦। બસો અને પા એમ બોલાય છે.

(બ) આ દરેક સંખ્યા અર્ધ સહિત એક સાર્ધ, અર્ધ સહિત

૧ + ०॥ = ૧॥ બે, અર્ધ સહિત ત્રણ, અર્ધ સહિત ચારથી
૨ + ०॥ = ૨॥ બનેલી છે. બોલવાની સગવડ ખાતર અર્ધ
૩ + ०॥ = ૩॥ સહિત સાર્ધને બદલે ટૂંકામાં ‘**સાડા**’ એ
૪ + ०॥ = ૪॥ શબ્દને વિશેષણ તરીકે વાપરવામાં આવે છે.
૧૦૦ + ०॥ = ૧૦૦॥ પ્રથમ સાડા બોલી પછી પૂર્ણાંક સંખ્યા
૨૦૦ + ०॥ = ૨૦૦॥ બોલાય છે. છતાં ૧॥ ને બદલે ‘સાડા એક’

નહિ પણ માત્ર **દોઢ** (द्वयार्ध), અને ૨॥ને માટે ‘સાડા બે’ નહીં પણ **અઢી** (अर्धद्वि) બોલાય છે. પછી ૩॥ સાડા ત્રણ, ૪॥ સાડા ચાર વગેરે બોલાય છે. પણ ૧૦૦॥ એકસો અર્ધો, ૨૦૦॥ બસો અને અર્ધો એમ બોલાય છે.

(ક) લખવાની દૃષ્ટિએ : બોલવાની દૃષ્ટિએ :

૧ + ०।।। = ૧।।। ૧–०। = ०।।। એકથી પા ઊણો, પોણો
૨ + ०।।। = ૨।।। ૨–०। = ૧।।। બેથી પા ઊણો, પોણા બે
૩ + ०।।। = ૩।।। ૩–०। = ૨।।। ત્રણથી પા ઊણો, પોણાત્રણ
૪ + ०।।। = ૪।।। ૪–०। = ૩।।। ચારથી પા ઊણો, પોણાચાર
૫ + ०।।। = ૫।।। ૫–०। = ૪।।। પાંચથી પા ઊણો, પોણાપાંચ

એમ લખાય છે અને બોલાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૯૯ + ०||| = ૯૯||| ૧૦૦–०| = ૯૯|||

૧૯૯ + ०||| = ૧૯૯||| ૨૦૦–०| = ૧૯૯|||

પા ઊણાનું ટૂંકું રૂપ 'પોણા' એવા ટૂંકા શબ્દને વિશેષણ તરીકે વાપરવામાં આવે છે, એટલે 'પોણા' બોલી પછી પૂર્ણાંક સંખ્યા બોલાય છે, પોણાવાળી સંખ્યાના લેખન તેમ જ વાચન વખતે વધારે ધીરજથી કામ લેવા જેવું છે. વાચન કરતી વખતે 'પોણા' બોલીને લખેલા પૂર્ણાંક પછીનો પૂર્ણાંક બોલવો, અને લેખન કરતી વખતે બોલાતી સંખ્યાની પહેલાંની સંખ્યા લખીને તેની ઉપર ત્રણ પાંખો કરવી. પણ ૯૯||| એટલે પોણીસો અને ૭૫ એટલે પોણોસો એમ બોલાય છે.

૨

૫. અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ બે પ્રકારે થાય છે :

૧. એકના ભાગ તરીકે

૨. એક સમુદાયના ભાગ તરીકે

પા, અડધા, પોણાની ઉત્પત્તિ એકના ભાગ તરીકે જોઈ, પણ એક સમૂહના ભાગ તરીકે પણ જાણવી જોઈએ.

સમૂહના પણ બે પ્રકાર છે : (અ) જાતિદર્શક એકમ
(બ) મહત્ત્વદર્શક એકમ

(અ) ०| મણ = ૧૦ શેર, ०|| રૂ. = ૮ આના, ०||| ફૂટ = ૯ ઇંચ એમાં પરિમાણની જાતિ પ્રમાણે તેને માપનાર એકમ સાથેના તેમના ઉપયોગ પ્રમાણે ગણતરી કરવામાં આવેલી છે.

(બ) ०| સો = ૨૫, ०|| હજાર = ૫૦૦, ०||| લાખ = ૭૫,૦૦૦ એમાં સાદી સંખ્યાની સ્થાનિક કિંમત પ્રમાણે અપૂર્ણાંકની ગણતરી કરેલી છે.

હિંદની જુદી જુદી લિપિમાં પા, અડધા, પોણાની લેખનપદ્ધતિ જે રીતે સ્વીકારેલી છે તેવી રીત દુનિયાની બીજી લિપિમાં અપનાવેલી જણાતી નથી. આપણે ત્યાં આણુપાણના અપૂર્ણાંકની લેખનપદ્ધતિની સંજ્ઞાઓનો સ્વીકાર સૌથી નિરાળો જ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬. અડધા, પા અને પોણાના આંકનું સ્થાન શાળાના અભ્યાસ-ક્રમમાં હોવું જોઈએ. જો આપણે એ વિષયના શિક્ષણમાં બુદ્ધિ અને તર્કનું સ્થાન આપીએ તો આ વિષયના શિક્ષણની યોજના રસિક કરી શકાય, અને હાલ જણાતા એ વિષયના શિક્ષણ પ્રત્યે થોડો પણ વિરોધ નિર્મૂળ કરી શકાય. એ માટે વિદ્યાર્થીઓને ૧ થી ૧૦ સુધી ૦।, ૦॥, ૦॥। ના આંક મોઢે આવડવા જોઈએ.

(અ) આ એક જ ઘડિયાને આધારે આપણે અંકની સ્થાનિક કિંમત અને વાસ્તવિક કિંમતના ખ્યાલ ઉપરથી નીચે રજૂ કરેલો

૧ ૦॥ ૦॥	બીજો એ પછીનો ઘડિયો તૈયાર	૧૦ ૦॥ ૫
૨ ૦॥ ૧	કરી શકીએ છીએ. બીજો ઘડિયો	૨૦ ૦॥ ૧૦
૩ ૦॥ ૧॥		૩૦ ૦॥ ૧૫
૪ ૦॥ ૨	૧૦ × ૦॥ = ૫ એક રીતે	૪૦ ૦॥ ૨૦
૫ ૦॥ ૨॥	પચુના ઘડિયાનું માત્ર રૂપાંતર છે.	૫૦ ૦॥ ૨૫
૬ ૦॥ ૩	આ બંને ઘડિયાનાં પરિણામો-	૬૦ ૦॥ ૩૦
૭ ૦॥ ૩॥	ના યોગવિયોગથી તેમની	૭૦ ૦॥ ૩૫
૮ ૦॥ ૪		૮૦ ૦॥ ૪૦
૯ ૦॥ ૪॥	વચ્ચેની સંખ્યાઓનાં એવાં જ	૯૦ ૦॥ ૪૫
૧૦ ૦॥ ૫	પરિણામો દરેક પોતપોતાની	૧૦૦ ૦॥ ૫૦

જાતે જ તૈયાર કરી લે એટલી ગણતરી કરવાની કળા બાળકમાં આવી જવી જોઈએ. જેમ કે, ૬૩ ૦॥ એટલે ૬૦ ૦॥ ૩૦

તેમ જ ૭૯ ૦॥ એટલે ૮૦ ૦॥ ૪૦ + ૩ ૦॥ ૧॥

− ૧ ૦॥ ૦॥ ————

———— માટે ૬૩ ૦॥ ૩૧॥ થાય.

માટે ૭૯ ૦॥ ૩૯॥ થાય.

બીજી રીતે કહીએ તો કોઈ પણ સંખ્યાનો અડધો ભાગ, તે સંખ્યાને બે વડે ભાગવાથી મળી જાય છે. ૧ શેષ વધે ત્યારે ભાગમાં ઉપર અડધાની બે પાણો ચઢાવવી જોઈએ.

(બ) એ જ પ્રમાણે ૦। અને ૦॥। ના બે ઘડિયા તૈયાર કરાવી, તે ઉપરથી વચલી બધી ગણતરીઓ તૈયાર કરાવવી જોઈએ. અથવા

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧. કોઈ પણ સંખ્યાનો ચોથો ભાગ – પા ભાગ – કરવો હોય, તો તે સંખ્યાને ૪ વડે ભાગવા જોઈએ, અને જેટલા શેષ વધે તેટલી પાણો ભાગમાં મળેલી સંખ્યા ઉપર ચઢાવવી જોઈએ.

૨. કોઈ પણ જથાનો પોણો ભાગ કરવો હોય, ત્યારે તે સંખ્યાને ૩ વડે ગુણી તે ગુણાકારને ૪ વડે ભાગવા જોઈએ, જેટલા વધે તેટલી પોણો ભાગમાં મળેલી સંખ્યા ઉપર ચઢાવવી જોઈએ.

(ક) આવા પ્રકારની ગણતરીનો સારો મહાવરો થયા પછી બીજે વરસે ૧।। અને ૨।। ના ઘડિયા પણ એ જ પદ્ધતિએ તૈયાર કરાવવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ : જેમ કે

૧	૧।।	૧।।
૨	૧।।	૩
૩	૧।।	૪।।
૪	૧।।	૬
૫	૧।।	૭।।
૬	૧।।	૯
૭	૧।।	૧૦।।
૮	૧।।	૧૨
૯	૧।।	૧૨।।
૧૦	૧।।	૧૫

આ એક જ ઘડિયાને આધારે આપણે અંકની સ્થાનિક અને વાસ્તવિક કિંમતનો ખ્યાલ રાખીને બાજુ ઉપર રજૂ કરેલો અને પછીનો ઘડિયો રજૂ કરી શકાય છે. ૧।। દશક = ૧૫ છે. માટે આ બીજો ઘડિયો તે ૧૫ના ઘડિયાનું એક બીજું સ્વરૂપ જ છે. જો ૧૫ નો ઘડિયો આવડતો હોય તો આમાં કાંઈ જ નવું નથી.

૧૦	૧।।	૧૫
૨૦	૧।।	૩૦
૩૦	૧।।	૪૫
૪૦	૧।।	૬૦
૫૦	૧।।	૭૫
૬૦	૧।।	૯૦
૭૦	૧।।	૧૦૫
૮૦	૧।।	૧૨૦
૯૦	૧।।	૧૩૫
૧૦૦	૧।।	૧૫૦

આ બંને ઘડિયાનાં પરિણામોના યોગવિયોગથી તેમની વચ્ચેની સંખ્યાઓનાં તેવાં જ પરિણામો દરેક બાળક જાતે ગણી લેતાં શીખે એ ઇચ્છવા યોગ્ય બિના છે. જેમ કે ૬૩ ૧।। એટલે ૬૦ ૧।। ૯૦
\+ ૩ ૧।। ૪।।
માટે ૬૩ ૧।। ૯૪।। થાય.

તેમ જ ૭૯ ૧।। એટલે ૮૦ ૧।। ૧૨૦
− ૧ ૧।। ૧।।
માટે ૭૯ ૧।। ૧૧૮।। ગણાય.

આ જ પ્રમાણે ૨।। ના ઘડિયા પણ તૈયાર કરાવી શકાય. એ રીતે ગોખણ ઓછું થાય, અને સમજણ વધે, અંતે તર્કશક્તિનો વિકાસ થાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩

૭. એક પા નો ચોથો ભાગ અર્થાત્ ચોથા ભાગનો ચોથો ભાગ એક આખી સંખ્યાનો **સોળમો ભાગ** ગણાય છે. એક રૂપિયાનો સોળમો ભાગ એક આનો છે. માટે કોઈ પણ એક સમૂહના સોળમા ભાગને **એક આની** ભાગ કહે છે, અને એવો ચોથા ભાગનો ચોથો ભાગ—સોળમો ભાગ એક આવી ૦)- આડી પાણુથી લખી બતાવવાનો રિવાજ છે. તેમાં પૂર્ણાંકની ગેરહાજરી માટે ૦, અને ચોથા ભાગની ગેરહાજરી માટે અલૈયો કરવાનો રિવાજ છે. જેમ કે ૦)-, ૦)=, ૦)≡ તેમ જ ૧૨)-, ૧૨)=, ૧૨)≡, ૦।-, ૦।= વગેરે.

૮. **આનો** એક રૂપિયાનો સોળમો ભાગ છે.

અધોળ એક કાચા શેરનો સોળમો ભાગ છે.

છટાંક એક પાકા શેરનો સોળમો ભાગ છે.

અઢી શેરી એક મણનો સોળમો ભાગ છે.

આ સર્વે સોળમા ભાગ આડી પાણુથી લખી બતાવવાનો રિવાજ છે. જેમ ચાર પા મળીને એક આખો થાય છે, તેમ જ ચાર આના મળીને એક પા થાય છે. બીજી રીતે કહીએ તો ચાર ઊભી પાણોનો એક આખો થાય છે, અને ચાર આડી પાણોની એ ઊભી પાણુ ગણાય છે.

૯. જેમ એક આખાનો ચોથો ભાગ પા થાય છે, તેમ એક પાનો ચોથો ભાગ એક આનો થાય છે, અને એક આનાનો ચોથો ભાગ, એટલે સોળમા ભાગનો ચોથો ભાગ—ચોસઠમો ભાગ લખી બતાવવા માટે સોળમા ભાગની સાથે આડી પાણુની એક ઊભી પાણુ કરવામાં આવે છે. તેમાં સોળમો ભાગ કહ્યો ન હોય, ત્યારે તેની જગાએ ૦ મુકાય છે. જેમ કે,

૦।	આનો અથવા	૦। અધોળ	= ૦)૦।
૦॥	આનો અથવા	૦॥ અધોળ	= ૦)૦॥
૪॥	આના		= ૦।૦॥
૧૩॥	આના		= ૦॥-॥

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આમ એક આખાનો ચોથો, સોળમો, ચોસઠમો ભાગ દર્શાવનાર —ચોથાચોથા ભાગ દર્શાવનાર ક્રમિક અપૂર્ણાંકો વ્યાવહારિક ગણતરી સરળ બનાવે છે. આવા ચોથા ભાગ અને ચોથા ભાગના ચોથા ભાગ દર્શાવનાર અપૂર્ણાંકને ચતુર્થાંશ એવું નામ આપી શકાય. પણ તેની લખી બતાવવાની રૂઢિ ઊભી અને આડી પાઈઓથી સ્વીકારેલી છે. માટે એવી જાતનાં વિવિધ પરિમાણને આણપાણમાં રજૂ કરેલાં ગણાય છે.

૧૦. ૩. આ. પા. ના પરિમાણને આણપાણમાં રજૂ કરીએ તો ગણતરી ઘણી સરળ બને છે. જેમ કે,

૧. અંગ્રેજી : રૂ. ૧૫–૭–૬, ૨. દેશી : રૂ. ૧૫ા⁄ા અંગ્રેજી પદ્ધતિમાં પાઈ સુધીની ગણતરી રજૂ કરવાની સરળતા છે. જેમ કે, રૂ. ૨૫–૯–૧૦ને આણપાણમાં રજૂ કરીએ તો રૂ. ૨૫ા⁄ા૧ એમ લખવાનો રિવાજ છે. આ બંનેમાં દેશી પદ્ધતિ વધારે સરળ છે. કારણ કે તેમાં સરવાળો ગણતી વખતે ૩થી વધારે મોટી રકમ ઉમેરવી પડતી નથી. તેમ જ ૪થી મોટા ભાજક વડે ભાગવાના હોતા નથી. અંગ્રેજી પદ્ધતિમાં ૧૫ સુધીની રકમ ઉમેરવી પડે છે, અને ૧૨ તેમ જ ૧૬ વડે ભાગવા પડે છે. અલબત્ત અંગ્રેજી પદ્ધતિમાં બે ઊભી હારોનો સરવાળો કરવાનો હોય છે, ત્યારે દેશી પદ્ધતિમાં ત્રણ ઊભી હારોનો સરવાળો કરવો પડે છે. દેશી રીત સરળ છે, તેથી જ વેપારીઓ એ રીતનો ઉપયોગ કરે છે. શાળામાં એ રીતના વપરાશ તરફ લક્ષ આપવું જોઈએ

૧૧. (૧) રોજના વેપારમાં ગણવામાં આવતી વ્યાવહારિક ગણતરીઓ કરવા માટે આણપાણના અપૂર્ણાંકોની રીત ઘણી સરળ છે અને ઓછો શ્રમ આપનારી છે. તેમાં ત્રણથી વધારે ઉમેરવા પડતા નથી. અને ૨ કે ૪થી અન્ય સંખ્યા વડે ભાગવા પડતા નથી. આ સગવડને લીધે શાળાઓમાં આ વિષય ઉપર દુર્લક્ષ આપવા છતાં હજી વ્યવહારમાં તેનું અસ્તિત્વ ટકી રહેલું છે એ જ એની લાયકાતનો પુરાવો છે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) નાણું તેમ જ વજન વગેરેનાં પ્રધાન તેમ જ ગૌણ એકમોને આણુપાણની રીતે દર્શાવી શકાય છે. તેમ કરવાથી ગણતરી સરળ થાય છે. ટૂંકાણમાં આણુપાણ એ ચતુર્થાંશ અપૂર્ણાંક છે.

(૩) ચોરસમાપ અને ઘનમાપના એકમો બારમાબારમા ભાગના સંબંધથી યોજવાથી ગણતરી કરવાનું કામ સરળ બને છે. એવી ગણતરી દ્વાદશાંશ અપૂર્ણાંકની દૃષ્ટિએ જ કરવામાં આવે છે. જોકે અત્યારે આપણા શાળાશિક્ષણમાં એનું સ્થાન મુદ્દલ નથી, છતાં સુતાર, સલાટ, કાટપીટિયા કે પથ્થરના વેપારી પોતાના કામ કે માલની કિંમત ગણવામાં એ દ્વાદશાંશ પદ્ધતિનો જ ઉપયોગ કરે છે.

(૪) આ બંને રીતો ઉપર શાળાના શિક્ષણમાં સંપૂર્ણ ઉપેક્ષા સેવવામાં આવે છે. છતાં એ વ્યાવહારિક અને સરળ રીતો હોવાથી તેમ જ ચપળતાથી તેની ગણતરીઓ કરી શકાતી હોવાથી અને તેમ કરવામાં શ્રમ ઓછો પડતો હોવાથી, વળી ચોકસાઈમાં કાંઈ જ ફેર પડતો ન હોવાથી વ્યવહારમાં આજે એનું સ્થાન છે. વ્યવહારમાં આપણી નિરીક્ષાની ખામીને લીધે આપણે શિક્ષણની હાંસી થવાનું કારણ આપીએ છીએ. આપણી શાળાના શિક્ષણનો અભ્યાસક્રમ ઘડનારાને આ બાબતનું જ્ઞાન નથી, અને વેધક શક્તિનો અભાવ છે. તેથી જ હાલની સ્થિતિમાં કાંઈ ફેરફાર થવાનો સંભવ નથી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૨. સંખ્યાની સિદ્ધિ

૧. અંકગણિતનો પરિપૂર્ણ અભ્યાસ કરવા ઇચ્છનાર શિક્ષક તેની ગણતરી કરવાની પ્રાથમિક રીતો અને કિંમતની ગણતરી કરવાની રીતો જાણવા જેટલે દરજ્જે પ્રયત્ન કરે છે તેટલા દરજ્જે સંખ્યાની સિદ્ધિ (Theory of Numbers) નાં સત્યો જાણવા અને તેનો ગણતરી કરવામાં ઉપયોગ કરવાની કળા જાણવા થોડા જ શિક્ષકો પ્રયત્ન કરે છે. જોકે એ બંને પ્રકારની આવશ્યક ગણતરીઓની વિધિ સરળ રીતે અને વેગવાન સ્વરૂપે આચરણમાં ઉતારવા માટે પ્રત્યેક પળે અને પ્રત્યેક સ્થળે એ સંખ્યાની સિદ્ધિનાં સત્યોનો ઉપયોગ કર્યા વિના ચાલતું નથી. પૂર્ણાંક કે અપૂર્ણાંક સ્વરૂપની સંખ્યા સાથે કિંમતની ગણતરીમાં ગતિ અને સરળતા અનુભવવા માટે સંખ્યાની સિદ્ધિનાં થોડાં મૂળભૂત સત્યો દરેક શિક્ષકે જાણવાં આવશ્યક છે.

૨. ૩૦ + ૫ = ૩૫ માં ૩૦ અને ૫ એ બંને ૩૫ ના **ભાગ-પદ** ગણાય છે. પણ ૭ × ૫ = ૩૫ માં ૫ અને ૭ એ બંને ૩૫ ના **અવયવો** ગણાય છે, અને ૩૫ એ ૭ તેમ જ ૫ નો **અવયવી** ગણાય છે.

$૩૮૨૫ = ૩ \times ૧૦^{૩} + ૮ \times ૧૦^{૨} + ૨ \times ૧૦ + ૫$ એ રીતે સંખ્યાની ઘટના દશના પાયાના પદોના યોગ સ્વરૂપે થયેલી છે. પણ

$૩૮૨૫ = ૫ \times ૫ \times ૧૫૩ = ૫ \times ૫ \times ૩ \times ૩ \times ૧૭$ એ રીતે સંખ્યાની ઘટના જુદા જુદા અવયવોના ગુણકાર-અવયવી સ્વરૂપે રજૂ થયેલ છે.

દશના પાયાનાં પદોના યોગનો સંબંધ નક્કી કરવો સરળ અને સહજ છે. પણ સંખ્યાને અવયવી સ્વરૂપે રજૂ કરવા માટે અવયવોની હસ્તીનો નિર્ણય કરવાનું કામ એટલું સરળ નથી. જોકે આંકના સારા અભ્યાસથી પરોક્ષ રીતે અવયવોનું જ્ઞાન સહજ અને સુલભ બને છે. છતાંય આંકના આધાર વગર સમાયેલ અવયવોનું જ્ઞાન અપૂર્ણાંક સ્વરૂપની ગણતરી કરવામાં મૂળભૂત સ્વરૂપે આવશ્યક છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩. ૨૩૫ને ૧૧ વડે ભાગીએ ત્યારે ભાગની સંખ્યા ૨૧ મળે છે, અને ૪ શેષ વધે છે. ત્યારે ૧૧ એ ૨૩૫નો માત્ર ભાજક ગણાય છે. પણ ૨૩૫ને ૫ વડે ભાગીએ તો ૪૭ ભાગની સંખ્યા મળે છે, અને શેષ કાંઈ જ વધતો નથી. તેથી ૫ એ ૨૩૫નો નિ:શેષ ભાજક ગણાય છે. તેમ જ ૨૩૫ એ ૫ અને ૪૭ એ બે અવયવોનો **અવયવી** ગણાય છે. તે ઉપરથી કહી શકાય કે ભાજક એ અવયવ નથી, પણ **નિ:શેષ ભાજક એ અવયવ પણ ગણાય છે.**

૨ × ૧ = ૨	૪. સંખ્યાની ગણતરી એકને આધારે થાય છે.
૩ × ૧ = ૩	તેથી એક તો કોઈ પણ સંખ્યાનો અવયવ હોય છે
૫ × ૧ = ૫	જ, અને ગણતરીનું પરિણામ તે સંખ્યા પોતે જ
૭ × ૧ = ૭	છે. એટલે કોઈ પણ સંખ્યા તે જ સંખ્યાનો એક
૧૧ × ૧ = ૧૧	અવયવ ગણાય છે. એટલે જે સંખ્યાના માત્ર એવા બે
૧૩ × ૧ = ૧૩	જ અવયવો હોય, તેમાં એક અવયવ ૧, અને
૧૭ × ૧ = ૧૭	બીજો અવયવ તે સંખ્યા પોતે જ હોય, એવા બે
૧૯ × ૧ = ૧૯	જ અવયવોવાળી સંખ્યા **અવિભાજ્ય** ગણાય છે.

નોંધ: એક એ વિભાજ્ય સંખ્યા છે, અવિભાજ્ય સંખ્યા નથી. એ બિના લક્ષમાં લેવા જેવી છે.

૨૪ ને આપણે એક સિવાયના બીજા કોઈ પણ જૂથ વડે પૂરેપૂરી રીતે જુદે જુદે પ્રકારે ગણી શકીએ છીએ, જેમ કે:

૨, ૪, ૬, ૮ ... ... ૨૦, ૨૨, ૨૪ એમ, અથવા
૩, ૬, ૯, ૧૨, ૧૫, ૧૮, ૨૧, ૨૪ એમ, અથવા
૪, ૮, ૧૨, ૧૬, ૨૦, ૨૪ એમ, અથવા
૬, ૧૨, ૧૮, ૨૪ એમ, અથવા ૮, ૧૬, ૨૪ તેમ જ ૧૨, ૨૪ એમ, જુદા જુદા છ પ્રકારે જૂથથી ૨૪ની પૂરેપૂરી ગણતરી કરી શકાય છે. તેમાં જૂથમાં ગણતરીનો એકમ, અને જૂથમાં ગણતરીની સંખ્યા એ બે તે સંખ્યાના અવયવ બને છે. એટલે ૧ અને બીજો તે સંખ્યા પોતે એ સિવાયના બીજા અવયવો જે સંખ્યામાં મેળવી શકાતા હોય, તેને **વિભાજ્ય સંખ્યા** કહે છે.

અં–૧૦

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

કોઈ પણ સંખ્યા વિભાજ્ય છે કે અવિભાજ્ય છે તે જાણવું તે ગુણાકાર કે ભાગાકારની મૂળભૂત ગણતરી કરવા માટે ઘણી વાર ખૂબ જ ઉપયોગી છે. એટલું જ નહિ પણ જો સંખ્યા વિભાજ્ય છે, તો તેમાં કયા કયા અવયવો સમાયેલા છે તેનો નિર્ણય પ્રાથમિક દૃષ્ટિએ જ કરતાં આવડે એ શક્તિ જો ગણકને મળે તો જ ગણતરીમાં સરળતા અને વેગ આણી શકાય છે.

૫. ૨૩૦ના ૨, ૫, ૧૦ એ ત્રણ અવયવો છે. અને ૧૫ના ૩, ૫ એ બે અવયવો છે. તેથી ૫ એ ૨૩૦ તેમ જ ૧૫ એ બંનેનો સામાન્ય અવયવ ગણાય છે, એટલે ૨૩૦ + ૧૫ = ૨૪૫

૨૩૦ − ૧૫ = ૨૧૫ એ દરેકમાં ૫ એ એક અવયવ તો સામાન્ય હોય છે જ.

કારણ કે क्ष = मन તેથી क्ष ± य = म(न ± प) થાય,

य = मप એટલે **કોઈપણ બે સંખ્યાના યોગ કે વિયોગથી મળેલી સંખ્યાઓમાં તે બંનેના સામાન્ય અવયવોનું અસ્તિત્વ હોય છે.** આ એક સરળ સિદ્ધાંતના આધારે અંકસંખ્યાના અવયવોના નિર્ણય કરવાના બધા જ નિયમોનો ઉદ્ભવ થયેલો છે.

૬. (૧) કોઈ પણ જથાની ગણતરી બે બેના જૂથથી કે જોટે પૂરેપૂરી ગણતરી કરી શકાય તેવી ૨, ૪, ૬, ૮, ૧૦ જેવી સંખ્યાઓ **બેકી** ગણાય છે અને જ્યારે બેબેના જૂથથી ગણતરી કરતાં એક શેષ વધે તેવી ૧, ૩, ૫, ૭, ૯ જેવી સંખ્યાઓ **એકી** ગણાય છે. એ ઉપરથી જે સંખ્યાના એકમના સ્થાનમાં ૨, ૪, ૬, ૮, ૦ હોય તેને **બેકી** સંખ્યા કહે છે, અને જે સંખ્યાના એકમના સ્થાનમાં ૧, ૩, ૫, ૭, ૯ હોય, તેને **એકી** સંખ્યા કહે છે.

(૨) જે સંખ્યાના જમણી તરફના છેડે ૦ એક મીડું હોય, તે સંખ્યાને ૧૦ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે, તેથી તેવી સંખ્યાનો ૧૦ એક અવયવ ગણાય છે, અને ૧૦ = ૫ × ૨ છે, તેથી છેડે ૦ એક મીડાંવાળી સંખ્યાના ૧૦ ઉપરાંત ૨ અને ૫ એ બે અવયવો પણ ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૩) કોઈ પણ સંખ્યાના એકમના સ્થાનમાં ૦ કે ૫ હોય, તો તેનો એક અવયવ ૫ ગણાય છે. તેમ જ કોઈ પણ સંખ્યાના એકમના સ્થાનમાં ૨, ૪, ૬, ૮, ૦ હોય, તેવી સંખ્યાનો એક અવયવ ૨ ગણાય છે.

૭. (૧) કોઈ પણ સંખ્યાની જમણી તરફના છેડે ૦૦ મીડાં આવેલ હોય, તો તેનો એક અવયવ ૧૦૦ ગણાય છે. એટલે ૧૦×૧૦ એમ બે વાર દશ વડે તેને નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

(૨) ૧૦૦ = ૫ × ૫ × ૨ × ૨ અથવા ૧૦૦ = ૨૫ × ૪ છે. એટલે જે સંખ્યાના જમણી તરફના છેડે ૦૦, ૨૫, ૫૦, ૭૫ આવેલ હોય, એટલે એવા છેલ્લા બે અંકોને ૨૫ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા હોય, તો તે આખી સંખ્યાને ૨૫ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

(૩) જે સંખ્યાના જમણી તરફના છેલ્લા બે અંકો ૦૦, ૦૪, ૦૮, ૧૨, ૧૬, ૨૮, ૬૪ જેવા બંને અંકોને ૪ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા હોય, તો તે આખી સંખ્યાને ૪ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

૮. (૧) કોઈ પણ સંખ્યાના જમણી તરફના છેડે ૦૦૦ ત્રણ મીડાં આવેલ હોય, તો તેનો એક અવયવ ૧૦૦૦ ગણાય છે. એટલે તેને ૧૦ × ૧૦ × ૧૦ એમ ત્રણ વાર ૧૦ વડે ભાગી શકાય છે.

(૨) ૧૦૦૦ = ૫ × ૫ × ૫ × ૨ × ૨ × ૨ અથવા ૧૦૦૦ = ૧૨૫ × ૮ છે, માટે જે સંખ્યાની જમણી તરફના છેડે ૦૦૦, ૧૨૫ ૨૫૦, ૩૭૫, ૫૦૦, ૬૨૫, ૭૫૦, ૮૭૫ જેવા આંકડા આવેલ હોય, અથવા જેના છેલ્લા ત્રણ અંકોને ૧૨૫ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા હોય, તો તે આખી સંખ્યાને ૧૨૫ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

(૩) તેમ જ જે સંખ્યાના જમણી બાજુના છેડે, ૦૦૮, ૦૧૬, ૪૨૪, ૮૬૪, વગેરે જેવા ત્રણ આંકડાઓ આવેલ હોય, અથવા એવા ત્રણ અંકોની સંખ્યાને ૮ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય, ત્યારે તે આખી સંખ્યાને ૮ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

૯. (૧) (૧૦^{ન} − ૧) એ બે પદી રકમમાં નની ગમે તે — એકી કે બેકી — કિંમત હોય છતાં તેનો એક અવયવ (૧૦ − ૧)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગણાય છે. તે સત્યનો ઉપયોગ કરવાની દૃષ્ટિએ આપેલી અંકસંખ્યાનું પૃથક્કરણ કરીએ તો તે ઉપરથી કોઈ પણ સંખ્યાને ૯ કે ૩ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય કે નહિ તેનો નિર્ણય કરી શકાય છે:

(૨) $૭,૬૮૪ = ૭ \times ૧૦^{૩} + ૬ \times ૧૦^{૨} + ૮ \times ૧૦ + ૪$ છે, માટે

$= (૭ \times ૧૦^{૩} - ૭) + (૬ \times ૧૦^{૨} - ૬) + (૮ \times ૧૦ - ૮) + (૭ + ૬ + ૮ + ૪)$

$= ૭(૧૦^{૩} - ૧) + ૬(૧૦^{૨} - ૧) + ૮(૧૦ - ૧)$ + (આપેલી સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો)

$= (૧૦ - ૧)\{૭(૧૦^{૨} + ૧૦ + ૧) + ૬(૧૦ + ૧) + ૮\} + ૨૫$

$= ૯(૭ \times ૧૧૧ + ૬ \times ૧૧ + ૮) + ૨ \times ૯ + ૭$

$= ૯(૭ \times ૧૧૧ + ૬ \times ૧૧ + ૮ + ૨) + ૭$

= ૯ × કોઈ પણ સંખ્યા + ૭ = ૯ક્ષ + ૭

આ રીતે ૭,૬૮૪ એ સંખ્યાના બે ભાગ થાય છે. પહેલો ભાગ ૯નો અવયવી છે અને બીજો ભાગ તે સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો છે, અથવા બીજી રીતે કહીએ તો પહેલો ભાગ ૯નો અવયવી છે, અને બીજો ભાગ તે સંખ્યાને ૯ વડે ભાગતાં વધેલો શેષ છે. એટલે **(૧) એટલે જે સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને ૯ વડે (અથવા ૩ વડે) નિઃશેષ ભાગી શકાય છે, તે આખી સંખ્યાને ૯ વડે (કે ૩ વડે) નિઃશેષ ભાગી શકાય છે. તેમ જ (૨) જે સંખ્યાના અંકોના સરવાળાને ૯ વડે ભાગતાં જે શેષ વધે તે સંખ્યા આપેલી સંખ્યાને ૯ વડે ભાગતાં વધતા શેષ જેટલો છે.**

નોંધ: ૭૬૮૪ને ૯ વડે ભાગીએ તો ૭, ૬, ૮, ૪ એ દરેકની સ્થાનિક કિંમત લક્ષ્યમાં લેતાં અનુક્રમે ૭, ૬, ૮, ૪ શેષ વધે, અને બધા શેષોનો સરવાળો ૨૫ થાય તેને ૯ વડે ભાગતાં ૨ + ૫ = ૭ શેષ વધે. ૭ એ વાસ્તવિક શેષ છે, અને એકાંકી છે. અંકોના સરવાળાની સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો તેનો એકાંકી શેષ બને છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૦. (૧) $(૧૦^{ન}+૧)$માં ન એકી સંખ્યા હોય, ત્યારે તેનો એક અવયવ $(૧૦+૧)$ હોય છે, અને (બ) $૧૦^{ન}-૧$માં ન બેકી સંખ્યા હોય, ત્યારે તેનો એક અવયવ $(૧૦-૧=)૯$ તો છે જ, પણ તે ઉપરાંત બીજો અવયવ $(૧૦+૧)$ પણ છે. એ સત્યને આધારે આપેલી અંકસંખ્યાનું પૃથક્કરણ કરીએ, તો તે ઉપરથી કોઈપણ સંખ્યાને ૧૧ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય કે નહિ તેનો નિર્ણય કરવાનો નિયમ શોધી શકાય છે. જેમ કે,

$$૮૭,૯૫૬ = ૮\times૧૦^{૪}+૭\times૧૦^{૩}+૯\times૧૦^{૨}+૫\times૧૦+૬$$
$$=(૮\times૧૦^{૪}-૮)+(૭\times૧૦^{૩}+૭)+(૯\times૧૦^{૨}-૯)$$
$$+(૫\times૧૦+૫)+(૮-૭+૯-૫+૬)$$
$$=૮(૧૦^{૪}-૧)+૭(૧૦^{૩}+૧)+૯(૧૦^{૨}-૧)+૫(૧૦+૧)$$
$$+(૮-૭+૯-૫+૬)$$
$$=(૧૦+૧)\ \{૮(૧૦^{૩}+૧૦^{૨}+૧૦+૧)+૭(૧૦^{૨}-૧૦+૧)$$
$$+૯(૧૦-૧)+૫\}+(૮-૭+૯-૫+૬)$$
$$=૧૧\times\text{કોઈ પણ સંખ્યા}+\{(૮+૯+૬)-(૭+૫)\}$$
$$=૧૧\times\text{કોઈ પણ સંખ્યા}+૧૧$$
$$=૧૧\ (\text{કોઈ પણ સંખ્યા}+૧)=૧૧\text{ક્ષ}.$$

એ રીતે આપેલી સંખ્યાના બે ભાગ કરવામાં આવ્યા છે, પહેલા ભાગમાં અગિયારનો એક અવયવી સંખ્યા, અને બીજા ભાગમાં જમણી તરફથી ગણતાં એકીસ્થાન અને બેકીસ્થાનમાં આવેલ અંકોના સરવાળાનો તફાવત, અથવા તે જ સત્યને બીજી રીતે કહીએ તો એક ભાગ અગિયારનો અવયવી, અને બીજો ભાગ તે સંખ્યાને ૧૧ વડે ભાગતાં મળેલો શેષ છે. તે ઉપરથી કોઈ પણ સંખ્યાનો અવયવ ૧૧ ક્યારે હોઈ શકે તેનો નિયમ આ પ્રમાણે આપી શકાય :

(૧) જે સંખ્યાના જમણી તરફથી એકીસ્થાનમાં આવેલ અંકોનો સરવાળો બેકી અંકસ્થાનમાં આવેલ અંકોના સરવાળાની બરાબર હોય, અથવા તેમનો તફાવત ૧૧નો અવયવી હોય, ત્યારે તે સંખ્યાને ૧૧ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અને (૨) જ્યારે એ પ્રમાણે એકી બેકી સ્થાનમાં આવેલ અંકોના સરવાળાના તફાવતને ૧૧ વડે ભાગતાં વધેલ શેષ તે મૂળની સંખ્યાને ૧૧ વડે ભાગતાં મળેલા શેષની બરોબર છે.

નોંધ : ૮૨,૯૧૬ને ૧૧ વડે ભાગતાં (૬+૯+૮)−(૧ +૨) = ૨૦ને ૧૧ વડે ભાગતાં (૨૦−૧૧) = ૯ શેષ વધે છે. ૧૧ વડે ભાગતાં મળવાના શેષની ગણતરી તફાવતના મળેલી સંખ્યાના એકમના અંકમાંથી દશકનો અંક બાદ કરવાથી મળે છે. જેમ કે ૪૯માં ૯−૪ = ૫ એ ૪૯ને ૧૧ વડે ભાગતાં મળેલો શેષ છે.પણ ૪૨માં (૨+૧૧)−૪ = ૯ શેષ વધે એમ એકમ દશકથી નાનો હોય ત્યારે ગણતરી કરવા માટે લક્ષમાં રાખવાનું છે.

૧૧. ૯ અને ૧૧ ના અવયવનો નિર્ણય કરવા જતાં તે અવયવ ન હોય, ત્યારે તેમના વડે ભાગવાથી શેષ કેટલો મળી આવે તેનો નિર્ણય પણ ચોકસ રીતે થઈ જાય છે, એ હકીકત ગણતરીની પાયાની ચાર પ્રાથમિક રીતોનો તાળો મેળવવાની કળા સાધવામાં ઉપયોગી થઈ પડે છે:

ઉદાહરણ ૧ : ૩૮૫ + ૪૬૨ = ?

૩૮૫ = ૯નો અવયવી + (૩ + ૮ + ૫) = ૯ક્ષ + ૭

\+ ૪૬૩ = ૯નો અવયવી + (૪ + ૬ + ૩) = ૯ય + ૪

---

૮૪૮ = ૯નો અવયવી + (૮ + ૪ + ૮) = ૯વ + ૨

તેમ જ = ૯ (ક્ષ + ય) + ૭ + ૪ = ૯ (ક્ષ + ય + ૧) + ૨ = ૯વ + ૨ આમ બંને પ્રકારે એકાંકી શેષ સરખો મળી આવે છે. તેથી એ સરવાળો સાચો ગણાય.

ઉદાહરણ ૨ : ૮૫૭ − ૬૪૫ = ?

૮૫૭ = ૯નો અવયવી + (૮ + ૫ + ૭) = ૯ક્ષ + ૨૦

− ૬૪૫ = ૯નો અવયવી + (૬ + ૪ + ૫) = ૯ય + ૧૫

---

૨૧૨ ૯નો અવયવી + (૨ + ૧ + ૨) = ૯વ + ૫

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

તેમ જ = ૯ (ક્ષ − ય) + (૨૦ − ૧૫) = ૯ (ક્ષ − ય) + ૫ = ૯વ + ૫ એટલે એ બંને રીતે એકાંકી શેષ સમાન મળી આવે છે. તેથી તે બાદબાકી સાચી ગણાય.

ઉદાહરણ ૩: ૬૮૬ × ૪૨૭ = ?
= ૯નો એક અવયવી + (૬ + ૮ + ૬) = ૯ક્ષ + ૨
= ૯નો એક અવયવી + (૪ + ૨ + ૭) = ૯ય + ૪
એટલે (૯ક્ષ + ૨) (૯ય + ૪) = ૯નો ત્રીજો અવયવી × ૮ = ૯વ + ૮, તે જ પ્રમાણે = ૯ નો અવયવી + (૨ + ૯ + ૨ + ૯ + ૨ + ૨) = ૯વ + ૮ એટલે એ બંને રીતે એકાંકી શેષો સરખા મળી આવે છે. તેથી તે ગુણાકાર સાચો છે.

```
    ૬૮૬
  × ૪૨૭
---------
   ૨૭૪૪
  ૧૩૭૨
 ૪૮૦૨
---------
૨,૯૨,૯૨૨
```

ઉદાહરણ ૪: ૨૩,૭૮૪ ને ૭૬૪ વડે ભાગતાં ૧૦૦ શેષ વધે છે, અને ૩૧ ભાગની સંખ્યા મળે છે, તેનો તાળો:

૨૩,૭૮૪ = ૭૬૪ × ૩૧ + ૧૦૦ થાય છે.

માટે ભાજ્યનો એકાંકી શેષ (૨ + ૩ + ૭ + ૮ + ૪ = ૨૪ = ૨ + ૪ =) ૬ ગણાય, અને ૭૬૪નો એકાંકી શેષ (૭ + ૬ + ૪ = ૧૭ = ૧ + ૭ =) ૮ તેમ જ ૩૧નો ૩ + ૧ = ૪ ગણાય, અને ૧૦૦નો ૧ તેથી ૮ × ૪ + ૧ = ૩૩નો એકાંકી શેષ ૬ થાય છે. તે જ ભાજ્ય ૨૩,૭૮૪નો પણ એકાંકી શેષ છે. માટે એ વિધાન સાચું છે.

૧૨. ઉપર બતાવેલી નવડી ભાજકની રીતે તાળો મેળવવામાં કેટલાક દોષો સમાયેલ છે.

(૧) જવાબના અંકોમાં સ્થળાંતર થઈ જાય, છતાં શેષ તો એનો એ જ આવે તેથી એ રીતે જવાબની સચ્ચાઈ ઉપર વિશ્વાસ રાખી શકાય નહિ.

(૨) એ જવાબના અંકોની વચ્ચે ગમે તેટલાં મીડાં કે નવડા ઉમેરાઈ જાય, કે હોય તેમાંથી ગમે તેટલા દૂર થઈ જાય, છતાં શેષ તો એનો એ જ આવે છે, તેથી એવા જવાબની સચ્ચાઈના તાળા ઉપર વિશ્વાસ રાખી શકાય નહિ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

નોંધ : ૯ના ભાજકના શેષ ઉપરથી જેમ તાળો મેળવી શકાય છે, તે જ પ્રમાણે ૧૧ના ભાજકના શેષ ઉપરથી પણ એ જ પ્રમાણે તાળો મેળવી શકાય છે.

૧૩. કોઈ પણ સંખ્યામાં ૨, ૪, ૮; ૫, ૨૫, ૧૨૫; ૩, ૯; ૧૧ એમાંથી કઈ સંખ્યા અવયવ તરીકે સમાયેલી છે, તેનો નિર્ણય તે સંખ્યાનાં સ્વરૂપ ઉપરથી કરવાના નિયમો આપણે જાણી ચૂક્યા છીએ. હવે એમાંની કોઈ પણ બે શરતોનો સમન્વય એક જ સંખ્યામાં એકી સાથે થઈ શકતો હોય ત્યારે આ સિવાય બીજી સંખ્યાઓનો અવયવ તરીકે નિર્ણય થઈ શકે. જેમ કે, કોઈ પણ સંખ્યામાં
(૧) ૨ અને ૩ને આધારે ૬નો (૨) ૩ અને ૫ને આધારે ૧૫નો (૩) ૪ અને ૩ને આધારે ૧૨નો (૪) ૨ અને ૯ને આધારે ૧૮નો અવયવ હોવાનો નિર્ણય કરી શકાય છે.

૧૪. (અ) ૧૦૮ = ૨ × ૨ × ૩ × ૩ × ૩ = ૨^{૨} × ૩^{૩} એ અવિભાજ્ય અવયવો મળી શકે છે. તેમ જ ૧૦૮ = ૨ × ૫૪ = ૩ × ૩૬ = ૪ × ૨૭ = ૬ × ૧૮ = ૯ × ૧૨ એમ પાંચ જોડીમાં ૧૦૮ના નિ:શેષ ભાગી શકે તેવા ૨, ૪; ૩, ૯, ૨૭; ૬, ૧૨, ૧૮, ૩૬, ૫૪ જેવા દશ નિ:શેષ ભાજકો મળી આવે છે.

(બ) એક સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો જાણવા એ સરળ અને નિશ્ચળ વિગત છે. પણ તે જ સંખ્યાના નિ:શેષ ભાજકો શોધવા અને તેમની એકંદર સંખ્યાનો નિર્ણય કરવો એ બિના જાણવા જેવી છે. ૧૦૮ = ૨^{૨} × ૩^{૩}માં ઘાતાંક (૨ + ૧) × (૩ + ૧) − ૨ = ૧૦, એટલે ૧૦૮ના ૧ અને ૧૦૮ સિવાય બીજા દશ નિ:શેષ ભાજકો મળી શકે છે.

એ રીતે કોઈ પણ સંખ્યાનું અવિભાજ્ય અવયવોની દૃષ્ટિએ, તેમ જ નિ:શેષ ભાજકની દૃષ્ટિએ એમ બંને પ્રકારે પૃથક્કરણ કરતાં આવડવું જોઈએ.

૧૫. સંખ્યાઓનો ઘણો મોટો ભાગ વિભાજ્ય સ્વરૂપનો છે. તેમાં થોડીક અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ રહેલી છે. તેથી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો નિર્ણય કરતાં આવડવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૧) ૨ સિવાયની બધી જ એકી સંખ્યાઓ હમેશાં વિભાજ્ય છે. એટલે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ હમેશાં એકી સંખ્યાના સ્વરૂપની જ હોય છે. એ બે સબ્યોને આધારે અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો નિર્ણય કરવો હોય, ત્યારે બધી જ ક્રમિક એકી સંખ્યાઓ એક પછી એક લખી જવી, અને તેમાંથી ૩, ૫, ૭, ૧૧ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી સંખ્યા જાણી લઈ ૩, ૫, ૭, ૧૧ના અંતરે આવેલી સંખ્યાઓ છેકી નાંખીએ, ત્યારે બાકી રહેલી સંખ્યાઓ ઘણે ભાગે અવિભાજ્ય જ હોય છે. જેમ કે ૧૫૦થી ૨૦૦ સુધીની સંખ્યાઓમાં સમાયેલી અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની યાદી તૈયાર કરી આપો. સૌથી પ્રથમ ૧૫૧થી ૧૯૯ સુધીની એકી સંખ્યાઓને એક હારમાં લખી જઈએ.

૧૫૧, ~~૧૫૩~~, ~~૧૫૫~~, **૧૫૭**, ~~૧૫૯~~, ~~૧૬૧~~, **૧૬૩**, ~~૧૬૫~~, **૧૬૭**, ~~૧૬૯~~, ~~૧૭૧~~, **૧૭૩**, ~~૧૭૫~~, ~~૧૭૭~~, **૧૭૯**, **૧૮૧**, ~~૧૮૩~~, ~~૧૮૫~~, ~~૧૮૭~~, ~~૧૮૯~~, **૧૯૧**, **૧૯૩**, ~~૧૯૫~~, **૧૯૭**, **૧૯૯**.

એમાં સૌથી પ્રથમ ૧૫૩ને ત્રણ વડે નિઃશેષ ભગાય છે, માટે તેને છેકી તેનાથી ત્રણ ત્રણના અંતરે આવેલી ત્રણની નિશેઃષ ભાજક સંખ્યાઓને છેકી નાંખો. એ જ પ્રમાણે ૧૫૫ને છેકી તેનાથી પાંચ પાંચના અંતરે એ વિધિ ફરીથી કરો. એ રીતે ૭, ૧૧, ૧૩, ૧૭ અને ૧૯ વડે એ વિધિ કરીએ તો પછી બાકી રહેલી ૧૫૧, ૧૫૭, ૧૬૩, ૧૬૭, ૧૭૩, ૧૭૯, ૧૮૧, (૧૯૧, ૧૯૩, ૧૯૭, ૧૯૯) સંખ્યાઓ અવિભાજ્ય છે. તેમાં છેલ્લી ચારની નિરીક્ષા કરવાથી નીચેની વિગતો જાણવા જેવી લાગશે.

(૨) એક જ દશકવાળી ક્રમિક સંખ્યાના જૂથમાં પાંચ તો એકી સંખ્યાઓ હોય છે જ અને એકને છેડે ૫ આવેલ હોય એવી છ સંખ્યાઓ તો હમેશાં વિભાજ્ય હોય છે, તેથી એવા જૂથમાં ૪ એકી સંખ્યાઓ બાકી રહે છે. તે ચારેય અવિભાજ્ય હોય કે એ ચારેય વિભાજ્ય હોય એ જાણવું કાંઈક ચમત્કારિક જણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ઉપરના જૂથમાં છેડાની ચારેય સંખ્યાઓ એક જ દશકવાળી હોવા સાથે અવિભાજ્ય છે. તેમ જ તેવું જૂથ ૧૦૧, ૧૦૩, ૧૦૭, ૧૦૯નું પણ જાણવા જેવું છે.

ત્યારે ૨૦૧થી ૨૧૦; ૩૨૧થી ૩૩૦; ૫૧૧થી ૫૨૦; ૫૩૧થી ૫૪૦; અને ૬૨૧થી ૬૩૦વાળી દશેય સંખ્યાઓ વિભાજ્ય સ્વરૂપે જોવા મળે છે.

ઉદાહરણ : ૧૪૯ એ વિભાજ્ય છે કે અવિભાજ્ય છે તે કહો.

૧૪૯ને ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧, ૧૩એ વગેરે સંખ્યાઓમાંથી કોઈ પણ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા નથી. તેથી એ સંખ્યા અવિભાજ્ય છે.

નોંધ : આવી ગણતરી ક્યાં સુધી એટલે કયા નિઃશેષ ભાજક સુધી મેળવવાની અજમાયેશ કરવી તેની પણ હદ્દ જાણવાની જરૂર છે. આપેલી સંખ્યાના લગભગ વર્ગમૂળની આસપાસની અવિભાજ્ય સંખ્યાના અવયવ સુધી એવી ગણતરી કરવાનો પ્રયાસ કરવો. જેમ કે ૧૪૯નું લગભગ વર્ગમૂળ ૧૨ છે. તેથી ૧૧ કે ૧૩ સુધી નિઃશેષ ભાજક મેળવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૧૬. (અ) ૧, ૨, ૩ એ ત્રણેય ૬ના નિઃશેષ ભાજકો છે, અવયવો છે અને ૧ + ૨ + ૩ = ૬ થાય છે. એ પ્રમાણે જે સંખ્યામાં ૧ સહિત બધા નિઃશેષ ભાજકોનો સરવાળો તે સંખ્યાની બરોબર થાય, ત્યારે તેવી સંખ્યાને **નિધિ સંખ્યા** કહે છે. જેમ કે ૧, ૨, ૪, ૭ અને ૧૪ એ ૨૮ના નિઃશેષ ભાજકો છે, અને ૧ + ૨ + ૪ + ૭ + ૧૪ = ૨૮ થાય છે. તેથી એ ૨૮ પણ નિધિ સંખ્યા ગણાય છે. ૬ અને ૨૮ ઉપરાંત એવા પ્રકારની બીજી સંખ્યા ૪૯૬; ૮૧૨૮ પણ છે. તેની ખાતરી કરી જુઓ.

(બ) ૧, ૨, ૪, ૧૦, ૧૧, ૨૦, ૨૨, ૪૪, ૫૫ અને ૧૧૦ એ સર્વે ૨૨૦ના નિઃશેષ ભાજકો છે, અને એ સર્વેનો સરવાળો ૨૮૪ થાય છે. તેમ જ ૧, ૨, ૪, ૭૧, ૧૪૨ એ સર્વે ૨૮૪ના નિઃશેષ ભાજકો છે, અને તેમનો સરવાળો ૨૨૦ થાય છે. તેથી એવી ૨૨૦ અને ૨૮૪ એ બંને **મિત્ર સંખ્યાઓ** ગણાય છે.

૧૭. આ બધા નિયમોની સમજણ દૃઢ કરાવવા માટે અને

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અવયવોની હયાતીનો ઝડપથી નિર્ણય કરતાં આવડે એટલા માટે નીચેના સ્વરૂપનાં ઉદાહરણો ગણાવવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

(૧) ૩૪૭*ના છેડે કયા કયા અંકો મૂકીએ તો તેને ૫ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૫ ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૨) ૪૮૯**ના છેડે કયા કયા બે અંકો મૂકીએ તો તેને ૨૫ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૨૫ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૩) ૫૪**ના છેડે કયા કયા બે અંકો મૂકવાથી તેને ૪ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? એ ઉપરથી ૪ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૪) ૬૮૭*ના છેડે કયા કયા અંકો મૂકવાથી તેને ૨ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૨ ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૫) ૪*૫૭માં ખાલી જગાએ કયા કયા અંકો મૂકવાથી તેને ૩ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૩ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૬) ૮૭*૩માં ખાલી જગાએ કયો અંક મૂકવાથી તેને ૯ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૯ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૭) (અ) ૪૫*૩૨માં ખાલી જગાએ કયો અંક મૂકવાથી તેને ૧૧ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય?

(બ) ૧૯*૮૨માં ખાલી જગાએ કયો અંક મૂકવાથી તેને ૧૧ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાય? તે ઉપરથી ૧૧ના અવયવનો નિયમ કહો.

(૮) (અ) ૪૭૬૯*માં ખાલી જગાએ કયો અંક મૂકવાથી તેને ૮ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાશે?

(બ) ૪૭૬૨*માં ખાલી જગાએ કયો અંક મૂકવાથી ૧૨૫ વડે નિ:શેષ ભાગી શકાશે? તે ઉપરથી ૮ના અવયવનો નિયમ કહો. તેમ જ ૧૨૫ના અવયવનો નિયમ પણ કહો.

(૯) ૬૨૪; ૮,૬૨૫; ૯,૭૬૮; ૩,૯૨૭; એ દરેક સંખ્યામાં સમાયેલ અવયવો ગણતરી કર્યા સિવાય તેનું સ્વરૂપ જોઈને જ કહો.

(૧૦) (અ) ૩૯૬ના એવા બે અવયવો પાડો કે જેનો સરવાળો ૪૫ થાય.

(બ) ૨૨૫ના એવા બે અવયવો પાડો કે જેનો તફાવત ૧૬ થાય.

पुस्तकालय
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar
गुरुकुल काँगड़ी

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૩. અવયવ અને અવયવી

૧. (અ) ૨૪ ના અવિભાજ્ય અવયવો કહો : ૨, ૨, ૨, ૩.
૩૬ ના અવિભાજ્ય અવયવો કહો : ૨, ૨, ૩, ૩.

તે ઉપરથી ૨૪ અને ૩૬ માં સમાયેલ સામાન્ય અવયવો એક પછી એક કહો : ૨, ૩, ૪, ૬, ૧૨ એ દરેક એ બંને સંખ્યાઓના સામાન્ય અવયવ છે. પણ ૧૨ એ બંનેમાં સમાયેલ મોટામાં મોટો સામાન્ય અવયવ ગણાય છે. તેમાં 'મોટામાં મોટો' એ શબ્દ સમુદાય માટે 'ગુરુતમ' એ એક જ શબ્દ વાપરીએ તો ૧૨ એ ૨૪ અને ૩૬ નો **ગુરુતમ સાધારણ અવયવ** (ટૂંકામાં ગુ. સા. અ.) ગણાય છે.

(બ) ૩૬૦; ૨૮૮; ૨૧૬ નો ગુ. સા. અ. કહો.

એ દરેક સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો નોંધીએ :

$૩૬૦ = ૨^{૩} \times ૩^{૨} \times ૫$	એ ત્રણેય સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવોમાં
$૨૮૮ = ૨^{૫} \times ૩^{૨}$	$૨^{૩} \times ૩^{૨}$ એ આપેલી દરેક સંખ્યામાં
$૨૧૬ = ૨^{૩} \times ૩^{૩}$	વધારેમાં વધારે સામાન્ય અવયવો છે.

માટે તેમનો ગુ. સા. અ. $= ૨^{૩} \times ૩^{૨} = ૭૨$ ગણાય.

(ક) ૩૯૧ અને ૨૨૧ નો ગુ. સા. અ. કાઢો.

જ્યારે આપેલી સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવો જાણવા સરળ હોતા નથી, ત્યારે એ બે સંખ્યાઓની બાદબાકી કરીએ, તો ૩૯૧ − ૨૨૧ = ૧૭૦ ના અવયવોમાંથી કોઈ પણ એક આપેલી સંખ્યાઓમાં સમાયેલ હોય છે. એટલે ૧૭૦ = ૨ × ૫ × ૧૭ તેમાંથી ૨ કે ૫ એમાંનો કોઈ અવયવ આપેલી સંખ્યાઓમાં હોવાનો સંભવ નથી, એ દેખીતું જ છે માટે તે બંને સંખ્યાઓનો ગુ. સા. અ. ૧૭ છે. કારણ કે ૩૯૧ = ૧૭ × ૨૩ અને ૨૨૧ = ૧૭ × ૧૩ છે. તેથી તે બંને સંખ્યાઓનો ગુ. સા. અ. ૧૭ ગણાય.

(ડ) જોકે ઘણી મોટી સંખ્યાઓમાં એવા અવયવો કાઢવાનું કામ કંટાળાભરેલું હોય છે, સરળ હોતું નથી. ત્યારે તેવી ગણતરીઓ અરસપરસ ઉત્તરોત્તર ભાગાકાર કરીને ગણી શકાય છે. જેમ કે ૧,૯૫૭ અને ૯,૩૭૩ નો ગુ. સા. અ. કાઢો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri


```
૧૯૫૭ ) ૯૩૭૩ ( ૪                                  ટૂંકામાં લખીએ તો
       ૭૮૨૮
       ─────
       ૧૫૪૫ ) ૧૯૫૭ ( ૧                  ૧ ) ૧૯૫૭ ૯૩૭૩ ( ૪
              ૧૫૪૫                           ૧૫૪૫ ૭૮૨૮
              ─────                          ──── ────
               ૪૧૨ ) ૧૫૪૫ ( ૩           ૧ ) ૪૧૨ ૧૫૪૫ ( ૩
    એમાં              ૧૨૩૬                    ૩૦૯ ૧૨૩૬
૧૯૫૭ અને ૯૩૭૩નો       ────                    ──── ────
ગુ. સા. અ. ૧૫૪૫માં    ૩૦૯ ) ૪૧૨ ( ૧             ૧૦૩  ૩૦૯ ( ૩
પણ સમાયેલો છે.              ૩૦૯                      ૩૦૯
એ જ રીતે ૧૫૪૫ અને           ────                     ────
૧૯૫૭નો ગુ. સા. અ. ૪૧૨ માં   ૧૦૩ ) ૩૦૯ ( ૩            ...
પણ સમાયેલ છે.                      ૩૦૯
                                   ...
```

એટલે ૪૧૨ અને ૧૫૪૫ નો ગુ. સા. અ. ૩૦૯ માં પણ સમાયેલ છે. આમ ઉત્તરોત્તર ગણતરી કરતાં ૧૦૩ એ સર્વે સંખ્યાઓમાં સમાયેલ મોટામાં મોટો સાધારણ અવયવ છે.

૨. (અ) ૭ × ૫ = ૩૫ માં ૭ અને ૫ એ બંને ૩૫ ના અવયવ ગણાય છે. ત્યારે ૩૫ એ ૭ નો તેમ જ ૫ નો પણ **સામાન્ય અવયવી** ગણાય છે.

૮ ના અવયવીઓ કહો : ૧૬, ૨૪, ૩૨, ૪૦, ૪૮

૬ ના અવયવીઓ કહો : ૬, ૧૨, ૧૮, ૨૪, ૩૦, ૩૬, ૪૨, ૪૮

તે ઉપરથી ૬ તેમ જ ૮ ના ૨૪, ૪૮, વગેરે સામાન્ય અવયવીઓ ગણાય છે. પણ એમાં ૨૪ એ નાનામાં નાનો — **લઘુતમ સાધારણ અવયવી** (ટૂંકામાં લ. સા. અ.) ગણાય છે.

બીજી રીતે ૮ = ૨ × ૨ × ૨ એ બંનેમાં સામાન્ય અવયવ ૨ છે.

૬ = ૨ × ૩ તે ઉપરાંત અસામાન્ય અવયવ ૨ × ૨ × ૩ છે. માટે તેમનો લ. સા. અ. ૨ × ૨ × ૨ × ૩ = ૨૪ ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ખ) અવયવીનો ખ્યાલ રૂઢ કરાવવા માટે નીચે પ્રમાણે સંખ્યાઓની નોંધ કરો.

૨ · ૪ · ૬ · ૮ · ૧૦ · ૧૨ · ૧૪ · ૧૬ · ૧૮ · ૨૦
૩ · · ૬ · · ૯ · · ૧૨ · · ૧૫ · · ૧૮ · ·
૪ · · · ૮ · · · ૧૨ · · · ૧૬ · · · ૨૦
૫ · · · · ૧૦ · · · · ૧૫ · · · · ૨૦
૬ · · · · · ૧૨ · · · · · ૧૮ · ·
૮ · · · · · · · ૧૬ · · · ·
૧૦ · · · · · · · · · ૨૦

સંખ્યાની આવી ગોઠવણીની નિરીક્ષા ઉપરથી નીચેના પ્રશ્નોનો જવાબ કહો.

(૧) ૨ અને ૩ ના સામાન્ય અવયવી કહો.
૨ અને ૩ નો લ. સા. અ. કહો.

(૨) ૩ અને ૪ ના સામાન્ય અવયવી કહો.
૩ અને ૪ નો લ. સા. અ. કહો.

(૩) ૨, ૩, ૪ ના સામાન્ય અવયવી કહો.
૨, ૩, ૪ નો લ. સા. અ. કહો.

(ક) (૧) ૩, ૪, ૫ એ ત્રણેયમાં એકેય સામાન્ય અવયવ નથી. તેથી તેવી સંખ્યાઓ **અરસપરસ અવિભાજ્ય** ગણાય છે. ત્યારે તેમનો લ. સા. અ. ૩ × ૪ × ૫ = ૬૦ ગણાય છે.

(૨) ૬, ૮, ૧૦ એ ત્રણેયમાં ૨ એ સામાન્ય અવયવ છે. માટે તેમનો લ. સા. અ. = ૨ × ૩ × ૪ × ૫ = ૧૨૦ ગણાય છે.

(ડ) વધારે સંખ્યાઓનો લ. સા. અ. કાઢવો હોય, તો તે દરેકમાં સમાયેલ અવયવ તારવી કાઢી તેની સામે બાકીના બધા જ અરસપરસ અવિભાજ્ય અસામાન્ય અવયવોનો ગુણાકાર કરવાથી માગેલો લ. સા. અ. મળે છે. તેમ જ એવી સંખ્યાઓમાંથી એક બીજી સંખ્યાનો અવયવ હોય તો તેને દૂર કરવાથી ગણતરી ટૂંકી થાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ઉદાહરણ : ૧૫, ૨૦, ૨૪, ૩૦ નો લ. સા. અ. કાઢો.

	૧૫, ૨૦, ૨૪, ૩૦
૨	૧૫, ૧૦, ૧૨, ~~૧૫~~
૨	૧૫, ~~૫~~, ૬
૩	૫ ૨

લ. સા. અ. = ૨ × ૨ × ૩ × ૫ × ૨

= ૧૨૦ જવાબ

આપેલી ચાર સંખ્યાઓમાંથી ૩માં ૨ સામાન્ય અવયવ છે. તે તારવી લીધા પછી ૧૫ બે વાર મળે છે. તેથી તેમાંના એકને દૂર કર્યાં, પછી બાકી રહેલી ત્રણ સંખ્યાઓમાંથી બેમાં ૨ સા. અ. છે. તે તારવી લીધા પછી ૧૫, ૫, ૬, મળે છે, તેમાં ૫ એ ૧૫નો અવયવ છે, તેને દૂર કરીએ, બાકી રહેલા ૧૫ અને ૬ માં ૩ સા. અ. છે. તે તારવી લઈએ, તે તારવેલા અને બાકી રહેલા અરસપરસ અવિભાજ્ય સામાન્ય અવયવોનો ગુણાકાર તે માગેલો લ.સા.અ. છે.

નોંધ : ૧. તારવી કાઢવાના અવયવની પસંદગીમાં હમેશ બનતાં સુધી નાનામાં નાની અવિભાજ્ય સંખ્યાઓની જ કરવી. નહિતર જવાબ લઘુતમ સ્વરૂપમાં મેળવવામાં મુશ્કેલી ઊભી થશે.

૨. અવયવની રીતે ગુ. સા. અ. અને લ. સા. અ. ની ગણતરીઓ એકી સાથે પણ શીખવી શકાય :

૩. (અ) સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્ત કરવા માટે ગુ. સા. અ. નો અને જુદા જુદા છેદવાળા સામાન્ય અપૂર્ણાંકોનો યોગ-વિયોગ કરવા માટે લ. સા. અ. નો ઉપયોગ થાય છે. આ સિવાય કોઈ પણ પ્રકારની વ્યાવહારિક ગણતરી કરવામાં તેમનો ભાગ્યે જ ઉપયોગ થાય છે. છતાં આજે શાળાઓમાં એ બંને રીતો શીખવવાની પરંપરા ચાલી આવે છે, તેથી આપણે અત્યારે એ બંને રીતોના શિક્ષણ પાછળ જોઈએ તેના કરતાં વધારે સમય આપીએ છીએ, એ હકીકત શિક્ષણસુધારણા માટે વિચાર કરવા યોગ્ય છે.

(બ) કોઈક વખત કોયડા જેવા હિસાબોની ગણતરી કરવા માટે એ બંને રીતોનો ઉપયોગ થાય છે. અથવા એ બંને રીતોનો ઉપયોગ વ્યાવહારિક રીતે શીખવવા માટે વ્યવહારમાં ન હોય એવો વ્યવહાર ઉત્પન્ન કરી ઉદાહરણો યોજવામાં આવે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ઉદાહરણ : (ક) એક માળા તૂટી ગઈ, તેના પારાને બેબેના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો ૧ વધે છે, ત્રણત્રણના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો ૨ વધે છે, ચાર-ચારના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો ૩ વધે છે, પાંચ-પાંચના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો ૪ વધે છે, છ-છના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો ૫ વધે છે, અને સાત-સાતના જૂથમાં ગોઠવ્યા તો કાંઈ વધતું નથી. ત્યારે તે માળામાં કેટલા પારા હશે ?

તેમાં (૨, ૩, ૪, ૫, ૬ નો લ. સા. અ.) − ૧ = માગેલી સંખ્યાની પહેલી શરત પાર પાડી શકે છે. કારણ કે દરેક શેષ, તેના ભાજકથી ૧ ઓછો છે. માટે ૬૦ − ૧ = ૫૯ માં છેલ્લી સાતસાતના જૂથની ગોઠવણીની શરત પાર પડતી નથી. માટે ૬૦ ના અવયવી ૬૦ × ૨ − ૧ = ૧૧૯ સાથે ઉપર કહેલી છએ શરતો લાગુ પડે છે. માટે ૧૧૯ પારા જવાબ.

(ડ) વ્યવહારમાં વાસ્તવિક સ્વરૂપે ન મળે તેવા ગુ. સા. અ. ના હિસાબો : જેમ કે, ૧૩ ફૂટ ૪ ઇંચ લાંબા અને ૧૦ ફૂટ ૮ ઇંચ પહોળા ઓરડામાં જડવા માટે પૂરેપૂરી સંખ્યામાં મોટામાં મોટી તકતીઓ જડવી હોય, તો તેની દરેક બાજુની લંબાઈ કેટલી ગણાય ? એવી કેટલી તકતીઓની જરૂર પડે ?

૧૩ ફૂટ ૪ ઇંચ = ૧૬૦ ઇંચ, એ બે સંખ્યાઓનો ગુ. સા. અ.
૧૦ ફૂટ ૮ ઇંચ = ૧૨૮ ઇંચ, ૧૬ ઇંચ ગણાય. તે માગેલા ચોરસની બાજુ ગણાય. ૧૬"ની બાજુવાળા પથ્થરો ખાસ તૈયાર કરાવવા પડે, તૈયાર મળે નહિ એમાં એ અવાસ્તવિક તત્ત્વ છે.

સંખ્યા = (૧૬૦ ÷ ૧૬) × (૧૨૮ ÷ ૧૬) = ૧૦ × ૮ = ૮૦ પથ્થરો જડવા માટે વપરાય જવાબ.

૪. ૩/૫, ૪/૭, ૯/૨૧ જેવા સામાન્ય અપૂર્ણાંકનો ગુ. સા. અ. અને લ. સા. અ. કાઢવાનું કહેવામાં આવે, ત્યારે આ વિષયના સિદ્ધાંતને નામે અવ્યવહારુ શિક્ષણ આપવાના આગ્રહ સિવાય બીજું શું છે ?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૪. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનાં સ્વરૂપો

૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું શિક્ષણ કયા હેતુથી આપવું જોઈએ, તેનો નિર્ણય કરવો જોઈએ. પ્રયોજન વિનાનું શિક્ષણ નિષ્ફળ જાય છે.

(અ) સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું શિક્ષણ, તેના મહત્ત્વનો સાચો ખ્યાલ આવે એ હેતુથી આપવું જોઈએ.

ગણતરી કરવા માટે સ્વીકારેલા સામાન્ય અપૂર્ણાંકના એકમનો મહત્ત્વસૂચક અવયવ અને તેવા કેટલા અવયવ તે પરિમાણમાં સમાયેલ છે તેનો નિર્ણય કરતાં આવડે એ સૌથી પ્રાથમિક અને અગત્યની બિના છે.

(બ) ગણતરી કરવાના અપૂર્ણાંક સ્વરૂપ પરિમાણના એકાંશ અપૂર્ણાંકમાં કયા કયા ભાગ પડી શકે તેનો નિર્ણય કરતાં આવડે.

જેમ કે (૧) $\frac{૨}{૩} = \frac{૪}{૬} = \frac{૩+૧}{૬} = \frac{૩}{૬} + \frac{૧}{૬} = \frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૬}$

અથવા $\frac{૨}{૩} = \frac{૮}{૧૨} = \frac{૪+૩+૧}{૧૨} = \frac{૪}{૧૨} + \frac{૩}{૧૨} + \frac{૧}{૧૨} = \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૪} + \frac{૧}{૧૨}$ વગેરે.

(૨) $\frac{૨}{૩૫} = \frac{૬}{૧૦૫} = \frac{૫+૧}{૧૦૫} = \frac{૫}{૧૦૫} + \frac{૧}{૧૦૫} = \frac{૧}{૨૧} + \frac{૧}{૧૦૫}$

અથવા $\frac{૨}{૩૫} = \frac{૧૨}{૨૧૦} = \frac{૭+૫}{૨૧૦} = \frac{૭}{૨૧૦} + \frac{૫}{૨૧૦} = \frac{૧}{૩૦} + \frac{૧}{૪૨}$ વગેરે.

(ક) સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનો સૌથી અગત્યનો હેતુ કોઈ પણ પરિમાણની સરળતાથી અને ઝડપથી કિંમત ગણતાં આવડે, એ છે, એ ભૂલવું ન જોઈએ.

કિંમતની ગણતરી કરવાની મુખ્ય બે રીતો છે:

૧. પાંતી, અર્થાત્ સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું એકાંશ અપૂર્ણાંકમાં વિભાજન કરી ગણતરી કરવાની રીતો,

૨. ગુણોત્તર, પ્રમાણ કે ગુણક પદ્ધતિ (ratio method)

વ્યવહારમાં પહેલી રીત વધારે વપરાય છે. ઝડપથી ગણતરી કરવામાં બીજી રીત ઉપયોગી છે. આ બંને રીતો યથાયોગ્ય રીતે ગણતાં આવડે ત્યારે જ સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું ભણતર સફળ થયું ગણાય.

(ડ) સામાન્ય અપૂર્ણાંકની અડસટ્ટે કિંમત કહો.

૧. $૯\frac{૧૭}{૨૭}$ રૂ. ની કિંમત કહો.

અં–૧૧

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) રીતસર ગણતરી કરીએ તો રૂ. ૯$\frac{૧૭}{૮૭}$ = રૂ. ૯–૩–૧$\frac{૪૫}{૮૭}$ ≏ રૂ. ૯–૩–૨ પાઈ ગણાય.

(બ) રૂ. ૯$\frac{૧૭}{૮૭}$માં $\frac{૧૭}{૮૭}$ને $\frac{૧૭}{૮૫}$ લઈએ તો $\frac{૧૭}{૮૫}$ = $\frac{૧}{૫}$ ગણાય, તેથી $\frac{૧}{૫}$ રૂ. = ૩ આ. ૨$\frac{૨}{૫}$ પાઈ એટલે એ રીતે ગણતાં રૂ. ૯$\frac{૧૭}{૮૭}$ = રૂ. ૯–૩–૨$\frac{૨}{૫}$ પાઈ ≏ રૂ. ૯–૩–૨ પાઈ ગણાય.

૨. ૯$\frac{૯૭}{૩૮૯}$ ફૂટની કિંમત કહો.

(અ) રીતસર ગણતરી કરીએ તો ૯$\frac{૯૭}{૩૮૯}$ ફૂટ = ફૂટ ૯ – ૨$\frac{૩૮૬}{૩૮૯}$ ઇંચ ≏ ફૂટ ૯–૩ ગણાય.

(બ) ૯$\frac{૯૭}{૩૮૯}$માં $\frac{૯૭}{૩૮૯}$ ≏ $\frac{૯૭}{૩૮૮}$ = $\frac{૧}{૪}$ લઈએ, તો $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = ૩ ઇંચ તેથી ૯$\frac{૯૭}{૩૮૯}$ ફૂટ ≏ ફૂટ ૯–૩ ઇંચ ગણાય.

ગણતરીની અંતે આવાં અપૂર્ણાંક પરિમાણો મળે છે, ત્યારે તેની કિંમતના જવાબમાં પાઈને અંતે આવેલ અપૂર્ણાંકને પણ આપણે અત્યંત મહત્ત્વ આપીએ છીએ, અને હિસાબ સાચા ખોટાનો નિર્ણય કરીએ છીએ. વ્યવહારમાં આવા અપૂર્ણાંક હિસ્સાની વાસ્તવિક કિંમત ઉપર કાંઈ જ અસર થતી નથી. **અડસટ્ટે કેટલી કિંમત ગણાય તેના ઉપર જ ધ્યાન અપાય છે.** એટલે સામાન્ય અપૂર્ણાંકની અડસટ્ટે કિંમત ગણતાં ન આવડે તો એ વિષયના શિક્ષણનું સ્થાન શાળાના અભ્યાસક્રમમાં હોય કે ન હોય, એ બંને એકસરખું જ છે. આ દોષના અસ્તિત્વનું કારણ પણ કેળવણી નિયામક, શિક્ષક અને પરીક્ષક એ ત્રણેયમાં વ્યાવહારિક બુદ્ધિનો અભાવ એ છે, અને પરંપરા સાચવી રાખવાનો માત્ર દુરાગ્રહ જ છે.

(ક) દેશમાં નાણાંનું દશાંશીકરણ કાયદાથી થઈ ચૂક્યું છે, અને બીજાં પરિમાણોનું એ જ પ્રમાણે દશાંશીકરણ થયા પછી સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું સ્થાન ગણતરીઓ કરવામાં કેટલું રહેશે, અને કેવા સ્વરૂપનું રહેશે એનો વિચાર કરતાં અત્યારે જે રીતે તેનો અભ્યાસ થઈ રહ્યો છે, તેમાં ભારે પરિવર્તન કરવાની જરૂર ઊભી થાય તેવા સંયોગો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના મહત્ત્વને માપનાર એકમ જાણવા માટે તેમ જ તેની વાસ્તવિક કિંમત જાણવા માટે તે વિષયના શિક્ષણનો સ્વીકાર થયેા છે. આપણે એ હેતુ જ પાર પાડવા માટે એ વિષયનું શિક્ષણ આપવું ન જોઈએ? આ નીચે આપેલા હિસાબેા યેાજવાનેા હેતુ શેા હોઈ શકે? એવા હિસાબેાના શિક્ષણની શાળાના અભ્યાસમાં જરૂર છે? જો છે તેા કેટલી અને કેવે પ્રકારે એ સંબંધે ચેાક્કસ નિર્ણય ઉપર આવવાની જરૂર નથી?

(અ) $\dfrac{૧\frac{૧}{૮} \div ૧\frac{૧}{૫}}{\frac{૨}{૩}\text{ના } \frac{૫}{૮} \div ૧૦\frac{૧}{૩}} \times \dfrac{૧\frac{૨}{૩}\text{ના } ૪\frac{૧}{૮}}{૬\frac{૧૫}{૨૬}\text{ના } ૫\frac{૧}{૩}}$ ના ૧ રૂ.ની કિંમત કહેા.

(બ) $૧ \div [૪ - ૧ \div \{ ૨ - ૧ \div (૧ - \frac{૫}{૨૩})] \}$ નું સાદું રૂપ આપેા.

(ક) $$\cfrac{૧}{૪ + \cfrac{૧}{૨ + \cfrac{૧}{૧ - \frac{૫}{૨૩}}}}$$ ના ૪ મણ ૧૬ શેરની કિંમત કહેા.

(૧) ક્રિયાસૂચક ચિહ્નોના ઉપયેાગ સમજતાં આવડે એટલા માટે આવા હિસાબેા યેાજાય છે, એવી દલીલ કરનાર ભૂલી જાય છે કે એ ક્રિયાસૂચક ચિહ્નોના ઉપયેાગ સાદી સંખ્યાએા વાપરીને એનાથી પણ વધારે સારી રીતે શીખવી શકાય છે.

(૨) કૌંસ અને સતત અપૂર્ણાંકનેા ઉપયેાગ અનિશ્ચિત સમીકરણની કિંમત શેાધવામાં કરીએ એ આના કરતાં વધારે વાજબી છે.

૩. અત્યારે ધેારણ ૬માં "મિશ્ર અપૂર્ણાંક, ચાર રકમેાથી વધુ નહિ એવા અપૂર્ણાંકના મિશ્ર દાખલા, અંશ તથા છેદમાં ત્રણથી વધુ રકમ ન હેાય એવા સંયુક્ત અપૂર્ણાંકના દાખલા" આ રીતનેા ઉપયેાગ ક્યાં ક્યારે કેટલેા થવાનેા છે એટલી દૃષ્ટિ અભ્યાસક્રમ યેાજકને હશે ખરી?

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૫. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનો આરંભ

૧. જેમ એકના સમૂહની ગણતરી દર્શાવનાર **પૂર્ણાંક સંખ્યા** છે, તેમ જ એક જથા કે કોઈ પણ એક આખી વસ્તુના **સરખા મહત્ત્વના ભાગના સમૂહ**ની ગણતરી દર્શાવનાર સંખ્યા **અપૂર્ણાંક** છે.

જેમ પૂર્ણાંક સંખ્યામાં અંકના સ્થાનનું જ્ઞાન થતાં જ તે સંખ્યાની વાસ્તવિક કિંમત જાણી શકાય છે. તેમ જ અપૂર્ણાંકમાં સરખા ભાગનું મહત્ત્વ જાણ્યા પછી જ એવા ભાગના સમુદાયની ગણતરી દર્શાવનાર અપૂર્ણાંક સંખ્યાની વાસ્તવિક કિંમત જાણી શકાય છે. કોઈ પણ એકમના જેટલા સરખા ભાગ કરેલા હોય, તે ભાગ **સૂચક** સંખ્યા તે પરિમાણને માપનાર **અપૂર્ણાંક એકમ** છે. એટલે અપૂર્ણાંકના શિક્ષણમાં સૌથી પહેલાં એવા એકમો જાણી લેવા જોઈએ. તેમાંના થોડાક અતિશય અગત્યના આ નીચે નોંધવામાં આવેલ છે.

$\frac{૧}{૨}$, અર્ધો ભાગ, બીજો ભાગ. $\frac{૧}{૩}$, ત્રીજો ભાગ.

$\frac{૧}{૪}$, ચોથો ભાગ, પા, ચાર આની ભાગ. $\frac{૧}{૬}$, છઠ્ઠો ભાગ.

$\frac{૧}{૮}$, આઠમો ભાગ, બે આની ભાગ. $\frac{૧}{૯}$, નવમો ભાગ.

$\frac{૧}{૫}$, પાંચમો ભાગ, $\frac{૧}{૧૦}$ દશમો ભાગ, દશાંશ, $\frac{૧}{૭}$ સાતમો ભાગ.

બીજી રીતે કહીએ તો —

(૧) બોલવાનું	લખવાનું
૧ કાગળનો અર્ધો ભાગ	૧ કાગળનો $\frac{૧}{૨}$
૧ રોટલાનો અર્ધો ભાગ	૧ રોટલાનો $\frac{૧}{૨}$
૧ જમરૂખનો અર્ધો ભાગ	૧ જમરૂખનો $\frac{૧}{૨}$

એ જ પ્રમાણે $\frac{૧}{૪}$, $\frac{૧}{૮}$, $\frac{૧}{૬}$, $\frac{૧}{૯}$, $\frac{૧}{૫}$, $\frac{૧}{૧૦}$, અને $\frac{૧}{૭}$નો સાચો ખ્યાલ આવે એવો મહાવરો કરાવવો.

૧ ઇંચનો $\frac{૧}{૨}$ બતાવો. એક શીશીનો $\frac{૧}{૩}$ ભાગ બતાવો.

૧ ફૂટનો $\frac{૧}{૪}$ બતાવો. એક શેરનો $\frac{૧}{૫}$ ભાગ કહો.

(૨) એ રીતે અપૂર્ણાંક એકમોની સારી ઓળખાણ થઈ ગયા પછી એક આખી વસ્તુને બદલે અમુક સમૂહની સાથે એ એકમનો સંબંધ જોડો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૬ નો $\frac{૧}{૨}$ = ?   ૮ નો $\frac{૧}{૪}$ = ?   ૬ નો $\frac{૧}{૩}$ = ?   ૧૦ નો $\frac{૧}{૫}$ = ?

૧૦, ૧૫, ૨૦ એ દરેકનો $\frac{૧}{૫}$ = ?   ૧૨, ૧૮, ૪૨ એ દરેકનો $\frac{૧}{૬}$ = ?

૨ એ . . . . નો $\frac{૧}{૪}$ છે.   ૩ એ . . . . નો $\frac{૧}{૨}$ છે.

૨ એ . . . . નો $\frac{૧}{૫}$ છે.   ૩ એ . . . . નો $\frac{૧}{૫}$ છે.

૨ એ . . . . નો $\frac{૧}{૬}$ છે.   ૩ એ . . . . નો $\frac{૧}{૬}$ છે.

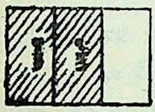
આવા પ્રકારનો મહાવરો થયા પછી બાળકોને અપૂર્ણાંક એકમનો ખ્યાલ રૂઢ થાય છે. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણના આરંભમાં અપૂર્ણાંકના એકમના પાયાનો ખ્યાલ રૂઢ કરાવવાથી ભવિષ્યની બધી ગણતરીઓ સહેલી થઈ જાય છે.

(૩) સામાન્ય અપૂર્ણાંકની ગણતરી નીચેની બે દૃષ્ટિએ થાય છે.

૧. દરેક સામાન્ય અપૂર્ણાંક તેના એકમની અમુક ગણાઈ બરાબર છે. એટલે તેમાં એકમનું માપ, અને તેની અમુક ગણાઈનો ખ્યાલ છે.

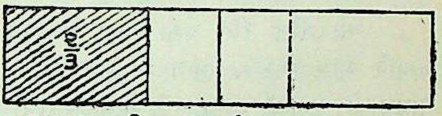
૨. દરેક સામાન્ય અપૂર્ણાંક એક સમૂહનો અમુકમો ભાગ છે. તેમાં એક સમૂહના અમુક સરખા ભાગ કરવાનો ખ્યાલ છે.

[અ]



$\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$

[બ]



$2 \div 3 = \frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$

અપૂર્ણાંકનું **મહત્ત્વ** દર્શાવનાર અંક, એકમ તેનો **છેદ** કહેવાય છે. અને એવા કેટલા એકમ લીધા, તે દર્શાવનાર સંખ્યા તેનો **અંશ** કહેવાય છે. જેમ કે $\frac{૨}{૩}$, તેમાં $\frac{૧}{૩}$ નો છેદ એ તેનો છેદ ગણાય છે, અને $\frac{૧}{૩}$ × ૨, એવા ૨ એકમની સંખ્યા તેનો અંશ ગણાય છે.

ત્રણ ચોથા ભાગ, $\frac{૩}{૪}$, એટલે $\frac{૧}{૪}$ × ૩

અથવા ૩ ÷ ૪ એટલે ૩ નો $\frac{૧}{૪}$, ૩ નો ચોથો ભાગ.

ત્રણ આઠમા ભાગ, $\frac{૩}{૮}$ એટલે $\frac{૧}{૮}$ × ૩

અથવા ૩ ÷ ૮ એટલે ૩ નો $\frac{૧}{૮}$, ૩ નો આઠમો ભાગ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૪) સામાન્ય અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ એક આખા કે એક સમુદાયના હિસ્સા તરીકે થયેલી છે. માટે એ દરેક અપૂર્ણાંકના એકમનો એક સાથેનો સંબંધ જાણી લેવો જોઈએ. જેમ કે—

(અ) ગુણાકારની દષ્ટિએ : ૧ આનો = ૨ અર્ધા આના = (૨ × ૧/૨)

૧ આનો = ત્રણ ત્રીજા ભાગ = (૩ × ૧/૩)

૧ આનો = ચાર ચોથા ભાગ = (૪ × ૧/૪)

૧ આનો = પાંચ પાંચમા ભાગ = (૫ × ૧/૫)

(બ) યોગ વિયોગની દષ્ટિએ : બે ત્રીજા ભાગ ૨/૩ એટલે ૧ આખામાંથી એક ત્રીજો ભાગ બાદ કરવો જોઈએ : ૩/૪ એક આખામાંથી એક ચોથો ભાગ બાદ કરવો જોઈએ : ૪/૫ ચાર પાંચમા ભાગ એટલે એક આખામાંથી એક પાંચમો ભાગ બાદ કરવો જોઈએ.

ઉદાહરણ ૧ : ૧૫ના ૪/૫ = ?

(અ) (૧૫ × ૧/૫) × ૪ = ૩ × ૪ = ૧૨.

(બ) (૧૫ × ૪)નો ૧/૫ = ૬૦ નો ૧/૫ = ૧૨.

(ક) ૪/૫ એટલે ૧ − ૧/૫, તેથી ૧૫ નો ૪/૫ = ૧૫ (૧ − ૧/૫)

= ૧૫ − ૧૫ નો ૧/૫ = ૧૫ − ૩ = ૧૨.

આ ત્રીજી રીત ઘણા મોટા ગુણાકાર ભાગાકારના પ્રસંગે તેમ જ જ્યારે માત્ર એક જ ભાગ ઓછો કરવાનો હોય, ત્યારે જ વાપરવી સુગમ છે. પણ ૩/૫ = ૧ − ૨/૫ એમ કરવાથી મહેનતનો બચાવ થતો નથી.

ઉદાહરણ ૨ : રૂ. ૩૫–૭–૬ ના ૪/૫ ની કિંમત કાઢો.

(અ) રૂ. ૩૫–૭–૬ ના ૪/૫ = રૂ. ૩૫–૭–૬ નો ૧/૫ × ૪

= રૂ. ૭–૧–૬ × ૪ = રૂ. ૨૮–૬ આના જવાબ.

(બ) રૂ. ૩૫–૭–૬ ના ૪/૫ = રૂ. ૩૫–૭–૬ × ૪ નો ૧/૫

= રૂ. ૧૪૧–૧૪–૦ નો ૧/૫ = રૂ. ૨૮–૬ આના જવાબ.

(ક) રૂ. ૩૫–૭–૬ ના ૪/૫ = રૂ. ૩૫–૭–૬ ના (૧ − ૧/૫)

= રૂ. ૩૫–૭–૬ − ૩૫–૭–૬ નો ૧/૫ = રૂ. ૩૫–૭–૬ − રૂ. ૭–૧–૬

= રૂ. ૨૮–૬ આના

એક જ પરિમાણ અનેક ભિન્ન ભિન્ન દષ્ટિબિંદુથી મેળવી શકાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૯. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સુવર્ણ સિદ્ધાંત

૧. પૂર્ણાંક અને સામાન્ય અપૂર્ણાંક સંખ્યા વચ્ચે એક મહાન ભેદ એ છે કે પૂર્ણાંક સંખ્યા સામાન્ય રીતે હમેશાં માત્ર એક જ સ્વરૂપે લખી કે બોલી બતાવાય છે. ત્યારે એકની એક જ અપૂર્ણાંક સંખ્યા અનેક સ્વરૂપે રજૂ થાય છે. જેમ કે પૂર્ણાંક સંખ્યા ૩૫ એક જ રીતે લખી કે વાંચી શકાય છે. પણ અપૂર્ણાંક સંખ્યા $\frac{૧}{૨} = \frac{૨}{૪} = \frac{૩}{૬} = \frac{૪}{૮} = \frac{૫}{૧૦} = \frac{૬}{૧૨}$ વગેરે એમ અનેક રીતે રજૂ કરી શકાય છે.

૨. **"અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદ એ બંનેને એક જ સંખ્યા વડે ગુણવા કે ભાગવાથી તેની વાસ્તવિક કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી. પણ માત્ર તેના સ્વરૂપમાં રૂપાંતર થાય છે" એ સુવર્ણ સિદ્ધાંત** વડે કોઈપણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકને ઇચ્છાનુસાર અનેક સ્વરૂપમાં રજૂ કરી શકાય છે. એ સિદ્ધાંતના આધારે જુદા જુદા મહત્ત્વના અનેક અપૂર્ણાંકોને સરખાવી શકાય છે, તેવા અપૂર્ણાંકોના સરવાળા કે તફાવતને જાણી શકાય છે. ગુણોત્તર કે સમીકરણમાં એ સિદ્ધાંતના આધારે બધી ગણતરીઓને ઘણી સરળતાથી અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપમાં લાવી શકાય છે. ત્રિકોણમિતિમાં સમાનતાની સાબિતીઓમાં આ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ કરવાથી ચમત્કારિક રૂપાંતરો રજૂ કરી શકાય છે.

૩. (અ) $\frac{૧}{૨} = \frac{૨}{૪} = \frac{૪}{૮}$ એક કાગળની પટીને વાળીને તેના બે સરખા ભાગમાં, ચાર સરખા ભાગમાં, આઠ સરખા ભાગમાં, વળાવી ગેડ પડાવી એ ત્રણેય સ્વરૂપો એકસરખાં છે એમ, તેમ જ

$\frac{૧}{૩} = \frac{૨}{૬} = \frac{૪}{૧૨}$ એક કાગળની પટીને ત્રણ, છ, કે બાર એક સરખા ભાગમાં વળાવી, એ ત્રણેય સ્વરૂપો એક જ મહત્ત્વનાં છે, એમ સમજાવી શકાય છે.

૧ ઇંચ = $\frac{૧}{૧૨}$ ફૂટ, માટે ૧ ફૂટનો $\frac{૧}{૩}$ = ૪ ઇંચ, = $\frac{૪}{૧૨}$ ફૂટ એટલે $\frac{૧}{૩} = \frac{૪}{૧૨}$ ગણાય. તેમ જ $\frac{૩}{૪}$ રૂ. ને ૪ આનાની દૃષ્ટિએ $\frac{૩}{૪}$ રૂ. બે આનાની દૃષ્ટિએ $\frac{૬}{૮}$ રૂ. = એક આનાની દૃષ્ટિએ $\frac{૧૨}{૧૬}$ કહી શકાય. તે ઉપરથી $\frac{૩}{૪} = \frac{૬}{૮} = \frac{૧૨}{૧૬}$.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(બ) જો ૧ને સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં લખવા ધારીએ તો $\frac{૪}{૪}$, $\frac{૬}{૬}$, $\frac{૧૦}{૧૦}$, $\frac{૧૨}{૧૨}$. વગેરે ફાવે તેમ અનેક સ્વરૂપે રજૂ કરી શકાય છે. તે ઉપરથી $\frac{૧}{૨}$ અર્ધો માટે $\frac{૨}{૪} = \frac{૩}{૬} = \frac{૫}{૧૦} = \frac{૬}{૧૨}$ ગણાય. આ બધા પ્રયોગથી એવો નિર્ણય કરી શકાય છે કે "અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદને એક જ સંખ્યા વડે ગુણવાથી તેની કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી." પણ તેના સ્વરૂપમાં રૂપાંતર થાય છે.

(ક) ૪૮ પૈસા = $\frac{૪૮}{૬૪}$ રૂ. ૪૮ પૈસા = ૧૨ આના = $\frac{૧૨}{૧૬}$ રૂ. ૪૮ પૈસા = ૬ બે આની = $\frac{૬}{૮}$ રૂ. એટલે $\frac{૪૮}{૬૪} = \frac{૧૨}{૧૬} = \frac{૬}{૮} = \frac{૩}{૪}$ ગણાય.

એથી અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદને એક જ સંખ્યા વડે ભાગવાથી તેની કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી. પણ તેના સ્વરૂપમાં રૂપાંતર થાય છે. આ રીતે સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્ત સ્વરૂપ મળે છે.

(ડ) આ બંને નિયમો દૃઢ કરાવવા માટે નીચે જણાવેલ સંબંધનાં ઉદાહરણો ગણાવવાનો મહાવરો કરાવવો જોઈએ.

$$\frac{૨}{૩} = \frac{?}{૧૫}; \quad \frac{૨}{૩} = \frac{૧૨}{?}; \quad \frac{૧૮}{૨૭} = \frac{?}{૩}; \quad \frac{૨૪}{૩૬} = \frac{૨}{?}$$

આવાં ઉદાહરણો ઉપરથી ગુણોત્તર અને સમીકરણોમાં સામાન્ય અવયવોનો અપહાર કરવાનો નવો નિયમ ઉપયોગમાં લઈ શકાય છે. તેમ જ ભૂમિતિમાં પ્રમાણ, સરૂપ આકૃતિઓનાં લક્ષણોના આધારે કરવાની ઘણી ગણતરીઓ સરલતાથી કરી શકાય છે. આમ એક જ સુવર્ણ સિદ્ધાંતનો ગણતરી કરવામાં જુદે જુદે સ્થળે જુદી જુદી રીતે ઉપયોગ કરી શકાય છે. જ્ઞાન અને તેનો ઉપયોગ કરવાનું સ્થાન એ બેનો સમન્વય કરી જાણનાર વ્યક્તિ ઘણી વખત આ સિદ્ધાંતના આધારે ઘણી મુશ્કેલ ગણતરીઓ સરળતાથી રજૂ કરી શકે છે. જેમ કે

$$\frac{\dfrac{અ-બ}{૧+અબ} + \dfrac{બ-ક}{૧+બક}}{૧ - \dfrac{(અ-બ)(બ-ક)}{(૧+અબ)(૧+બક)}}$$ નું સાદું રૂપ આપો.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ હિસાબમાં તેના અંશ તેમ જ છેદમાં આવેલ દરેક પદને (૧+અબ)(૧+બક) વડે ગુણીએ તો

$$\frac{(\text{અ} - \text{બ})(૧ + \text{બક}) + (\text{બ} - \text{ક})(૧ - \text{અબ})}{(૧ + \text{અબ})(૧ + \text{બક}) - (\text{અ} - \text{બ})(\text{બ} - \text{ક})}$$ પ્રથમ પગથિયે

આવું સ્વરૂપ મળે, તેથી ગણતરી કરવાનું કામ સરળ થઈ જાય છે.

આ સુવર્ણ સિદ્ધાંતનો બીજગણિતમાં પણ ઉપયોગ થઈ શકે છે.

૪. પૂર્ણાંક સંખ્યા એક જ સ્વરૂપે લખી બતાવાય છે. તેથી, તેની વાસ્તવિક કિંમતનો ખ્યાલ તે સંખ્યા તરફ દૃષ્ટિપાત કરતાંની સાથે જ મળી જાય છે. પણ એક જ અપૂર્ણાંક સંખ્યા અનેક સ્વરૂપે લખી શકાય છે, એટલે તેની વાસ્તવિક વ્યાવહારિક કિંમતનો ખ્યાલ એકદમ આવી શકતો નથી. એટલે તેની વાસ્તવિક કિંમતનો અડસટ્ટે ખ્યાલ મેળવવો હોય, તો તેનું

૧. અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ કરવું જોઈએ, અથવા

૨. તેની અડસટ્ટે કહેલી કિંમત કેટલી થાય, તે જાણવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશ અને છેદમાં સમાયેલા સામાન્ય અવયવોનો **અપહાર**–દૂર–કરવાથી તેનું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ તૈયાર કરી શકાય છે. જેમ કે

$$\frac{૩૨}{૪૮} = \frac{\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times૨}{\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times\cancel{૨}\times૩} = \frac{૨}{૩}$$

૨. જ્યારે સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ થતું ન હોય, અને તેની અડસટ્ટે કિંમત જાણવી હોય, ત્યારે નીચેની રીતે જાણવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

(અ) અંશ તેમ જ છેદની આસપાસની સંખ્યામાંથી મળતા સામાન્ય અવયવનો અપહાર કરવાથી તેમનું લગભગ અતિસંક્ષિપ્ત રૂપ મળી આવે છે. જેમ કે $\frac{૧૭}{૮૭} = \frac{૧૭}{૮૫} = \frac{૧}{૫}$ એટલે $\frac{૧}{૫}$ મૂળના અપૂર્ણાંકની કિંમતથી સહેજ વધારે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) કોઈ પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકની કિંમત અડસટ્ટે જાણવી હોય, તો આપેલ અપૂર્ણાંકને એકાંશ સ્વરૂપમાં લાવવું જોઈએ. જેમ કે

$$\frac{૧૭}{૩૪૫} = \frac{૧}{\frac{૩૪૫}{૧૭}} = \frac{૧}{૨૦\frac{૫}{૧૭}}$$ એટલે આપેલ અપૂર્ણાંક $\frac{૧}{૨૦}$ થી નાનો છે, અને $\frac{૧}{૨૧}$ થી મોટો છે. એટલે તેની કિંમત લગભગ $\frac{૧}{૨૦}$ કે $\frac{૧}{૨૧}$ જેટલી ગણાય.

(ક) આપેલ સામાન્ય અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં લાવવાથી તેની અડસટ્ટે કિંમત જાણી શકાય છે. જેમ કે,

$\frac{૨૩}{૭૭}$ = ·૨૯૮૮ એટલે $\frac{૨૩}{૭૭}$ = ·૩ લગભગ ગણાય.

૫. જેમ એક જ સામાન્ય અપૂર્ણાંક ભિન્ન ભિન્ન સ્વરૂપે રજૂ કરી શકાય છે, તેમ જ એક જ સામાન્ય અપૂર્ણાંક ઘણી વખત ભિન્ન ભિન્ન પદ્ધતિએ પણ રજૂ કરી શકાય છે.

	આણુપાણ	અપૂર્ણાંક સામાન્ય	દશાંશ
પા	०।	$\frac{૧}{૪}$	·૨૫
અડધો	०॥	$\frac{૧}{૨}$	·૫
પોણો	०॥।	$\frac{૩}{૪}$	·૭૫
બે આની	०)=	$\frac{૧}{૮}$	·૧૨૫

[આ ઉપરથી $\frac{૩}{૮}$, $\frac{૫}{૮}$, $\frac{૭}{૮}$ ની દશાંશ કિંમત તૈયાર કરાવી શકાય જેમ કે $\frac{૩}{૮}$ = ·૩૭૫, $\frac{૫}{૮}$ = ·૬૨૫, $\frac{૭}{૮}$ = ·૮૭૫]

એક આની	०)-	$\frac{૧}{૧૬}$	·०૬૨૫

[આ ઉપરથી $\frac{૩}{૧૬}$, $\frac{૫}{૧૬}$, $\frac{૭}{૧૬}$, $\frac{૯}{૧૬}$, $\frac{૧૧}{૧૬}$, $\frac{૧૩}{૧૬}$, $\frac{૧૫}{૧૬}$ એ વગેરે અપૂર્ણાંકોને દશાંશ સ્વરૂપમાં સરળતાથી રજૂ કરી શકાય છે.]

તેમ જ $\frac{૧}{૫}$ = ·૨

[તેના આધારે $\frac{૨}{૫}$, $\frac{૩}{૫}$, $\frac{૪}{૫}$ ની દશાંશ કિંમત મોઢે ગણાવી શકાય.]

આ જ પ્રમાણે વિવિધ પરિમાણને સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં અને સામાન્ય અપૂર્ણાંકને વિવિધ પરિમાણના સ્વરૂપમાં ઝડપથી મોઢેથી કહેતાં આવડવું જોઈએ. જેમ કે $\frac{૧}{૩}$ રૂ. = ૫ આ. ૪ પા. તેમ જ $\frac{૨}{૩}$ રૂ. = ૧० આ. ૮ પા. વગેરે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

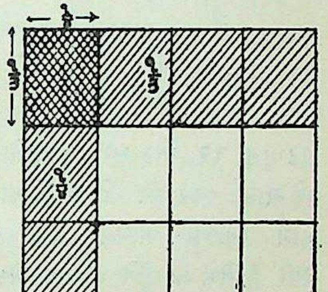
૧૭. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સરવાળા

૧. એક જ જાતિની અને એકસરખા મહત્ત્વની સંખ્યાનો સરવાળો થઈ શકે છે.

(૧) $\frac{૨}{૫}$ ફૂટ + $\frac{૧}{૫}$ ફૂટ = ? (૨) $\frac{૧}{૩}$ ફૂટ + $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = ?

(૩) $\frac{૧}{૩}$ રૂ. + $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = ?

તેમાં (૧) હિસાબમાં બંને અપૂર્ણાંકો એકસરખા મહત્ત્વના તેમ જ એક જ જાતિના છે. તેથી તેમનો સરવાળો $\frac{૩}{૫}$ ફૂટ થાય. અને (૨) માં બંને અપૂર્ણાંકો એક જ જાતિના છે, પણ એકસરખા મહત્ત્વના નથી. તેથી તે બંનેને એકસરખા મહત્ત્વના સ્વરૂપમાં લાવ્યા પછી જ તેમનો સરવાળો થઈ શકે. અને (૩) માં બંને અપૂર્ણાંકો જુદી જુદી જાતિના છે; વિજાતીય છે. તેથી તેનો યોગ થઈ શકે નહિ.



૨. $\frac{૧}{૩}$ + $\frac{૧}{૪}$ = ? આ બંને અપૂર્ણાંકો જુદા જુદા મહત્ત્વના છે. તેથી તે બંનેને એકસરખા મહત્ત્વમાં લાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

એક કાટખૂણ ચોખૂણમાં તેની પહોળાઈમાં ત્રણ સરખા ભાગ થાય તેમ બે આડા સળ પાડી **ત્રણ** સરખા ભાગ કરો, તેમાં ત્રાંસી લીટીઓ દોરો. તેને **ત્રીજો ભાગ** $\frac{૧}{૩}$ થી દર્શાવો. તે જ પ્રમાણે તેમાં જ લંબાઈના ચાર સરખા ભાગ થાય તેમ ત્રણ ઊભા સળ પાડી તેના **ચાર** સરખા ભાગ કરો. તેમાં ત્રાંસી સીધી લીટીઓ દોરો. તેને **ચોથો ભાગ** $\frac{૧}{૪}$ થી દર્શાવો.

આ પ્રમાણે આડા ઊભા સળો પાડવાથી તે કાટખૂણ ચોખૂણના બાર સરખા ભાગો થઈ જાય છે. તેવો પ્રત્યેક નાનો ભાગ આખા કાટખૂણ ચોખૂણ $\frac{૧}{૧૨}$ બારમો ભાગ ગણાય છે. એટલે $\frac{૧}{૩}$ અને $\frac{૧}{૪}$ એ બંને અપૂર્ણાંકને એ એકમ વડે માપીએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એટલે $\frac{૧}{૩} = \frac{૪}{૧૨}$ તેમ જ $\frac{૧}{૪} = \frac{૩}{૧૨}$ ગણાય.

તેથી $\frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૪} = \frac{૪}{૧૨} + \frac{૩}{૧૨} = \frac{૪+૩}{૧૨} = \frac{૭}{૧૨}$ થાય.

આ જ ગણતરી ફૂટપટીના સાધન વડે ગણીએ :

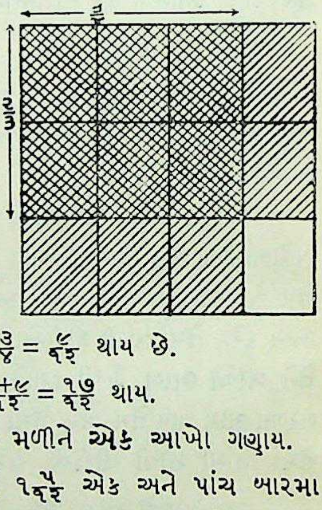
૧ ફૂટનો $\frac{૧}{૩}$ = ૪ ઇંચ, = $\frac{૪}{૧૨}$ ફૂટ, કારણ કે ૧ ઇંચ = $\frac{૧}{૧૨}$ ફૂટ છે.

૧ ફૂટનો $\frac{૧}{૪}$ = ૩ ઇંચ, = $\frac{૩}{૧૨}$ ફૂટ

માટે $\frac{૧}{૩}$ ફૂટ + $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = $\frac{૪}{૧૨}$ ફૂટ + $\frac{૩}{૧૨}$ ફૂટ = $\frac{૭}{૧૨}$ ફૂટ.

એટલે જુદા જુદા મહત્ત્વવાળા અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવો હોય, ત્યારે સૌથી પહેલાં એ દરેકને સરખા મહત્ત્વમાં લાવવા જોઈએ, અર્થાત્ એ દરેકનો સમાન છેદ–સમચ્છેદ કરવો જોઈએ.

૩. (૧) $\frac{૨}{૩} + \frac{૩}{૪} = ?$



કાટખૂણ ચોખૂણ આકારના કાગળને ઉપર પ્રમાણે વાળીને $\frac{૨}{૩}$ અને $\frac{૩}{૪}$ ભાગો બતાવીએ, ત્યારે આખો જ કાટખૂણ ૧૨ એક સરખા ભાગોમાં વહેંચાઈ જાય છે. તે દરેક નાનો ભાગ આખા ભાગનો $\frac{૧}{૧૨}$ છે. તેથી $\frac{૨}{૩}$ તેમ જ $\frac{૩}{૪}$ને $\frac{૧}{૧૨}$ના એકમ વડે માપીએ, તો $\frac{૨}{૩} = \frac{૮}{૧૨}$ અને $\frac{૩}{૪} = \frac{૯}{૧૨}$ થાય છે.

તેથી $\frac{૨}{૩} + \frac{૩}{૪} = \frac{૮}{૧૨} + \frac{૯}{૧૨} = \frac{૮+૯}{૧૨} = \frac{૧૭}{૧૨}$ થાય.

તેમાં ૧૨, બારમા ભાગ, $\frac{૧૨}{૧૨}$ મળીને **એક** આખો ગણાય.

એટલે $\frac{૧૭}{૧૨} = ૧ + \frac{૫}{૧૨}$ ટૂંકામાં ૧$\frac{૫}{૧૨}$ એક અને પાંચ બારમા ભાગ એમ વાચવું જોઈએ.

[૨] $\frac{૧}{૨} + \frac{૨}{૩} + \frac{૪}{૫} = ?$

એ દરેક અપૂર્ણાંકનો સામાન્ય છેદ ૨, ૩, ૫ એ દરેક વડે ભાગી શકાય, એવી નાનામાં નાની સંખ્યા ૩૦ છે. તે લઈએ તો

	સામાન્ય છેદ = ૩૦
$\frac{૧}{૨}$	૧૫
$+\frac{૨}{૩}$	૨૦
$+\frac{૪}{૫}$	૨૪
$\frac{૫૯}{૩૦}$	

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

સામાન્ય છેદ સૌથી ઉપર લખી દરેક અપૂર્ણાંકનો અંશ, નવા છેદ પ્રમાણે કેટકેટલો થાય તેની ગણતરી બાજુમાં બતાવ્યા પ્રમાણે નોંધી સરવાળો કરીએ, તો $\frac{૫૯}{૩૦}$ થાય. તેમાંથી ૩૦ ભાગનો **એક** આખો મળી શકે છે. તેથી તેમનો સરવાળો ૧$\frac{૨૯}{૩૦}$ ગણાય.

૪. અત્યાર સુધી આપણે સામાન્ય અપૂર્ણાંકો એક આખાથી ઓછી કિંમતના લીધા છે. એટલે $\frac{૧}{૩}$, $\frac{૧}{૪}$, $\frac{૨}{૩}$, $\frac{૩}{૪}$ અને એવા એકથી જેની કિંમત **ઓછી** હોય, તેવા સામાન્ય અપૂર્ણાંકને **શુદ્ધ અપૂર્ણાંક** કહે છે, **અને એવા અનેક શુદ્ધ અપૂર્ણાંકનો સરવાળો કેટલીક વાર એકથી વધારે આવે છે.** એટલે $\frac{૧૭}{૧૨}$, $\frac{૫૯}{૩૦}$ અને એવા એકથી જેની કિંમત વધારે હોય, તેવા સામાન્ય અપૂર્ણાંકને **અશુદ્ધ અપૂર્ણાંક** કહે છે. શુદ્ધ અને અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકની ઓળખાણ પાકી થયા પછી અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાંથી કેટલાક પૂર્ણાંક મળી શકે છે, અને બાકી કયો શુદ્ધ અપૂર્ણાંક વધે છે, તેનો નિર્ણય કરતાં શીખવવું જોઈએ. જેમ કે $\frac{૧૭}{૧૨}$ = ૧$\frac{૫}{૧૨}$, અથવા $\frac{૫૯}{૩૦}$ = ૧$\frac{૨૯}{૩૦}$ એમાં બીજા ઉદાહરણમાં $\frac{૫૯}{૩૦}$ = ૧$\frac{૨૯}{૩૦}$ એ સ્વરૂપ જેટલું ફળપ્રદ છે. તેના કરતાં $\frac{૫૯}{૩૦}$ = ૨ − $\frac{૧}{૩૦}$ એ સ્વરૂપ ગણતરી કરવામાં વધારે ફળપ્રદ છે. એ ઉપરથી કોઈ પણ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકની વાસ્તવિક કિંમત કયા પૂર્ણાંકની નજદીક છે એ જાણવું વધારે જરૂરનું છે. કારણ કે તેથી કોઈપણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકની અડસટ્ટે કિંમત સરળતાથી જાણતાં આવડે છે.

૫. પૂર્ણાંકની સાથે શુદ્ધ અપૂર્ણાંકવાળી સંખ્યાને **મિશ્રસંખ્યા** કહે છે. એટલે મિશ્ર સંખ્યા એ પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંક એ બે પ્રકારની સંખ્યાનો યોગ છે. તેથી જુદી જુદી મિશ્ર સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવો હોય ત્યારે પૂર્ણાંકની **સાથે** પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકની સાથે અપૂર્ણાંકનો સરવાળો ગણવાની ટેવ પાડવી જોઈએ. જેમ કે

ઉદાહરણ : ૧$\frac{૨}{૫}$ + ૩$\frac{૧}{૪}$ + ૨$\frac{૭}{૧૦}$ = ?

સરવાળો = ૧ + ૩ + ૨ + $\frac{૨}{૫}$ + $\frac{૧}{૪}$ + $\frac{૭}{૧૦}$

$$= ૬ + \frac{૮ + ૫ + ૧૪}{૨૦} = ૬ + \frac{૨૭}{૨૦} = ૬ + ૧\frac{૭}{૨૦} = ૭\frac{૭}{૨૦}$$ જવાબ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૮. સામાન્ય અપૂર્ણાંકની બાદબાકી

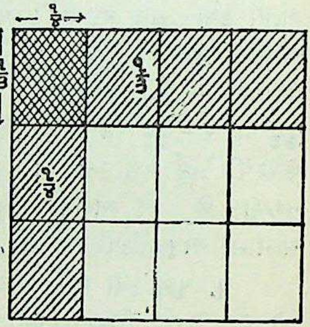
૧. સરવાળાની માફક બાદબાકી પણ એક જ જાતની અને એકસરખા મહત્ત્વની સંખ્યાઓની થઈ શકે છે.

(૧) $\frac{૩}{૫}$ ફૂટ − $\frac{૧}{૫}$ ફૂટ = ?   (૨) $\frac{૧}{૩}$ ફૂટ − $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = ?

(૩) $\frac{૧}{૩}$ રૂ. − $\frac{૧}{૪}$ ફૂટ = ?

તેમાં (૧) હિસાબમાં બંને અપૂર્ણાંકો એકસરખા મહત્ત્વના તેમ જ એક જ જાતિના છે. તેથી તેમની બાદબાકી $\frac{૨}{૫}$ ફૂટ થાય. અને (૨) હિસાબમાં બંને અપૂર્ણાંકો એક જ જાતિના છે, પણ એક સરખા મહત્ત્વના નથી. તેથી એ બંનેને એકસરખા મહત્ત્વના સ્વરૂપમાં લાવ્યા પછી જ તેમની બાદબાકી થઈ શકે. અને (૩) હિસાબમાં બંને અપૂર્ણાંકો જુદી જુદી જાતિના છે, વિજાતીય છે. તેથી તેમની બાદબાકી–વિયેાગ થઈ શકે નહિ.

૨. (૧) $\frac{૧}{૩} - \frac{૧}{૪}$ = ?



આ પાસેની આકૃતિ ઉપરથી, કે ફૂટપટી ઉપરથી $\frac{૧}{૩} = \frac{૪}{૧૨}$ અને $\frac{૧}{૪} = \frac{૩}{૧૨}$ નક્કી કરી શકીએ. તે ઉપરથી

$\frac{૧}{૩} - \frac{૧}{૪} = \frac{૪}{૧૨} - \frac{૩}{૧૨} = \frac{૪-૩}{૧૨} = \frac{૧}{૧૨}$ થાય.

(૨) $\frac{૩}{૪} - \frac{૨}{૩}$ = ? તે જ પ્રમાણે $\frac{૩}{૪} = \frac{૯}{૧૨}$, અને $\frac{૨}{૩} = \frac{૮}{૧૨}$ થાય, તે ઉપરથી

$\frac{૩}{૪} - \frac{૨}{૩} = \frac{૯}{૧૨} - \frac{૮}{૧૨}$ ટૂંકામાં $\frac{૯-૮}{૧૨} = \frac{૧}{૧૨}$ થાય.

(૩) ૩ − $\frac{૧}{૫}$ = ?

$૩ - \frac{૧}{૫} = ૨ + ૧ - \frac{૧}{૫} = ૨ + \frac{૫}{૫} - \frac{૧}{૫} = ૨ + \frac{૫-૧}{૫} = ૨\frac{૪}{૫}$ થાય.

આ પ્રમાણે પૂર્ણાંક સંખ્યામાંથી અપૂર્ણાંક સંખ્યા બાદ કરવી હોય, ત્યારે ૧ જુદો પાડી, તેને અનુકૂળ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં લાવી પૃથક્કરણની દૃષ્ટિએ બાદબાકી કરવાનો સારો મહાવરો કરાવવાની જરૂર છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૪) $૫ - ૨\frac{૩}{૭} = ?$

$૫ - ૨\frac{૩}{૭} = ૫ - ૨ - \frac{૩}{૭} = ૩ - \frac{૩}{૭} = ૨ + ૧ - \frac{૩}{૭}$

$= ૨ + \frac{૭}{૭} - \frac{૩}{૭} = ૨ + \frac{૭-૩}{૭} = ૨\frac{૪}{૭}$ થાય.

૩. જેમ પૂર્ણાંક સંખ્યાની બાદબાકી કરવામાં પૃથક્કરણ, સમાન ઉમેરણ, તેમ જ પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ બાદબાકીની ગણતરી કરીએ છીએ, તે જ પ્રમાણે અપૂર્ણાંક સંખ્યાની બાદબાકીની ગણતરીમાં પણ કરી શકાય છે.

ઉદાહરણ ૧: $૩\frac{૧}{૩} - ૨\frac{૩}{૫} = ?$

(૧) પૃથક્કરણની દૃષ્ટિએ :

$૩\frac{૧}{૩} - ૨\frac{૩}{૫} = ૩\frac{૫}{૧૫} - ૨\frac{૯}{૧૫} = + \frac{૨૦}{૧૫} - \frac{૯}{૧૫} = \frac{૧૧}{૧૫}$ જવાબ.

(૨) સમાન ઉમેરણની દૃષ્ટિએ :

$૩\frac{૧}{૩} - ૨\frac{૩}{૫} =$ પહેલામાં $\frac{૧૫}{૧૫}$ અને બીજામાં ૧ ઉમેરવાથી

$= ૩\frac{૫}{૧૫} + \frac{૧૫}{૧૫} - ૩\frac{૯}{૧૫} = ૩\frac{૨૦}{૧૫} - ૩\frac{૯}{૧૫} = \frac{૧૧}{૧૫}$ જવાબ

(૩) પૂરક સરવાળાની દૃષ્ટિએ :

$૩\frac{૧}{૩} - ૨\frac{૩}{૫} = ?$ વિયોજ્યને પૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં લાવવા માટે એ દરેકમાં $\frac{૨}{૫}$ ઉમેરીએ તો

$= ૩\frac{૧}{૩} + \frac{૨}{૫} - (૨\frac{૩}{૫} + \frac{૨}{૫}) = ૩\frac{૫}{૧૫} + \frac{૬}{૧૫} - ૩ = \frac{૧૧}{૧૫}$ જવાબ.

ઉદાહરણ ૨: $૩\frac{૧}{૨} - ૧\frac{૫}{૬} + ૨\frac{૧}{૯} = ?$

સરવાળો $= ૪ + \frac{૧}{૨} - \frac{૫}{૬} + \frac{૧}{૯}$

$= ૪ + \frac{૯ - ૧૫ + ૨}{૧૮} = ૪ - \frac{૪}{૧૮} = ૪ - \frac{૨}{૯} = ૩ + \frac{૯}{૯} - \frac{૨}{૯} = ૩\frac{૭}{૯}$ જવાબ.

૪. + અને − થી જોડાયેલ સંખ્યાઓ **પદ** કહેવાય છે. અને તે આખો સમુદાય **પદાવલિ** ગણાય છે. તેમાં દરેક પદની કિંમત તેની પહેલાં આવેલ ચિહ્ન વત્તા કે ઓછા પ્રમાણે ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૯. સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું એકાંશ અપૂર્ણાંકના યેાગમાં રૂપાંતર

૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકનેા સરવાળેા કે બાદબાકી જાણવાની જેટલી જરૂર છે. તેટલી જ કે તેથીયે વધારે જરૂર કેાઈ પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંક કયા કયા બે કે વધારે એકાંશના અપૂર્ણાંકેાના સરવાળા કે બાદબાકીની બરાબર છે; તે જાણવાની છે. જેમ કે $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૧}{૧૨} \times ૭$, અથવા $૭ \times \frac{૧}{૧૨}$ છે, એટલે ૭ અને $\frac{૧}{૧૨}$ એ બે $\frac{૭}{૧૨}$ ના અવયવેા છે. પણ $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૪}{૧૨} + \frac{૩}{૧૨} = \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૪}$ એ બે તેના વિભાગેા છે. અથવા $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૬}{૧૨} + \frac{૧}{૧૨} = \frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૧૨}$ પણ થાય. $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૪}{૧૨} + \frac{૨}{૧૨} + \frac{૧}{૧૨} = \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૬} + \frac{૧}{૧૨}$ પણ થાય. એક સામાન્ય અપૂર્ણાંક બરાબર અનેક રીતે એકાંશ અપૂર્ણાંકની જોડીઓ મેળવી શકાય છે.

૨. એવા એકાંશ અપૂર્ણાંકેાની ગણતરી કરવા માટે નીચેના નિયમેા જાણવા જોઈએ :

૧. કેાઈ પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંક બરાબર બે એકાંશ અપૂર્ણાંકેા શેાધી કાઢવા હેાય, તેા છેદના એવા બે અવયવેા શેાધી કાઢવા કે તેમનેા સરવાળેા આપેલા સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશની બરાબર થાય.

(અ) $\frac{૧૧}{૩૦}$ ના બે એકાંશ અપૂર્ણાંકમાં ભાગ કરેા.

તેમાં $૩૦ = ૬ \times ૫$, અને $૬ + ૫ = ૧૧$ થાય છે. માટે

$\frac{૧૧}{૩૦} = \frac{૬}{૩૦} + \frac{૫}{૩૦} = \frac{૧}{૫} + \frac{૧}{૬}$ જવાબ.

તેમ જ (બ) $\frac{૧૩}{૪૦}$ ના બે એકાંશ અપૂર્ણાંકમાં ભાગ કરેા.

તેમાં $૪૦ = ૮ \times ૫$, અને $૮ + ૫ = ૧૩$ થાય છે, માટે

$\frac{૧૩}{૪૦} = \frac{૮}{૪૦} + \frac{૫}{૪૦} = \frac{૧}{૫} + \frac{૧}{૮}$ થાય જવાબ.

૨. કેાઈ પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના એકાંશ અપૂર્ણાંકેાના સ્વરૂપમાં ભાગ પાડવા હેાય, ત્યારે અંશના એવા બે ભાગ પાડવા કે તે દરેક ભાગ તેના છેદની સંખ્યાનેા અવયવ હેાય. આ નિયમ ઉપરના નિયમનેા પ્રતિ નિયમ જ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(અ) $\frac{૧૧}{૩૦}$ ના બે એકાંશ અપૂર્ણાંકોમાં ભાગ પાડો. તેમાં ૧૧ = ૧૦ + ૧ એવા બે ભાગ પાડીએ, અને તે દરેક ૩૦ ના અવયવ છે. માટે $\frac{૧૧}{૩૦} = \frac{૧૦}{૩૦} + \frac{૧}{૩૦} = \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૩૦}$ થાય.

તેમ જ (બ) $\frac{૧૩}{૪૦}$ ને એકાંશ અપૂર્ણાંકના યોગ સ્વરૂપમાં લાવો. તેમાં ૧૩ = ૧૦ + ૨ + ૧, એ દરેક ભાગ ૪૦ નો એક અવયવ છે. તેથી $\frac{૧૩}{૪૦} = \frac{૧૦}{૪૦} + \frac{૨}{૪૦} + \frac{૧}{૪૦} = \frac{૧}{૪} + \frac{૧}{૨૦} + \frac{૧}{૪૦}$ એવા પણ ભાગ પડી શકે.

(૩) કોઈ પણ શુદ્ધ અપૂર્ણાંકના એકાંશવાળા સામાન્ય અપૂર્ણાંકના યોગ સ્વરૂપમાં ભાગ કરવાના હોય, ત્યારે તેના છેદથી સહેજ મોટો અંશ આવે એવા એકાંશ અપૂર્ણાંક વડે ગુણી, તેની વિપરીત સંખ્યા વડે મૂળના અપૂર્ણાંકને ગુણવા જેમ કે

$\frac{૧૭}{૪૫} = \frac{૧}{૩} \times \frac{૫૧}{૪૫}$

$= \frac{૧}{૩}\left(૧ + \frac{\cancel{૬}^{\,૨}}{\cancel{૪૫}_{\,૧૫}}\right) = \frac{૧}{૩}\left\{૧ + \frac{૧}{૮} \times \frac{૧૬}{૧૫}\right\} = \frac{૧}{૩}\left\{૧ + \frac{૧}{૮}\left(૧ + \frac{૧}{૧૫}\right)\right\}$

$= \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૨૪} + \frac{૧}{૩ \times ૮ \times ૧૫} = \frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૨૪} + \frac{૧}{૩૬૦}$. જવાબ.

આ ત્રણમાંના કોઈ પણ એક પ્રકારે કોઈ પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકને એકાંશ અપૂર્ણાંકના યોગના સ્વરૂપમાં લાવી શકાય છે, અને તેમાં પરિણામો દરેક વખતે જુદાં જુદાં હોય છે.

આ જ્ઞાનનો ઉપયોગ થાય તેવા થોડા હિસાબો ગણીએ :

(૧) મહિને રૂ. ૩૫ નો દરમાયો મેળવનારને ૧૭ દિવસનો પગાર કેટલો આપવો ? તેમાં ૩૦ દિવસનો ૧ મહિનો ગણવાનો છે.

માટે ૧૭ દિવસનો પગાર = ૩૫ × $\frac{૧૭}{૩૦}$ થાય.

તેમાં $\frac{૧૭}{૩૦} = \frac{૧૫ + ૨}{૩૦} = \frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૧૫}$ ગણાય.

માટે રૂ. ૩૫ ના $\left(\frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૧૫}\right)$ = રૂ. ૧૭—૮—૦

+ રૂ. ૨—૫—૪

રૂ. ૧૯—૧૩—૪ જવાબ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૨) ૩૮ વારના તાકાની કિંમત રૂ. ૪૬–૮–૨ બેસે છે, તો ૧૭ વાર કાપડના પૈસા કેટલા આપવા પડશે ?

તેમાં ૧૭ વાર એ આખા તાકાનો $\frac{૧૭}{૩૮}$ મો ભાગ છે.

અને $\frac{૧૭}{૩૮} = \frac{૧૯-૨}{૩૮} = \frac{૧૯}{૩૮} - \frac{૨}{૩૮} = \frac{૧}{૨} - \frac{૧}{૧૯}$ થાય.

માટે ૧૭ વારની કિંમત = રૂ. ૪૬–૮–૨ ના $\left(\frac{૧}{૨} - \frac{૧}{૧૯}\right)$

રૂ. ૨૩—૪—૧
– રૂ. ૨—૭—૨

રૂ. ૨૦–૧૨–૧૧ જવાબ.

(૩) એકાંશ અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતર કરવાની વિધિનો ઉપયોગ કરીને સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું સતત અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતર કરી શકાય છે, જેમ કે

$$(અ)\ \frac{૧૭}{૨૫} = \frac{૧}{\frac{૨૫}{૧૭}} = \frac{૧}{૧ + \frac{૮}{૧૭}} = \frac{૧}{૧ + \frac{૧}{\frac{૧૭}{૮}}} = \frac{૧}{૧ + \frac{૧}{૨ + \frac{૧}{૮}}}$$

$$\text{તેમ જ } (બ)\ \frac{૩૫}{૧૩} = ૨ + \frac{૯}{૧૩} = ૨ + \frac{૧}{\frac{૧૩}{૯}} = ૨ + \frac{૧}{૧ + \frac{૪}{૯}} = ૨ + \frac{૧}{૧ + \frac{૧}{૨ + \frac{૧}{૪}}}$$

૩. (અ) પાંતીની રીતે કિંમતની ગણતરી કરવામાં અને આ ઉપર વર્ણવેલી એકાંશ અપૂર્ણાંકના યોગવિયોગ ઉપરથી કરવાની ગણતરીમાં સૂક્ષ્મ ભેદ છે. પાંતીની રીતમાં એક એકાંશનો બીજો એકાંશ અપૂર્ણાંક અવયવ હોય છે. ત્યારે આમાં બંને એકબીજાના પૂરક ભાગના સંબંધથી જોડાયેલ હોય છે. જેથી બંને ગણતરીઓ સ્વતંત્ર રીતે કરવી પડે છે. ત્યારે પાંતીમાં એક ગણતરી ઉપરથી બીજી ગણતરી કરી શકાય છે.

(બ) ભારતના ગણિતાચાર્યો એ અનિશ્ચિત સમીકરણ છોડવાની વિધિ–કુટ્ટકવલ્લી નામે એક વિધિથી કરે છે. તે આ સતત અપૂર્ણાંકનું સ્વરૂપ જ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૦. સામાન્ય અપૂર્ણાંકોના ગુણાકાર

૧. ૯ × ૭ એટલે ૯ **ના** ૭ ગણા,
અથવા ૭ × ૯ એટલે ૭ **ના** ૯ ગણા,
તેમ જ ૮ ઇંચ**નો** $\frac{૧}{૨}$ અથવા $\frac{૧}{૨}$ ઇંચ**ના** ૮ ગણા,
એટલે ૮ ઇંચ × $\frac{૧}{૨}$ અથવા $\frac{૧}{૨}$ ઇંચ × ૮ એમ પણ કહી શકાય,
તેમ જ ૫ રૂ.**નો** $\frac{૧}{૩}$ અથવા $\frac{૧}{૩}$ રૂ. × ૫ એમ પણ કહી શકાય.
એટલે **ના** કે **નો** અર્થ **ગુણ્યા** ગણાય છે.

નોંધ: ના એ **નો**નું બહુવચન છે.

૨. $\frac{૨}{૫} \times ૩ = \frac{૨}{૫} + \frac{૨}{૫} + \frac{૨}{૫} = \frac{૨+૨+૨}{૫} = \frac{૨ \times ૩}{૫} = \frac{૬}{૫}$ તેમાં ૫ પાંચમા ભાગનો એક આખો ગણાય. તેથી $\frac{૬}{૫} = ૧\frac{૧}{૫}$ ગણાય.

અથવા $\frac{૨}{૫} \times ૩ = \frac{૧}{૫} \times ૨ \times ૩ = \frac{૧}{૫} \times ૬ = \frac{૬}{૫} = ૧\frac{૧}{૫}$,

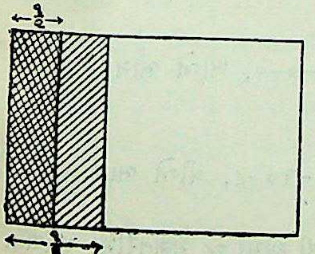
ટૂંકામાં બે પાંચમા ભાગની ત્રણ ગણાઈ = ૬ પાંચમા ભાગ થાય.
એટલે $\frac{૬}{૫} = ૧\frac{૧}{૫}$ જવાબ.

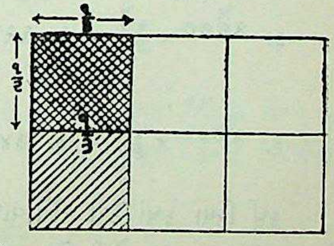
૩. $\frac{૪}{૧૫} \times ૫ = ?$ તેમાં $\frac{૪}{૧૫}$ માં $\frac{૧}{૧૫}$ એકમ છે. તેમાં $\frac{૧}{૧૫} \times ૪ \times ૫$ થાય એટલે $\frac{૧}{૧૫}$ ની પાંચ ગણાઈ $\frac{૧}{૧૫}$ ભાગ પાંચ વાર લઈએ તો આખી સંખ્યાનો ત્રીજો ભાગ થાય, અને તેની ચાર ગણાઈ કરવી જોઈએ.

એટલે $\frac{૪}{૧૫} \times ૫ = \frac{૧}{૧૫} \times ૫ \times ૪ = \frac{૧}{૩} \times ૪ = \frac{૪}{૩} = ૧\frac{૧}{૩}$
અથવા ટૂંકામાં $\frac{૪}{૧૫} \times ૫ = \frac{૪}{૫ \times ૩} \times ૫ = \frac{૪}{૩} = ૧\frac{૧}{૩}$ થાય.
એટલે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંક સંખ્યા વડે ગુણવા એટલે

(૧) કાં તો અંશના તેટલા ગણા કરવા.
અથવા **(૨) છેદનો તેટલામો ભાગ કરવો.**

૪. $\frac{૧}{૩}$ નો $\frac{૧}{૨}$ = ?





CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આખી પટીનો ત્રીજો ભાગ તેમ જ બીજો ભાગ એકવડી ત્રાંસી લીટીઓથી બતાવ્યો છે. તે બંનેનો સામાન્ય ભાગ બેવડો ત્રાંસી લીટીથી બતાવેલ છે. અને તે ભાગ $\frac{૧}{૩}$ નો $\frac{૧}{૨} = \frac{૧}{૬}$ ભાગ ગણાય છે.

૫. આ રીતનાં થોડાંક ઉદાહરણો ગણીએ.

(૧) $૧૫ \times ૨\frac{૩}{૫} = ૧૫ \times (૨ + \frac{૩}{૫})$

$= ૧૫ \times ૨ + \overset{૩}{\cancel{૧૫}} \times \frac{૩}{\cancel{૫}}$

$= ૩૦ + ૯ = ૩૯$ જવાબ.

(૨) $૫૬ \times ૩\frac{૧}{૭} = ૫૬ \times (૩ + \frac{૧}{૭})$

$= ૫૬ \times ૩ + \overset{૮}{\cancel{૫૬}} \times \frac{૧}{\cancel{૭}}$

$= ૧૬૮ + ૮ = ૧૭૬$ જવાબ.

(૩) $૩૬ \times \frac{૭}{૮} = ૩૬ \times (૧ - \frac{૧}{૮})$

$= ૩૬ \times ૧ - \overset{૯}{\cancel{૩૬}} \times \frac{૧}{\underset{૨}{\cancel{૮}}}$

$= ૩૬ - ૪\frac{૧}{૨} = ૩૧\frac{૧}{૨}$ જવાબ.

(૪) રૂ. ૬૦૦૦ના ૪૮ : ૪૫ : ૧૨૩ના પ્રમાણમાં ભાગ પાડો. તેમાં ૪૮ : ૪૫ : ૧૨૩ ને ટૂંકામાં કહીએ તો ૧૬ : ૧૫ : ૪૧ એકંદર ૭૨ તેથી

રૂ. $\overset{૨}{\cancel{૬}}૦૦૦ \times \frac{\overset{૨}{\cancel{૧૬}}}{\underset{૩}{\cancel{\cancel{૭૨}}}} =$ રૂ. ૧૩૩૩–૫–૪, પહેલો ભાગ

રૂ. $\overset{૨૫૦}{\cancel{૬૦૦૦}} \times \frac{\overset{૫}{\cancel{૧૫}}}{\cancel{\cancel{\cancel{૭૨}}}} =$ રૂ. ૧૨૫૦–૦–૦, બીજો ભાગ

રૂ. $\overset{૨૫૦}{\cancel{૬૦૦૦}} \times \frac{૪૧}{\underset{૩}{\cancel{\cancel{૭૨}}}} =$ રૂ. ૩૪૧૬–૧૦–૮, ત્રીજો ભાગ

કઈ ક્રિયા ક્યાં કેવી રીતે વાપરવી એમાં જ ગણતરીમાં સરળતા આણવાની કળા સમાયેલી છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકના ભાગાકાર

૧. ૨ અને $\frac{૧}{૨}$, $\frac{૨}{૩}$ અને $\frac{૩}{૨}$, $\frac{૩}{૪}$ અને $\frac{૪}{૩}$ જેવી સંખ્યાઓ એકબીજાની **વિપરીત સંખ્યાઓ** ગણાય છે.

(૧) (અ) ૬ પાંચમા ભાગના ત્રણ સરખા ભાગ કરો

ટૂંકમાં $\frac{૬}{૫} \div ૩$, અથવા છ પાંચમા ભાગનો ત્રીજો ભાગ કરો.

એટલે $\frac{૬}{૫} \div ૩ = \frac{૧}{૫} \times ૬ \div ૩ = \frac{૨}{૫}$

અથવા $\frac{૬}{૫} \div ૩ = \frac{૬}{૫} \times \frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૫} \times \cancel{૬}^{૨} \times \frac{૧}{\cancel{૩}} = \frac{૨}{૫}$ છે.

ટૂંકામાં $\frac{૬}{૫} \div ૩ = \frac{૬}{૫}$ નો $\frac{૧}{૩}$ થાય છે.

(બ) ચાર પાંચમા ભાગના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

અથવા $\frac{૪}{૫} \div ૩$ એટલે ચાર પાંચમા ભાગનો ત્રીજો ભાગ કરો.

$\frac{૪}{૫} \div ૩ = \frac{૧}{૫} \times ૪ \div ૩ = \frac{૧}{૫} \times ૪ \times \frac{૧}{૩}$

$= \frac{૧}{૫} \times \frac{૧}{૩} \times ૪ = \frac{૧}{૧૫} \times ૪ = \frac{૪}{૧૫}$ થાય.

કારણ કે એક પાંચમા ભાગના ત્રણ સરખા ભાગ કરો, એટલે એ દરેક ભાગ આખી સંખ્યાનો પંદરમો ભાગ થાય. ટૂંકામાં ૩ વડે ભાગવા એટલે $\frac{૧}{૩}$ વડે ગુણવા એમ ગણાય છે.

અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંક સંખ્યા વડે ભાગવા, એટલે તે અપૂર્ણાંકને ભાજક પૂર્ણાંકની વિપરીત સંખ્યા વડે ગુણવા.

(૨) ૧ના $\frac{૧}{૩}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૩

૧ના $\frac{૧}{૪}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૪

૧ના $\frac{૧}{૫}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૫

જેમ ભાજક નાનો થતો જાય છે, તેમ ભાગાકાર મોટો ને મોટો થતો જાય છે.

૨ના $\frac{૧}{૩}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૬

૪ના $\frac{૧}{૪}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૧૬

૫ના $\frac{૧}{૬}$ જેવડા કેટલા ભાગ થાય? ૩૦

ટૂંકામાં **એકાંશ અપૂર્ણાંક વડે ભાગવા એટલે તેના છેદ જેટલી સંખ્યા વડે, અર્થાત્ તે એકાંશ અપૂર્ણાંકની વિપરીત સંખ્યા વડે ગુણવા.**

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૩) $\frac{૧}{૬} \div \frac{૪}{૫} = ?$ તેમાં $\frac{૪}{૫} = \frac{૧}{૫} \times ૪$ અથવા $૪ \times \frac{૧}{૫}$ છે.
તેથી $\frac{૨}{૩}$ને ૪ તેમ જ $\frac{૧}{૫}$ વડે ભાગો.
ટૂંકામાં $\frac{૨}{૩} \div ૪ \div \frac{૧}{૫} = ?$
તેમાં $\frac{૨}{૩} \div ૪ = \frac{૨}{૩} \times \frac{૧}{૪}$; અને પછી $\frac{૨}{૩} \div \frac{૧}{૫} = \frac{૨}{૩} \times ૫$
એટલે $\frac{૨}{૩} \div \frac{૪}{૫} = \frac{૨}{૩} \div ૪ \div \frac{૧}{૫} = \frac{૨}{૩} \times \frac{૧}{૪} \times ૫ = \frac{૨}{૩} \times \frac{૫}{૪}$
તેમાં $\frac{૫}{૪}$ એ $\frac{૪}{૫}$ની વિપરીત સંખ્યા છે.
એટલે $\frac{૩}{૬} \div \frac{૪}{૫} = \frac{\cancel{૨}}{૩} \times \frac{૫}{\cancel{૪}_{૨}} = \frac{૫}{૬}$ થાય.

ટૂંકામાં **એક સામાન્ય અપૂર્ણાંકને બીજા સામાન્ય અપૂર્ણાંક વડે ભાગવા એટલે પહેલા સામાન્ય અપૂર્ણાંકને બીજા સામાન્ય અપૂર્ણાંકની વિપરીત સંખ્યા વડે ગુણવા.**

આ પ્રમાણે દલીલો વડે આ રીતનું કારણ સમજાવવું એને માટે અત્યંત ધીરજ હોય તો જ સફળતા મળે. અંકગણિતના મુશ્કેલ પાઠોમાંનો આ એક પાઠ છે.

આ જ પાઠ આ ઉપર જણાવ્યા સિવાય જુદી જુદી રીતે તૈયાર કરાવી શકાય છે.

૨. (અ) $\frac{૨}{૩} \times \frac{૩}{૨} = ૧$, $\frac{૩}{૪} \times \frac{૪}{૩} = ૧$, $\frac{૪}{૭} \times \frac{૭}{૪} = ૧$.
એટલે બે વિપરીત સંખ્યાનો ગુણાકાર એક આવે છે.

(બ) $૨૪ \times ૭ \div ૭ = ૨૪$, $\frac{૫}{૭} \times ૪ \div ૪ = \frac{૫}{૭}$

એટલે એક સંખ્યાને બીજી કોઈ પણ સંખ્યા વડે પ્રથમ ગુણીએ, અને પછી તે ગુણાકારને તે જ સંખ્યા વડે ભાગીએ, તો પરિણામે ભાગમાં મૂળ સંખ્યા જ મળે છે.

આ બે સત્યનો ઉપયોગ કરીને આ રીતનું કારણ તૈયાર કરીએ.
$\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪}$ આ સમાનતાની ડાબી બાજુએ ૧ વડે ગુણીએ.
તેમાં $૧ = \frac{૩}{૪} \times \frac{૪}{૩}$ લઈએ તો
$\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} \times \left(\frac{૩}{૪} \times \frac{૪}{૩} \right)$ થાય.
માટે $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \left(\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} \times \frac{૩}{૪} \right) \times \frac{૪}{૩}$
તેમાં $\frac{૫}{૭}$ને $\frac{૩}{૪}$ વડે ભાગીએ છીએ, પછી તે જ સંખ્યા વડે તેને ગુણીએ છીએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

તેથી $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} \times \frac{૪}{૩} = \frac{૫}{૭} \times ૧ = \frac{૫}{૭}$ થાય.

એટલે $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}$ મળે. $= \frac{૨૦}{૨૧}$ જવાબ.

એટલે એક સામાન્ય અપૂર્ણાંકને બીજા સામાન્ય અપૂર્ણાંક વડે ભાગવા હોય, ત્યારે પહેલા સામાન્ય અપૂર્ણાંકને બીજા સામાન્ય અપૂર્ણાંકની વિપરીત સંખ્યા વડે ગુણવા જોઈએ.

૩. (અ) કોઈ પણ સંખ્યા — પૂર્ણાંક કે અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૧ એટલે તેની તે જ સંખ્યા ગણાય. આ નિયમનો ઉપયોગ ઉપરની રીતનું કારણ શોધવા માટે કરીએ.

$\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{\frac{૫}{૭}}{\frac{૩}{૪}}$ તેના અંશ તેમ જ છેદ એ બંને સ્થળે $\frac{૪}{૩}$ વડે ગુણીએ, તો $= \frac{\frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}}{\frac{૩}{૪} \times \frac{૪}{૩}} = \frac{\frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}}{૧}$ એટલે $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}$ થાય.

(બ) આ જ નિયમ જરા જુદી રીતે ગણીએ, તો

$\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{\frac{૫}{૭}}{\frac{૩}{૪}}$ તેમાં અંશ તેમ જ છેદ એ બંને ૭ × ૪ વડે ગુણીએ તો $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{\frac{૫}{૭} \times ૭ \times ૪}{\frac{૩}{૪} \times ૭ \times ૪} = \frac{૫ \times ૪}{૩ \times ૭}$. એમાં ભાજ્ય તો $\frac{૫}{૭}$ આપેલ છે, માટે તેની સાથે ભાજકનું સ્વરૂપ $\times \frac{૪}{૩}$ ગણાય.

૪. એક સરખાં મહત્ત્વની સંખ્યાઓનો ભાગાકાર થઈ શકે. એ નિયમના આધારે પણ આ કારણ સાબિત કરી શકાય.

$\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪}$ એટલે $\frac{૨૦}{૨૮} \div \frac{૨૧}{૨૮}$ થાય.

એ ૨૦ અઠ્ઠાવીશમા ભાગને ૨૧ અઠ્ઠાવીશમા ભાગ વડે ભાગીએ,

તો $\frac{૨૦}{૨૧}$ ભાગાકાર મળે, અને $\frac{૨૦}{૨૧} = \frac{૫ \times ૪}{૭ \times ૩} = \frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}$ છે.

તેથી $\frac{૫}{૭} \div \frac{૩}{૪} = \frac{૫}{૭} \times \frac{૪}{૩}$ થાય.

સામાન્ય અપૂર્ણાંકના ભાગાકારની રીતનાં કારણ ઉપર બતાવેલી જુદી જુદી ચાર રીતે સમજાવવાનો આ પ્રમાણે પ્રયત્ન કર્યો છે. છતાં ૧૧ વરસનાં બાળકોને ગળે આ કારણોમાંનું એક પણ ઊતરે કે કેમ એ શંકાસ્પદ છે. મોટી ઉંમરે જ એ કારણ જાણતાં કાંઈક આનંદ થાય તેમ છે, તેથી જ તે સર્વેનો અહીં સંગ્રહ કરવામાં આવ્યો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૨. કોઈ પણ બે સામાન્ય અપૂર્ણાંકની સરખામણી

૧. (અ) બંને અપૂર્ણાંકોને સરખા મહત્ત્વના કરીને સમચ્છેદ કરીને $\frac{૧૭}{૫૨}$, $\frac{૧૪}{૩૯}$ એ બેમાંથી કયો અપૂર્ણાંક મોટો અને કેટલો મોટો ? તેમને માપનાર નાનામાં નાનો એકમ $\frac{૧}{૧૩ \times ૪ \times ૩} = \frac{૧}{૧૫૬}$ સ્વીકારીએ,

તો $\frac{૧૭}{૫૨} = \frac{૧૭ \times ૩}{૫૨ \times ૩} = \frac{૫૧}{૧૫૬}$ તેથી પહેલાં કરતાં બીજો અપૂર્ણાંક

અને $\frac{૧૪}{૩૯} = \frac{૧૪ \times ૪}{૩૯ \times ૪} = \frac{૫૬}{૧૫૬}$ $\frac{૫}{૧૫૬}$ જેટલો મોટો ગણાય.

(બ) બંને અપૂર્ણાંકમાં સમાયેલા એકમોની સરખામણી કરીને અર્થાત્ તેમનો સમાંશ કરીને

જેમ કે $\frac{૧૨}{૪૧}$, $\frac{૧૬}{૫૫}$ એ બેમાં કયો અપૂર્ણાંક મોટો ગણાય ? જેમ ૪૧ અને ૫૫ એ બંને પરસ્પર અવિભાજ્ય હોવાથી તેમનો સમચ્છેદ કરવો સરળ નથી. જેથી તેમાં સમાયેલા એકમ ૧૨ અને ૧૬ નો નાનામાં નાનો અવયવી ૪૮ લઈએ તો $\frac{૧૨}{૪૧} = \frac{૧૨ \times ૪}{૪૧ \times ૪} = \frac{૪૮}{૧૬૪}$ તેનો એકમ $\frac{૧}{૧૬૪}$ છે. $\frac{૧૬}{૫૫} = \frac{૧૬ \times ૩}{૫૫ \times ૩} = \frac{૪૮}{૧૬૫}$ જેનો એકમ $\frac{૧}{૧૬૫}$ છે.

પહેલાનો એકમ મોટો છે. તેથી પહેલો અપૂર્ણાંક બીજા અપૂર્ણાંક કરતાં મોટો ગણાય. પણ તે કેટલો મોટો ગણાય, એનો નિર્ણય એથી થઈ શકતો નથી.

ટૂંકામાં ૧. જ્યારે છેદ સરખા હોય, ત્યારે જે અપૂર્ણાંકનો અંશ નાનો તે અપૂર્ણાંક નાનો ગણાય.

૨. જ્યારે અંશ સરખા હોય, ત્યારે જે અપૂર્ણાંકનો છેદ નાનો તે અપૂર્ણાંક મોટો ગણાય છે.

આ સિદ્ધાંતનો સારામાં સારો ઉપયોગ બીજગણિતમાં વર્ગસમીકરણના વ્યાવહારિક હિસાબોના સમીકરણ યોજવામાં થાય છે.

(ક) એક શુદ્ધ અપૂર્ણાંકમાં બીજો શુદ્ધ અપૂર્ણાંક ઉમેરવાથી તેનો સરવાળો એક થાય તો તે બંને એકબીજાના **પૂરક અપૂર્ણાંકો** ગણાય છે. જેમ કે $\frac{૩}{૪} + \frac{૧}{૪} = ૧$, $\frac{૫}{૭} + \frac{૨}{૭} = ૧$, $\frac{૮}{૯} + \frac{૧}{૯} = ૧$

આ બધી પરસ્પર પૂરક અપૂર્ણાંકોની જોડીઓ છે.

આપેલા અપૂર્ણાંકોને બદલે તેના પૂરક અપૂર્ણાંકોની સરખામણી કરી શકાય છે. જેમ કે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૧) $\frac{૭૭}{૭૯}$ અને $\frac{૯૫}{૯૭}$ ને સરખાવો. તેમાં

$૧ - \frac{૭૭}{૭૯} = \frac{૨}{૭૯}$ અને $૧ - \frac{૯૫}{૯૭} = \frac{૨}{૯૭}$ તેમાં $\frac{૨}{૭૯}$ એ $\frac{૨}{૯૭}$ થી મોટો અપૂર્ણાંક છે. માટે $\frac{૭૭}{૭૯}$ એ $\frac{૯૫}{૯૭}$ થી નાનો અપૂર્ણાંક ગણાય.

(૨) $\frac{૪૫૨}{૪૫૫}$ અને $\frac{૪૬૧}{૪૭૬}$ ને સરખાવો. તેમાં

$૧ - \frac{૪૫૨}{૪૫૫} = \frac{૩}{૪૫૫}$ અને $૧ — \frac{૪૬૧}{૪૭૬} = \frac{૧૫}{૪૭૬}$ તેમાં

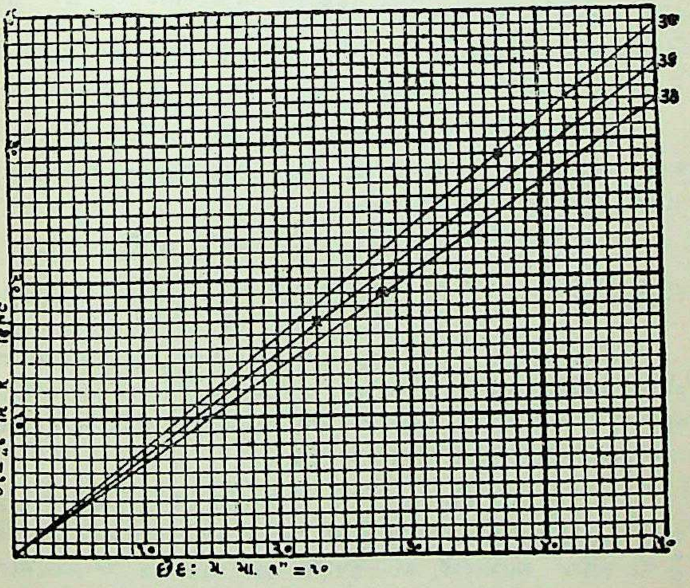
$\frac{૩}{૪૫૫} = \frac{૩ \times ૫}{૪૫૫ \times ૫} = \frac{૧૫}{૨૨૭૫}$ થાય; તેથી $\frac{૧૫}{૪૭૬}$ એ $\frac{૧૫}{૨૨૭૫}$ થી મોટો છે. માટે $\frac{૪૬૧}{૪૭૬}$ એ $\frac{૪૫૨}{૪૫૫}$ થી નાનો અપૂર્ણાંક ગણાય.

(૩) આપેલ અપૂર્ણાંકને દશાંશ રૂપમાં લાવીને ;

જેમ કે $\frac{૭}{૧૫} = \cdot૪૬૬૬$ એ ઉપરથી $\frac{૯}{૧૯}$ એ $\frac{૭}{૧૫}$ થી મોટો

તેમ જ $\frac{૯}{૧૯} = \cdot૪૭૩૬$ અપૂર્ણાંક ગણાય.

(૪) $\frac{૧૭}{૨૬}$, $\frac{૧૯}{૨૯}$, $\frac{૨૯}{૩૭}$ એ ત્રણેય અપૂર્ણાંકોમાં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો અપૂર્ણાંક શોધી કાઢો. તેમને દશાંશ રૂપમાં લાવી તેની દરેકની કિંમત સરખાવો, તે ઉપરથી એ ત્રણેયનો લગભગ સરવાળો કરી આપો.



CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આગલા પાના ઉપરના રેખાલેખમાં છેદ અને અંશ પ્રમાણે જુદી જુદી લીટીઓ દોરી ૫૦ ના સમચ્છેદ પ્રમાણે તેમના અંશ નક્કી કરો.

$\frac{૧૭}{૨૩} \simeq \frac{૩૬}{૫૦} = \frac{૭૨}{૧૦૦} =$ ·૭૨
$\frac{૧૯}{૨૯} \simeq \frac{૩૩}{૫૦} = \frac{૬૬}{૧૦૦} =$ ·૬૬
$\frac{૨૯}{૩૭} \simeq \frac{૩૯}{૫૦} = \frac{૭૮}{૧૦૦} =$ ·૭૮

સરવાળો = ૨·૧૬

તેમાં સૌથી મોટો અપૂર્ણાંક $\frac{૨૯}{૩૭}$ અને સૌથી નાનો અપૂર્ણાંક $\frac{૧૯}{૨૯}$ થાય અને તેમનો લગભગ સરવાળો ૨·૧૬ જેટલો થાય.

(ઈ) ઘણી વાર સમચ્છેદ, કે સમાંશ સ્વરૂપમાં લાવવાને બદલે એકાંશના સ્વરૂપમાં લાવવાથી નિર્ણય ઝડપથી કરી શકાય છે : જેમ કે

$\frac{૪}{૯}$, $\frac{૮}{૧૯}$, $\frac{૨૪}{૫૩}$, $\frac{૧૫}{૩૪}$ એ અપૂર્ણાંકોમાં સૌથી મોટા અને સૌથી નાનાનો નિર્ણય કરી આપો.

એ સર્વને એકાંશ અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં લખીએ તો $\frac{૧}{૨\frac{૧}{૪}}$, $\frac{૧}{૨\frac{૩}{૮}}$, $\frac{૧}{૨\frac{૫}{૨૪}}$, $\frac{૧}{૨\frac{૪}{૧૫}}$ એમાં ૨$\frac{૫}{૨૪}$ એ સૌથી નાનો છેદ છે, માટે તે અપૂર્ણાંક સૌથી મોટો અને ૨$\frac{૩}{૮}$ એ સૌથી મોટો છેદ છે, માટે તે અપૂર્ણાંક સૌથી નાનો ગણાય.

૨. (અ) એક નિશ્ચિત કિંમત ધરાવનાર સામાન્ય અપૂર્ણાંક અનેક સ્વરૂપે રજૂ કરી શકાય છે, એમ આપણે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સુવર્ણ સિદ્ધાંતમાં જોઈ ગયા છીએ.

જેમ કે $\frac{૪}{૫} = \frac{૧૨}{૧૫} = \frac{૨૮}{૩૫} = \frac{૩૬}{૪૫} = \frac{૪૪}{૫૫}$ વગેરે,

એટલે તે જ $\frac{૪}{૫} = \frac{૪ + ૧૨ + ૨૮ + ૩૬ + ૪૪}{૫ + ૧૫ + ૩૫ + ૪૫ + ૫૫} = \frac{૧૨૪}{૧૫૫} = \frac{૪}{૫}$ થાય.

એટલે સમાન કિંમતવાળા જુદા જુદા અપૂર્ણાંકો ઉપરથી તે દરેકના અંશોના સરવાળાને અંશમાં મૂકીએ, અને તે દરેકના છેદોના સરવાળાને તેના છેદમાં મૂકીને જે નવો અપૂર્ણાંક યોજીએ ત્યારે તેની વાસ્તવિક કિંમત મૂળના જેટલી જ રહે છે.

(બ) $\frac{૪}{૭}$ અને $\frac{૫}{૧૧}$ એ બંનેની લગભગ કિંમત $\frac{૪ + ૫}{૭ + ૧૧} = \frac{૯}{૧૮} = \frac{૧}{૨}$ જેટલી છે. તેમાં $\frac{૪}{૭}$ એ $\frac{૧}{૨}$ થી સહેજ વધારે છે, અને $\frac{૫}{૧૧}$ એ $\frac{૧}{૨}$ થી સહેજ ઓછો છે. એ ઉપરથી કહી શકાય કે એ અસમાન

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અપૂર્ણાંકોના અંશો તેમ જ છેદોનો સરવાળો કરીને જે નવું અપૂર્ણાંક યોજવામાં આવે તેની કિંમત મૂળના બંને અપૂર્ણાંકની કિંમતની વચ્ચે રહે છે. એટલે એ રીતે યોજેલો અપૂર્ણાંક મૂળના મોટા અપૂર્ણાંકથી નાની, અને મૂળના નાના અપૂર્ણાંકથી મોટી કિંમતનો આવે છે.

૩. (અ) $\frac{૩}{૪}$ અને ૧, તેમાં ૧ = $\frac{૪}{૪}$ લઈએ, તો $\frac{૩+૪}{૪+૪} = \frac{૭}{૮}$ એ અપૂર્ણાંક $\frac{૩}{૪}$ થી મોટો છે, અને ૧ થી નાનો છે. એટલે $\frac{૭}{૮}$ એ $\frac{૩}{૪}$ થી ૧ ની વધારે નજીક જતો જાય છે. અર્થાત્ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદમાં એકસરખી સંખ્યા ઉમેરવાથી જે અપૂર્ણાંક મળે છે તેની કિંમત ૧ એકની નજીક જતી જાય છે. એટલે શુદ્ધ અપૂર્ણાંક હોય, ત્યારે યોજેલ અપૂર્ણાંકની કિંમત **વધતી** જાય છે.

(બ) $\frac{૭}{૩}$ અને ૧, તેમાં ૧ = $\frac{૩}{૩}$ ગણીએ, તો $\frac{૭+૩}{૩+૩} = \frac{૧૦}{૬} = \frac{૫}{૩}$ થાય. એ અપૂર્ણાંક $\frac{૭}{૩}$ થી નાનો છે, અને ૧ થી મોટો છે. એટલે $\frac{૫}{૩}$ એ $\frac{૭}{૩}$ થી ૧ ની વધારે **નજીક** જતો જાય છે. અર્થાત્ અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદમાં એકસરખી સંખ્યા ઉમેરવાથી જે અપૂર્ણાંક મળે છે તેની કિંમત ૧ ની નજીક જતી જાય છે, અને એ રીતે યોજેલ અપૂર્ણાંકની કિંમત **ઘટતી** જાય છે.

૪. (અ) $\frac{૫}{૭}$ અને ૧, તેમાં ૧ = $\frac{૨}{૨}$ ગણીએ, તો $\frac{૫-૨}{૭-૨} = \frac{૩}{૫}$ થાય, એ અપૂર્ણાંક $\frac{૫}{૭}$ થી નાનો છે, એટલે $\frac{૩}{૫}$ એ $\frac{૫}{૭}$ કરતાં ૧ થી વધારે **દૂર** જતો જાય છે. એટલે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદમાંથી એક જ સંખ્યા બાદ કરવાથી જે અપૂર્ણાંક મળે છે, તેની કિંમત ૧ એકથી દૂર જતી જાય છે, એટલે શુદ્ધ અપૂર્ણાંકથી એ રીતે યોજેલ અપૂર્ણાંકની કિંમત **ઘટતી** જાય છે.

(બ) $\frac{૯}{૫}$ અને ૧, તેમાં ૧ = $\frac{૩}{૩}$ લઈએ, તો $\frac{૯-૩}{૫-૩} = \frac{૬}{૨} = ૩$ એ સંખ્યા $\frac{૯}{૫}$ થી મોટો છે, એટલે $\frac{૯}{૫}$ કરતાં ૩ એ ૧ થી વધારે **દૂર** જતી જાય છે. એટલે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશ તેમ જ છેદમાંથી એક જ સંખ્યા બાદ કરવાથી જે અપૂર્ણાંક મળે છે, તેની કિંમત ૧ એકથી દૂર જતી જાય છે, એટલે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકથી એ રીતે યોજેલ અપૂર્ણાંકની કિંમત **વધતી** જાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૩. વ્યાવહારિક ગણતરી કરવામાં સામાન્ય અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ

સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સિદ્ધાંતો અને રીતોનો ઉપયોગ કરવાથી વ્યાવહારિક ગણતરી કરવામાં સરળતા થાય છે, અને કામ કરવામાં ઝડપ વધે છે. તેવી દૃષ્ટિ મળે તેટલા સારુ આ નીચે થોડાક નમૂનાનાં ઉદાહરણ ગણી બતાવેલ છે.

૧. $૧૧\frac{૧}{૨}$ વાર કાપડની કિંમત રૂ. ૯–૧૧–૩ બેસે છે, તો ૧ વારનો ભાવ કેટલો ગણાય ?

૧ વારનો ભાવ = રૂ. ૯–૧૧–૩ ÷ $૧૧\frac{૧}{૨}$
,, = રૂ. ૯–૧૧–૩ × $\frac{૨}{૨૩}$
,, = રૂ. ૧૯–૬–૬ ÷ ૨૩
= આના $૩૧૦\frac{૧}{૨}$ ÷ ૨૩
= આના ૧૩–૬ પાઈ જવાબ.

૨. મહિને રૂ. ૪૨૦ નો પગાર મેળવનારને મહિને રૂ. ૧૦ આવકવેરાના કપાય છે. ત્યારે આવકવેરાનો સરાસરી દર કેટલો ગણાય ?

દર રૂપિયે આવકવેરાનો દર = રૂ. ૧૦ ÷ રૂ. ૪૨૦
= ૧૯૨ પાઈ × ૧૦ ÷ ૪૨૦
= $\frac{૩૨}{૭}$ = $૪\frac{૪}{૭}$ પાઈ જવાબ.

૩. $૧\frac{૧}{૨}$ કલાકમાં એક સાઇકલસવાર $૧૧\frac{૧}{૪}$ માઈલ દૂર જઈ શકે છે. ત્યારે તેની ગતિનો સરાસરી દર કેટલો ગણાય ?

દર કલાકે ગતિનો સરાસરી દર = $૧૧\frac{૧}{૪}$ માઈલ ÷ $૧\frac{૧}{૨}$
= $\frac{૪૫}{૪}$ × $\frac{૨}{૩}$ = $૭\frac{૧}{૨}$ માઈલ જવાબ.

૪. રૂ. ૬–૬ આનામાં ૮।। વાર માદરપાટ મળે તો ૬ આનામાં કેટલો મળી શકે ?

માદરપાટની લંબાઈ = ૮।। વાર × $\frac{૬ \text{ આના}}{\text{રૂ. } ૬–૬}$
= $\frac{૧૭}{૨}$ વાર × $\frac{૬}{૧૦૨}$ = ૦।। વાર જવાબ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૫. એક થાંભલાના ચાર ભાગ કરેલા છે : પહેલો ભાગ આખા થાંભલાના $\frac{૩}{૭}$ જેટલો છે. બીજો ભાગ પહેલા ભાગના $\frac{૨}{૩}$ જેટલો છે. ત્રીજો ભાગ બીજા ભાગના $\frac{૭}{૯}$ જેવડો છે. ચોથો ભાગ ૪ ફૂટનો છે. ત્યારે આખા થાંભલાની લંબાઈ કેટલી ગણાય ?

		એકંદર લંબાઈના ભાગ
પહેલો ભાગ		$\frac{૩}{૭}$
બીજો ભાગ	$\frac{૩}{૭} \times \frac{૨}{૩} =$	,, $\frac{૨}{૭}$
ત્રીજો ભાગ	$\frac{૨}{૭} \times \frac{૭}{૯} =$	,, $\frac{૨}{૯}$

એ ત્રણેય ભાગ $= \frac{૩}{૭} + \frac{૨}{૭} + \frac{૨}{૯} = \frac{૫}{૭} + \frac{૨}{૯} = \frac{૪૫+૧૪}{૬૩} = \frac{૫૯}{૬૩}$

એ ઉપરથી ચોથો ભાગ $= ૧ - \frac{૫૯}{૬૩} = \frac{૪}{૬૩}$ ગણાય.

તેથી આખો થાંભલો $= ૪ \times \frac{૬૩}{૪} = ૬૩$ ફૂટ જવાબ.

૬. ૫૦,૦૦૦ ની વસ્તીવાળા શહેરની વસ્તી દર વર્ષે તેની શરૂઆતની વસ્તીના $\frac{૧}{૧૦}$ ભાગ જેટલી વધતી જાય છે. ત્યારે ચાર વર્ષ આખરે તે શહેરની વસ્તી કેટલી થશે ?

	વધારો	વરસ આખરે વસ્તી
પહેલું વરસ	$\frac{૧}{૧૦}$	$\frac{૧૧}{૧૦}$
બીજું વરસ	$\frac{૧૧}{૧૦}$ નો $\frac{૧}{૧૦}$	$(\frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦}) = (\frac{૧૧}{૧૦})^૨$
ત્રીજું વરસ	$(\frac{૧૧}{૧૦})^૨ \times \frac{૧}{૧૦}$	$(\frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦}) = (\frac{૧૧}{૧૦})^૩$
ચોથું વરસ	$(\frac{૧૧}{૧૦})^૩ \times \frac{૧}{૧૦}$	$(\frac{૧૧}{૧૦})^૪$

આ બધી ગણુતરીનું સામાન્ય સ્વરૂપ $(\frac{૧૧}{૧૦})^{ન}$

જો વરસની સંખ્યા ન લઈએ તો.

માટે માગેલો જવાબ $= ૫૦,૦૦૦ \times \frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦} \times \frac{૧૧}{૧૦}$

$= ૭૩,૨૦૫$ જવાબ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૪. દશાંશ અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ અને વિકાસ

૧. (અ) ગણિતશાસ્ત્રના ઇતિહાસમાં ભારે નવાઈ જેવી બિના તો એ છે કે પૂર્ણાંક સંખ્યાલેખન દશાંશ પદ્ધતિએ યોજાયા પછી સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું અસ્તિત્વ ઊભું થયેલ છે. પણ અપૂર્ણાંક સંખ્યા દશાંશ પદ્ધતિએ વિચારી શકાય, લખી શકાય એ જ્ઞાન છેક પંદરમી સદીમાં હયાતીમાં આવેલું છે. પૂર્ણાંક સંખ્યાની દશાંશ પદ્ધતિ આર્યોએ નિર્માણ કરી છે. આરબ અને મૂર લોકોએ એ જ્ઞાન સંપાદન કરી યુરોપને ભણાવ્યું. તે જમાનામાં ભૂમધ્ય સમુદ્રમાં ઇટાલિયન લોકોનો વેપાર ચાલતો હતો. તેઓએ આરબ અને મૂર લોકો પાસેથી પૂર્ણાંક સંખ્યાની દશાંશ પદ્ધતિ જાણી લીધી, અને પછી સારાય યુરોપને તે જણાવી. તેમ જ તે પછી દશાંશ અપૂર્ણાંકની શોધ પણ એ લોકોએ જ કરી, એટલે એ ઉપરથી જણાય છે કે દશાંશ અપૂર્ણાંકની વાસ્તવિક શોધ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના પ્રચાર પછી ઘણે વરસે થયેલી છે.

(બ) વ્યવહારમાં પૂર્ણાંક ગણતરીની સાથોસાથ અપૂર્ણાંક ગણતરી ગણવાના પ્રસંગો પ્રાપ્ત થાય છે. જેમ પૂર્ણાંક સંખ્યા બે, પાંચ, એમ જુદા જુદા પાયામાં યોજાતી ગઈ, અને અંતે એવી ગણતરી દશના પાયામાં ગણવાનું સર્વસામાન્ય થઈ પડ્યું, તે જ પ્રમાણે પૂર્ણાંક સંખ્યાની સાથે અડધો, પા, પોણો એમ ચોથા ભાગના સ્વરૂપમાં, પછી ગમે તે ભાગના સ્વરૂપમાં અપૂર્ણાંકો યોજવાની જરૂર ઊભી થતી ગઈ. છેવટે તે પછી ઘણે કાળે જેમ સામાન્ય પૂર્ણાંક સંખ્યા દશના પાયામાં યોજાઈ હતી તે જ પ્રમાણે અપૂર્ણાંક સંખ્યા પણ પૂર્ણાંક સંખ્યાના વિકસિત સ્વરૂપે પૂર્ણાંક સંખ્યાના એકમના સ્થાનની પછી તેના દશમા ભાગ — દશાંશ; એ દશાંશનો દશમો ભાગ — શતાંશ, એ શતાંશનો દશમો ભાગ — સહસ્રાંશ સ્વરૂપે યોજાઈ છે. એ યોજનાનો સાર્વત્રિક સ્વીકાર તો માત્ર આજથી લગભગ ત્રણસો વરસ પહેલાં જ થયેલો છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨. (અ) હિંદના પ્રાચીન ગણિતાચાર્યોને અપૂર્ણાંકને દશાંશ સ્વરૂપે રજૂ કરવાનો ખ્યાલ ઉત્પન્ન થયો જણાતો નથી. પણ એના સિદ્ધાંતોનો પરોક્ષ ઉપયોગ કરવાની કલા તેઓ જાણતા હતા. અવર્ગ–કરણી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં મળે, તેને દશના છેદવાળા સ્વરૂપમાં લાવવાનો તેઓ પ્રયત્ન કરતા હતા. જેમ કે

$$\sqrt{3} = \frac{\sqrt{30,00,000}}{\sqrt{10,00,000}} = \frac{1732}{1000}$$ પણ તેઓએ તેને ૧·૭૩૨

ના સ્વરૂપે લખી જણાવવાની રીત અખત્યાર કરેલી નહોતી.

(બ) ઇટાલીના ગણકો દશ, સો વાળા ભાજકોના ભાગાકાર કરતી વખતે દશાંશ સ્વરૂપનો કાંઈક વિચાર કરતા હતા. જેમ કે,

૭,૯૬૫ ÷ ૩૦ એટલે ૩/૦ | ૭૯૬/૫
| ૨૬૫, અને શેષ ૧૫

૯૭,૬૫૬ ÷ ૪૦૦ એટલે ૪/૦૦ | ૯૭,૬/૫૬
| ૨૪૪ અને શેષ ૫૬

આ પ્રમાણે દશાંશ અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ પહેલાંની પ્રવૃત્તિ ઉપર સંખ્યાના બંધારણ અને સ્વરૂપનો કાંઈક ખ્યાલ આવી શકે છે, તે ઉપરથી તેનો વિકાસ કેમ થયો તે સૂઝી આવે તેમ છે.

(ક) દશાંશ અપૂર્ણાંકનું લેખન જેમ અત્યારે થાય છે, તેવે સ્વરૂપે સર્વસામાન્ય થતાં પહેલાં એના લેખનમાં જુદે જુદે સ્વરૂપે ક્રમિક યોજનાઓ થતી રહી હતી. સૌથી પહેલાં જે સંખ્યા ૪૯૩$\frac{૨૭૩}{૧૦૦૦}$ એ સ્વરૂપે લખાતી હતી તે પછીથી નીચેનાં જુદાં જુદાં સ્વરૂપે લખાવા લાગી.

	(૧)	(૨)	(૩)		
૪૯૩	૨	૭	૩	અંતે	૪૯૩ ૨ (૧) ૭ (૨) ૩ (૩)
૪૯૩ |	૨	૭	૩	અંતે	૪૯૩ | ૨ ૭ ૩
૪૯૩·	૨′	૭″	૩‴	અંતે	૪૯૩· ૨̇ ૭ ૩̇
૪૯૩ ·	૨ ·	૭ ·	૩	છેવટે	૪૯૩· ૨૭૩

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ બધાં સ્વરૂપોની તુલના ઉપરથી આપણને હાલમાં વપરાતાં સ્વરૂપની સરળતાનો કાંઈક ચોક્કસ ખ્યાલ આવે છે.

૩. (અ) જોકે દશાંશ અપૂર્ણાંકની ઉત્પત્તિ પૂર્ણાંક સંખ્યાના વિકસિત સ્વરૂપમાંથી થયેલી છે, અને દશાંશ અપૂર્ણાંકને સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં સરળતાથી રજૂ કરી શકાય છે, પણ સામાન્ય અપૂર્ણાંકને એટલી સરળતાથી દશાંશ અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં રજૂ કરી શકાતા નથી.

(બ) દશાંશ અપૂર્ણાંકના છેદ ૧૦ અને તેના અવયવી સ્વરૂપના હોય છે, ૧૦ના અવયવ ૨ અને ૫ ગણાય છે, માટે જે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૨ અને ૫ સિવાયનો બીજો કોઈ અવયવ ન હોય, ત્યારે તે સામાન્ય અપૂર્ણાંકને અંતવાન દશાંશના સ્વરૂપમાં ફેરવી શકાય છે. પણ

(ક) જે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૨ અને ૫ સિવાયના જ અવયવો હોય, તેને દશાંશ રૂપમાં લાવતાં પાર આવતો નથી, અને એના એ અંકો ફરી ફરી આવે છે. ત્યારે તેવા દશાંશ અપૂર્ણાંકને **પુનરાવર્ત દશાંશ** કહે છે.

(ડ) જે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૨ અને ૫ના અવયવો પણ હોય, અને તેની સાથે તે સિવાયના બીજા અવયવો પણ હોય, અને ત્યારે તેના દશાંશ સ્વરૂપમાં પહેલા કેટલાક અંકો એક જ વાર આવે છે, અને તેની સાથે બીજા કેટલાક અંકો ફરીફરીને આવે છે. આવા દશાંશ અપૂર્ણાંકોને **મિશ્ર પુનરાવર્ત દશાંશ** કહે છે.

આ શાસ્ત્રના અભ્યાસીને આવું જ્ઞાન આનંદજનક અને ચમત્કારિક જણાશે. જોકે વ્યવહારમાં એ બધું થોડું જ ઉપયોગમાં આવે છે.

(ઈ) હાથ ઉપર – પાંચના બમણાં – દશ આંગળાં છે, એ કુદરતી અકસ્માતને લીધે પૂર્ણાંક સંખ્યાની ગણતરીમાં પાયા તરીકે દશનો સ્વીકાર થઈ ગયો છે. પણ અપૂર્ણાંક સંખ્યાની ગણતરીમાં કુદરતી સાધનોનો સ્વીકાર અલ્પ પ્રમાણમાં થયો છે. તેથી ચતુર્થાંશ-આણપાણ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

દ્વાદશાંશ–ચોરસમાપ અને ઘનમાપ, દશાંશ અપૂર્ણાંક, સામાન્ય અપૂર્ણાંક, અને પુનરાવર્ત દશાંશ એમ પાંચ પૃથક્ પૃથક્ રીતે અપૂર્ણાંક સંખ્યાનું વાચન તેમ જ લેખન કરાવવાની જુદી જુદી પદ્ધતિઓ પ્રચારમાં આવેલ છે.

૪. અપૂર્ણાંક સંખ્યાના પાંચેય સ્વરૂપનો વિચાર કરતાં પૂર્ણાંક સંખ્યા અને તે ઉપરથી દશાંશ અપૂર્ણાંક ગણતરીની એ બે શોધ ઉપરથી બીજી ત્રણ અત્યંત અગત્યની શોધો એ જ દૃષ્ટિએ વિકસિત થયેલી છે.

(૧) આપણે ત્યાં અત્યારે વિવિધ પરિમાણના પ્રધાન અને ગૌણ એકમોના સંબંધ વિવિધ છે, પણ તેમનો સંબંધ પૂર્ણાંક સંખ્યા અને દશાંશ અપૂર્ણાંકની માફક એકસરખો ચઢતો ઊતરતો નથી. આથી અઢારમી સદીની આખરમાં ફ્રેંચ પ્રજાએ એ બધા પ્રકારનાં પરિમાણો માપનાર પ્રધાન અને ગૌણ એકમો સંખ્યાની ઘટનાની માફક શાસ્ત્રીય પદ્ધતિએ યોજાયેલા હોવા જોઈએ, એટલે સાધિત થયેલા પ્રધાન કે ગૌણ એકમો એકબીજાથી દશદશ ગણા કે દશદશમા ભાગના હોવા જોઈએ, એ સિદ્ધાંતનો સ્વીકાર કર્યો, એથી બધાં જ વિવિધ પરિમાણો પૂર્ણાંક અને દશાંશ અપૂર્ણાંક સંખ્યા વડે જ દર્શાવી શકાય એવી **મેટ્રિકપદ્ધતિ**ની યોજના કરી.

જે દેશોમાં પરિમાણ માપનાર પ્રધાન એકમ ઉપરથી તેના પ્રભાગ અને વિભાગ એકમો **દશાંશ** પદ્ધતિએ યોજાયેલ છે, ત્યાં દશાંશ અપૂર્ણાંકોનો ઉપયોગ રોજની વ્યાવહારિક, વ્યાપારિક અને વૈજ્ઞાનિક ગણતરીઓ કરવામાં થાય છે. પણ આપણા દેશમાં પરિમાણ માપનાર પ્રધાન એકમના પ્રભાગ અને વિભાગ એકમો વિવિધ સંબંધથી યોજાયેલ છે, તેથી આપણે ત્યાં અત્યારે રોજની વ્યાવહારિક અને વ્યાપારિક ગણતરીઓ કરવામાં દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ બહુ જૂજ થાય છે કે ભાગ્યે જ થઈ શકે છે. અત્યારે તો આપણા રોજના આંતરિક વ્યવહાર માટે તેમ જ વ્યાપારમાં આણપાણનો ઉપયોગ સૌથી વધારે થાય છે, પણ આંતરરાષ્ટ્રીય વ્યાપારમાં કાંઈક અંશે દશાંશ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અપૂર્ણાંકની રીતે ગણતરી થાય છે. પણ વૈજ્ઞાનિક ગણતરીઓ તો દશાંશ અપૂર્ણાંકની રીતે જ થાય છે. એટલે આપણે દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ખ્યાલ સંપૂર્ણપણે મેળવ્યા વિના છૂટકો તો નથી જ.

કદાચ થોડા સમયમાં જ આપણે ત્યાં પણ આવાં બધાં પરિમાણોની ગણતરી કરવાનું કાયદેસર રીતે બધાં જ ક્ષેત્રોમાં દશાંશ અપૂર્ણાંકની રીતે કરવાનું ઊભું થઈ જાય એવી પરિસ્થિતિ ઊભી થતી જાય છે.

(૨) કોઈ પણ સંખ્યાનો ઘાતાંક પૂર્ણાંક સંખ્યા જ હોય, એમ નહિ પણ અપૂર્ણાંક પણ હોઈ શકે, અને ધન તેમ જ ઋણ સ્વરૂપમાં પણ હોઈ શકે. એટલે કોઈ પણ પૂર્ણાંક સંખ્યા કે દશાંશ અપૂર્ણાંકને ૧૦ના પાયાના કોઈપણ ઘાતાંક વડે રજૂ કરી શકાય છે. એ રીતે સંખ્યાની રજૂઆત કરતાં મળેલા ઘાતાંક દશાંશ અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં જ દર્શાવવાનો સામાન્ય નિયમ સ્વીકારવામાં આવેલ છે, ત્યારે એ ઘાતાંકનો ઉપયોગ ગુણાકાર, ભાગાકાર, કોઈ પણ ઘાત, અને કોઈ પણ મૂળ એ ચારમાંની કોઈ પણ પ્રકારની અટપટી અને મુશ્કેલમાં મુશ્કેલ ગણતરી સરળતાથી ગણવાની રીત સ્કૉટલાંડના એક અમીર સર ચાર્લ્સ નેપિયર અને તેના સંગાથી સર જેમ્સ બ્રિગ્સે શોધી કાઢી અને પ્રચારમાં આણી છે. તેને Logarithms (Logus : ratio, arithms : number) ગુણોત્તર સંખ્યા કે લાઘવ સંખ્યા કહેવામાં આવે છે. આ શોધ દશાંશ અપૂર્ણાંકની દૃષ્ટિ પછીનું દશાંશ પદ્ધતિના વિકાસનું અંતિમ, સુંદર અને સર્વશ્રેષ્ઠ સ્વરૂપ છે.

(૩) સરકતી પટ્ટી જેવાં ગણતરી કરવાનાં સાધનો કે ગણતરી કરવાનાં યંત્રોની રચના આ લાઘવસંખ્યાના સિદ્ધાંતના આધારે થયેલી છે.

૫. માધ્યમિક શાળાઓમાં લાઘવસંખ્યાનું શિક્ષણ તેમાં સમાયેલ બીજગણિતના સિદ્ધાંતોની દૃષ્ટિએ અને તેનો વ્યવહારમાં થતો ઉપયોગ કરવાની કુશળતા મળે એ દૃષ્ટિએ આપવું, એ મુદ્દાનો નિર્ણય અને તે પ્રમાણે અમલ કરવાની વૃત્તિ આપણા શિક્ષણ નિયામકોએ વહેલી તકે કરી લેવી જોઈએ, કે જેથી શિક્ષણમાં થતો બગાડ અટકાવી શકાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

મને તો લાગે છે કે માધ્યમિક શાળાંત પરીક્ષા આપીને વિજ્ઞાન કે વ્યાપારનો ઊંચો અભ્યાસ કરવા ઇચ્છનાર દરેક વિદ્યાર્થીએ લાઘવસંખ્યાની રીતે ગણતરી કરવામાં કુશલતા મેળવી લેવી જોઈએ. તેમ જ સરકતીપટીનો ઉપયોગ કરવાની ચતુરાઈ એ જીવનમાં જરૂરી લાયકાત છે, એ પણ ભૂલવું ન જોઈએ.

૬. (અ) સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સાર્વત્રિક વિકાસ પછી જ દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ઉદ્‌ભવ થયેલો છે. માટે એ વિષયના શિક્ષણનો આરંભ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણ પછી જ કરવો જોઈએ એવો એક પુરાણો મત છે, ત્યારે તેની સામે પ્રતિપક્ષ એમ કહે છે, કે દશાંશ પદ્ધતિએ યોજાયેલી પૂર્ણાંક સંખ્યાના વિકાસરૂપે દશાંશ અપૂર્ણાંક યોજાયેલ છે. માટે એનું શિક્ષણ સાદી સંખ્યાના વિકાસની દૃષ્ટિએ જ આપવું જોઈએ.

(બ) હવે બીજો પ્રશ્ન એ ઊભો થાય છે કે દશાંશ અપૂર્ણાંકનું શિક્ષણ કયા દરજ્જે આરંભવું જોઈએ ? જેમ અત્યારે ચોથા ધોરણમાં આણુપાણુના અપૂર્ણાંકની શરૂઆત કરવામાં આવે છે, તેમ જ એક દશાંશસ્થળવાળી દશાંશ અપૂર્ણાંકની સંખ્યાનું જ્ઞાન આપવું જોઈએ. બે દશાંશસ્થળવાળી સંખ્યાનું શિક્ષણ પાંચમા ધોરણમાં આપવું જોઈએ. અને ત્રીજે વરસે એ વિષય સંપૂર્ણ રીતે શીખવવો જોઈએ. હાલ જેમ એક જ વર્ષે બધી દશાંશ સંખ્યાનું જ્ઞાન આપવાને બદલે ઉપર પ્રમાણે કેન્દ્રાનુસારી પદ્ધતિએ એ વિષયના શિક્ષણની યોજના કરવામાં આવે, તો વધારે યોગ્ય ગણાય. તેમ જ એ વિષયનો મહાવરો લાંબા વખત સુધી સતત રહે, તો તેનાં સત્યો કાંઈક વધારે પ્રમાણમાં દૃઢ થાય.

(ક) અત્યારે જેમ સામાન્ય અપૂર્ણાંક પછી જ દશાંશ અપૂર્ણાંકનું શિક્ષણ આપવામાં આવે છે, તેમ જ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના શિક્ષણ ઉપર જેટલું ધ્યાન આપવામાં આવે છે, તેટલું દશાંશ અપૂર્ણાંકના શિક્ષણ ઉપર ધ્યાન આપવામાં આવતું નથી. તે ઉપરાંત દશાંશ રીતે ગણતરી કરી શકાય એવી ગણતરીઓ સામાન્ય અપૂર્ણાંકની રીતે

पुस्तकालय
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar
गुरुकुल कांगड़ी

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગણવાની પ્રથા પડી ગઈ છે એ પરિસ્થિતિને લીધે શિક્ષક તેમ જ વિદ્યાર્થીવર્ગમાં કાંઈક એવેા ભ્રમ પેદા થયેલેા લાગે છે કે દશાંશ અપૂર્ણાંકની ગણતરીઓ સામાન્ય અપૂર્ણાંક કરતાં મુશ્કેલ છે. પણ એ ધારણા વાસ્તવિક નથી.

(ઈ) અત્યારે આપણી સરકારે નાણાંનું વિભાજન દશાંશ પદ્ધતિએ કરવાનેા કાયદેા કરી દીધેા છે. એ જ પ્રમાણે બીજાં પરિમાણનું દશાંશીકરણ થાય ત્યારે દશાંશ રીતે ગણતરી કરવાનું કામ જ રહેશે; અને સામાન્ય અપૂર્ણાંકનેા ઉપયેાગ ખૂબ જ પરિમિત થઈ જવાનેા સંભવ છે.

૭. દશાંશ અપૂર્ણાંકના શિક્ષણ પરત્વે નીચેની વિગતેા શિક્ષકેાએ ધ્યાનમાં રાખવી જોઈએ.

૧. દશાંશ અપૂર્ણાંકની રીતેા બધા પ્રકારના અપૂર્ણાંકેાની રીતેા કરતાં સરળ, સાદી અને ખૂબ જ ઉપયેાગી છે.

૨. દશાંશ અપૂર્ણાંકની ગણતરી કરવાની ચાર પ્રાથમિક રીતેા પૂર્ણાંક સંખ્યાની ચાર સાદી રીતેાનું સહજ રૂપાંતર જ છે.

૩. દશાંશ અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનેા આરંભ સામાન્ય અપૂર્ણાંકની પહેલાં, તેની સાથે, કે તેની પછી જ્યારે ઇચ્છીએ ત્યારે કરી શકાય છે.

૪. અડસટ્ટે ગણતરી કરવામાં, કસરની ગણતરી કરવામાં, અને લાઘવ સંખ્યા (Logarithms) ની ગણતરી કરવામાં દશાંશ અપૂર્ણાંકની ગણતરીના સિદ્ધાંતેાનેા વિશાળ દૃષ્ટિએ ઉપયેાગ થાય છે.

૫. દશાંશ અપૂર્ણાંકની રીતે કરેલી ગણતરીઓ, વ્યાવહારિક સમજ માટે ચેાકસ ઝડપથી સમજી શકાય તેવી, અને સરળતાથી ગણી શકાય તેવી હેાય છે.

આ સર્વ કારણેા ઉપરથી સાબિત થાય છે કે દશાંશ ગણતરીઓ ઉપર શાળા શિક્ષણમાં હાલ અપાય છે તેથી વધારે પ્રમાણમાં ધ્યાન આપવાનેા પ્રયત્ન કરવેા જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૫. દશાંશ અપૂર્ણાંકના શિક્ષણનો આરંભ

૧. દશાંશની ગણતરી શીખવવા માટે નીચેનાં બે સાધનોનો ઉપયોગ કરી શકાય :

૧. આખા ઇંચના દશ દશ ભાગ પાડેલા હોય, એવી ફૂટપટીની ધાર;

૨. સેન્ટીમીટર અને મિલીમીટરનાં માપ દર્શાવનારી ફૂટપટીની ધાર.

(અ) આ બેમાં પણ પહેલું સાધન વધારે ઉપયોગમાં લેવા જેવું છે, કારણ કે તે કાંઈક વધારે જાણીતું છે. તેમ જ આખા ઇંચના દશમા ભાગને સહેલાઈથી જોઈ શકાય તેવું છે.

ફૂટપટીની ધાર ઉપર આખા ઇંચો જોતાં, ગણતાં, અને લખેલાં માપો ઉકેલતાં આવડે પછી પ્રત્યેક ઇંચમાં કેટકેટલા ભાગો કરેલા છે, તેનો નિર્ણય કરાવવો.

ઇંચના **દશમા ભાગને**–૧ આંકાને–એક **દશાંશ** ઇંચ કહે છે.

ફૂટપટીની ધાર ઉપર	૨ ઇંચ ૩ આંકા;	૨ ઇંચ ૩ દશાંશ ઇંચ
	૧ ઇંચ ૭ આંકા;	૧ ઇંચ ૭ દશાંશ ઇંચ
	૩ ઇંચ ૪ આંકા;	૩ ઇંચ ૪ દશાંશ ઇંચ
	૫ ઇંચ ૮ આંકા;	૫ ઇંચ ૮ દશાંશ ઇંચ

એમ બતાવવા કહેવું, અને એમ બતાવતાં આવડે, પછી એ જ સાધન વડે ચોપડીની લાંબી, પહોળી કોરો, નોટબુકની લાંબી પહોળી ધારો વગેરેને ઇંચ અને દશાંશ ઇંચમાં માપવા કહેવું.

એ રીતે માપણી કરી જાણે, ત્યાર પછી તેમને ટૂંકામાં ૨·૩ ઇંચ, ૧·૭ ઇંચ, ૩·૪ ઇંચ, ૫·૮ ઇંચ એમ લખી શકાય. તેમાં ૨, ૧, ૩, ૫ ની સાથે પૂર્ણાંક બોલવાની જરૂર નથી. ૨ અને ૩ દશાંશ ઇંચ, ૧ અને ૭ દશાંશ ઇંચ, ૩ અને ૪ દશાંશ ઇંચ, ૫ અને ૮ દશાંશ ઇંચ એમ વાંચવું જોઈએ.

દશાંશને એ રીતે વાંચતાં આવડે, તે પછી તેમને લખતાં શીખવવાનો આરંભ કરવો જોઈએ.

(બ) આટલા પ્રયોગાત્મક પ્રયત્ન પછી એ જ જ્ઞાનને શાસ્ત્રીય દૃષ્ટિએ જોવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧,૧૧૧ એક હજાર, એકસો અગિયાર.

જમણી બાજુનો પહેલો એકડો **એક, એકમ**ના સ્થાનમાં છે. જમણી બાજુથી બીજો આંકડો એક દેખાતો હોવા છતાં તે **દશક**ના સ્થાનમાં હોવાથી **દશ** બતાવે છે.

જમણી બાજુથી ત્રીજો એકડો એક દેખાતો હોવા છતાં તે **શતક**ના સ્થાનમાં હોવાથી **સો** બતાવે છે.

જમણી બાજુથી ચોથો એકડો એક દેખાતો હોવા છતાં તે **હજાર**ના સ્થાનમાં હોવાથી **હજાર** બતાવે છે.

એટલે જમણી બાજુથી ડાબી બાજુ તરફ જતાં એકનો એક જ આંકડો સ્થળાંતર કરતો જાય છે, ત્યારે એનો એ જ આંકડો પોતાની વાસ્તવિક કિંમતમાં દશ દશ ગણી કિંમત ધારણ કરતો જાય છે. એથી ઊલટું ડાબી બાજુથી જમણી તરફ જતાં એનો એ જ આંકડો સ્થળાંતર કરતો જાય છે ત્યારે એનો એ જ આંકડો પોતાની વાસ્તવિક કિંમત દશમા, (દશાંશ) દશમાનો દશમો (શતાંશ), દશમાના દશમાનો દશમો (સહસ્રાંશ) કિંમત ધારણ કરતો જાય છે.

સાદી પૂર્ણાંક સંખ્યામાં એકમના સ્થાનથી જમણી તરફ જતાં એકમથી ઊતરતા દશમા ભાગ (દશાંશ)નું અંકસ્થાન યોજીએ તો એ રીતે અપૂર્ણાંક સંખ્યાનું પહેલું અંકસ્થાન દશાંશનું થાય છે.

આટલી સમજણ પછી એવી સંખ્યાના સરળ સરવાળા બાદબાકીની ગણતરીઓ કરાવી શકાય. તેમ જ જો વિદ્યાર્થીઓને સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું જ્ઞાન હોય તો $૦{\cdot}૭ = \frac{૭}{૧૦}$, $૦{\cdot}૬ = \frac{૬}{૧૦}$ એમ એક સ્વરૂપમાંથી બીજા સ્વરૂપમાં લાવવાની સમજણ પાડી શકાય. દશાંશચિહ્ન એ પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકને જુદા પાડી આપે છે. તેમ જ દશાંશ અપૂર્ણાંકના છેદના મહત્ત્વનો ખ્યાલ આપે છે.

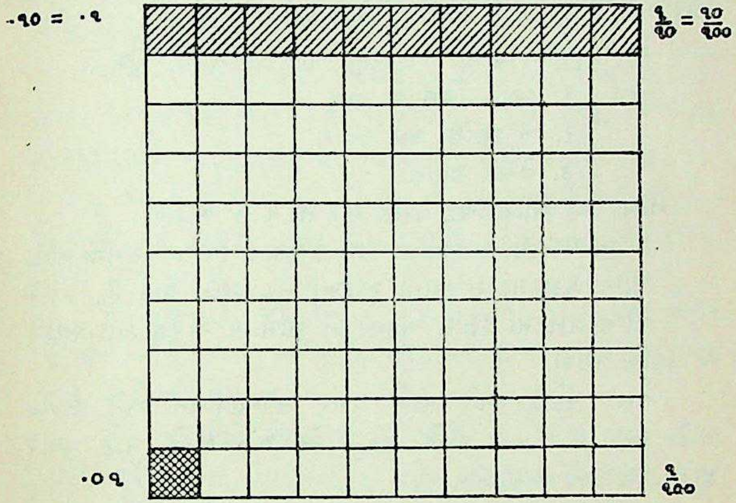
નોંધ: દશાંશ ચિહ્ન એ · આમ મધ્યે પૂર્ણવિરામ જેવું ચિહ્ન છે.

૨. (અ) **શતાંશ ગણતરી** શીખવવા માટે નીચેનાં બે સાધનોનો ઉપયોગ કરી શકાય:

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧. ઇંચ અને દશાંશ ઇંચના અંતરે આંકેલાં ચોરસ ખાનાંવાળો કાગળ, ૨. મીટર, ડેસીમીટર, અને સેન્ટિમીટરનાં માપ દર્શાવનારી લાંબી પટી, તેમાં પહેલા સાધનથી ગણતરી સરળતાથી અને વિશાળ દૃષ્ટિએ આપી શકાય તેમ છે:



આ એક ચોરસને એક આખો ગણીએ, તો તેની પ્રત્યેક આડી હારને દશમો ભાગ દશાંશ ·૧ ચોરસ ગણાય. પ્રથમ એવા ભાગોના માપ ઉપરથી આકૃતિમાં ·૧, પછી ·૨, ·૩, ·૪ એવા એક દશાંશ સ્થળવાળા અપૂર્ણાંકોનાં મહત્ત્વ નિર્દેશનો પ્રસંગ સાધવો. પછી એવી કોઈ પણ દશાંશદર્શક પટીના દશ સરખા ભાગ કરીએ તો તેથી મળતા દરેક નાના બારીક ચોરસ ખાનાનું માપ દશાંશના દશમા ભાગ જેટલું ગણાય. એવા દશાંશના દશમા ભાગો એ દરેક હારમાં દશદશ આવેલા હોય છે, અને એક આખા ચોરસમાં એકંદર એવા સો ભાગો થયેલા હોય છે એટલે એક આખા ચોરસના સોમા ભાગને, અથવા દશાંશ ચોરસના દશમા ભાગને **શતાંશ** કહે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એટલે જેમ એકમનો દશમો ભાગ **દશાંશ** ગણાય છે, તેમ જ દશાંશનો દશમો ભાગ **શતાંશ** ગણાય છે.

ટૂંકામાં ૧ એકમ = ૧૦ દશાંશ = ૧૦૦ શતાંશ.

૧ દશાંશ = ૧૦ શતાંશ.

એવાં ચોરસ ખાનાં આંકેલા કાગળ ઉપર ·૨૩, ·૩૫; ·૮૬ વગેરે બતાવી શતાંશ માપની ગણતરી કરવાનું શીખવવું.

એ ગણતરીને વાંચી બતાવવાના ત્રણ પ્રકારો છે. જેમ કે

·૨૩ ૧. દશાંશ ચિહ્ન બે, ત્રણ

૨. બે દશાંશ, ત્રણ શતાંશ

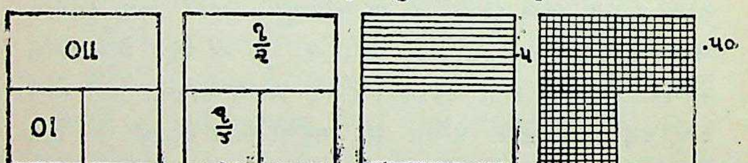
૩. તેવીસ શતાંશ.

નોંધ: પણ દશાંશ ચિહ્ન તેવીસ એમ તો ન જ બોલાય.

પહેલા પ્રકારમાં સરળતા છે પણ સંખ્યાના સ્વરૂપની સમજ નથી. બીજા પ્રકારમાં સંખ્યાના સ્વરૂપનું શુદ્ધ દર્શન થાય છે, ત્યારે ત્રીજા પ્રકારમાં દશાંશ અપૂર્ણાંકને સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપે જ કહીએ છીએ.

તેમાં પહેલો અને બીજો પ્રકાર સંખ્યાવાચન અને લેખન માટે સરળ છે. પણ ત્રીજો પ્રકાર એ બંને વિધિ માટે વધારે મુશ્કેલ છે, અને અશાસ્ત્રીય છે.

(ખ) આટલું જ્ઞાન દૃઢ થયા પછી તુલનાત્મક સ્વરૂપે નીચેના ત્રણ અત્યંત સામાન્ય સ્વરૂપના અપૂર્ણાંકોનું જ્ઞાન આપવું જોઈએ:



આણુપાણુના અપૂર્ણાંકમાં	૦॥	૦।	૦।॥
સામાન્ય અપૂર્ણાંકમાં	$\frac{૧}{૨}$	$\frac{૧}{૪}$	$\frac{૩}{૪}$
દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં	૦·૫	૦·૨૫	૦·૭૫
અથવા	૦·૫૦		

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

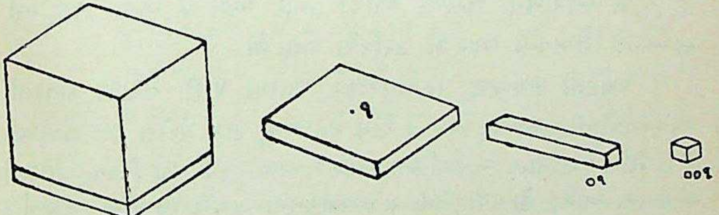
Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ક) આ તુલનામાં ધ્યાન ખેંચે તેવી બાબત ૦·૧ અને ૦·૧૦, તેમ જ ૦·૫ અને ૦·૫૦ એ બંને એક જ છે એ છે. કારણ કે આપણે પાછળ કહી ગયા છીએ તે પ્રમાણે આ અપૂર્ણાંકનો આંકડો અંશ બતાવે છે. અને દશાંશ ચિહ્ન પછીનાં દશાંશ સ્થળો છેદ બતાવે છે. એટલે અંશમાં ૫ ને બદલે ૧૦ કરીએ ત્યારે આપોઆપ છેદમાં દશાંશને બદલે શતાંશ થઈ જાય છે.

સામાન્ય અપૂર્ણાંકમાં અંશ તેમ જ છેદને એકસરખી રકમે ગુણવા કે ભાગવાથી તેની કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી. એ સુવર્ણ સિદ્ધાંત દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જુદે સ્વરૂપે દેખા દે છે. દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ મીંડાં ચઢાવવાથી, કે હોય તો દૂર કરવાથી તેની વાસ્તવિક કિંમતમાં કાંઈ વધારો કે ઘટાડો થતો નથી. એ સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સુવર્ણ સિદ્ધાંતનું માત્ર બીજું સ્વરૂપ જ છે.

૩. સહસ્રાંશ ગણતરી કરાવવાનું સાધન દશાંશ અને શતાંશ શીખવવા જેટલું સહજ અને સરળ નથી. એ શીખવવાનું સાધન ખાસ તૈયાર કરવું પડે તેમ છે.

એક ઘનાકૃતિને **એક** આખો ગણીએ તો તેમાંથી દશ સરખાં પાટિયાં વહેરેલ હોય, તો તે દરેક પાટિયું આખા ઘનનો દશમો ભાગ, દશાંશ, ૦·૧ ગણાય.



તેવા એક પાટિયામાંથી ઊભી કે આડી એકસરખી પહોળાઈ અને જાડાઈની દશ લાકડીઓ બનાવીએ તો તેવો દરેક ભાગ આખા ઘનના દશમા ભાગ (દશાંશ)નો દશમો ભાગ એટલે એક શતાંશ, ૦·૦૧ ગણાય છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એવી દરેક લાકડીમાંથી એકસરખા માપના દશ કકડા કરીએ એટલે જેની લંબાઈ, પહોળાઈ, જાડાઈ, એ ત્રણેય માપ એકસરખાં હોય, એવો એક નાનકડો ઘન એ આખા ઘનનો સોમો – શતાંશનો દશમો ભાગ એટલે આખા ઘનનો એક હજારમો – સહસ્રાંશ ૦·૦૦૧ ગણાય. ટૂંકામાં

૧ એકમ = ૧૦ દશાંશ = ૧૦૦ શતાંશ, = ૧૦૦૦ સહસ્રાંશ.

૧ દશાંશ = ૧૦ શતાંશ, = ૧૦૦ સહસ્રાંશ.

૧ શતાંશ, = ૧૦ સહસ્રાંશ.

પૂર્ણાંક સંખ્યાને દશદશમા ભાગની દૃષ્ટિએ અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે યોજીએ તો એકમ, દશાંશ, શતાંશ, સહસ્રાંશ એમ એકમથી દશદશમા ભાગના ઊતરતાં અંકસ્થાનો યોજાય છે. એકમ પછીનાં અંકસ્થાનો દશદશમા ભાગનાં ખૂબ નાનાં ને નાનાં થતાં જાય છે.

નીચેની સંખ્યાઓ વાંચી બતાવો :

૦·૩૪૭ ત્રણ દશાંશ, ચાર શતાંશ, સાત સહસ્રાંશ

૦·૫૦૯ પાંચ દશાંશ, અને નવ સહસ્રાંશ

૦·૦૯૬ નવ શતાંશ અને ૭ સહસ્રાંશ

૦·૦૦૭ સાત સહસ્રાંશ.

સંખ્યાવાચન બરાબર આવડે ત્યાર પછી જ આવા સ્વરૂપની સંખ્યાના લેખનનો આરંભ કરાવવો જોઈએ.

આટલી સમજણ પદ્ધતિપુરઃસર આપ્યા પછી તેનાથી ઊતરતાં અંકસ્થાનોની સમજણ એમ ને એમ આપવાનું કામ મુશ્કેલ નહિ જણાય.

નોંધ : સામાન્ય અપૂર્ણાંકના આધારે આજ સુધી આ વિષયનું શિક્ષણ આપવામાં આવતું હોવાથી તેવી સંખ્યાવાચનનો પ્રબંધ સામાન્ય અપૂર્ણાંક જેવો યોજવામાં આવેલ છે. જેમ કે ૦·૬૨૪, 'છસોચોવીસ સહસ્રાંશ' આમ બોલે છે, ત્યારે તો તેને માટે $\frac{૬૨૪}{૧૦૦૦}$ આમ લખવું જોઈએ. પણ આપણે તો ૦·૬૨૪, ૬ દશાંશ, ૨ શતાંશ, ૪ સહસ્રાંશ એમ પૂર્ણાંક સંખ્યાની માફક સ્થાનિક કિંમત સાથે અંકને વાંચવો જોઈએ.

આ પ્રથા સ્વીકારવાથી લેખનકાર્ય સરળ, સુગમ અને શાસ્ત્રીય બને છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૬. દશાંશના સરવાળા અને બાદબાકી

૧. દશાંશ સંખ્યામાં તેના અંકોની વાસ્તવિક કિંમતનો ખ્યાલ દશાંશચિહ્ન વડે જ થઈ જાય છે. સાદી સંખ્યાના સરવાળા કે બાદબાકીની ગણતરી કરતી વખતે સંખ્યાઓને એકબાજુની નીચે એવી રીતે ગોઠવીએ છીએ કે એકમની નીચે એકમનો અંક આવે. દશકની નીચે દશકનો અંક આવે. એવી સંખ્યાનો વિકાસ કરવાથી દશાંશ અપૂર્ણાંકની ઘટના થયેલ છે. દશાંશ અપૂર્ણાંકનો આધાર એકમ હોય કે નહિ પણ એકમ પછી પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકની સીમાસૂચક ચિહ્ન દશાંશ ચિહ્નથી થાય છે. એટલે દશાંશ સંખ્યાઓનો સરવાળો કે બાદબાકી કરવાં હોય ત્યારે દશાંશચિહ્ન એકબીજાની નીચે આવે તેમ ગોઠવવાં. કારણ કે દશાંશ ચિહ્ન એ જ દશાંશ અપૂર્ણાંકનાં છેદનું માપ સૂચવનાર છે. એટલે એવી ગોઠવણ કરવાથી એ બધા જ દશાંશ અપૂર્ણાંકોનો આપોઆપ સમચ્છેદ થઈ જાય છે. એટલે એવી સર્વે સંખ્યાઓ એવી ગોઠવણથી આપોઆપ સરખા મહત્ત્વમાં ગોઠવાઈ જાય છે. એટલે સરખા મહત્ત્વવાળી સંખ્યાઓના સરવાળા કે બાદબાકી સરળતાથી કરી શકાય છે.

૨. આટલી બિના વધારે દઢ કરાવવા માટે શરૂઆતમાં થોડાએક મોઢે ગણાવવાના હિસાબો તૈયાર કરાવવા જોઈએ. જેમ કે,

(૧)	·૪ + ·૩ = ?	·૫ + ·૨ = ?	·૩ + ·૬ = ?
	·૫ + ·૭ = ?	·૭ + ·૮ = ?	·૮ + ·૯ = ?
	·૭ + ·૩ = ?	·૪ + ·૬ = ?	·૨ + ·૮ = ?
(૨)	·૭ − ·૪ = ?	·૮ − ·૫ = ?	·૮ − ·૩ = ?
	૧·૩ − ·૫ = ?	૧·૭ − ·૮ = ?	૧·૬ − ·૯ = ?
	૧·૦ − ·૪ = ?	૧·૦ − ·૩ = ?	૧·૦ − ·૭ = ?

આટલો મહાવરો થયા પછી આપેલી સંખ્યાની ગોઠવણી અને એ રચના કરીને વાસ્તવિક ગણતરીનો આરંભ કરવો જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૭. દશાંશના ગુણાકાર

૧. દશાંશ ગુણાકાર શીખવવા માટે બે દૃષ્ટિબિંદુઓ છે :

૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકની દૃષ્ટિએ :

૨. સંખ્યાની ઘટનાની દૃષ્ટિએ :

૧. $\frac{૧}{૧૦} = \frac{૧}{૧૦^{૧}} = \cdot ૧$

$\frac{૧}{૧૦૦} = \frac{૧}{૧૦^{૨}} = \cdot ૦૧$

$\frac{૧}{૧૦૦૦} = \frac{૧}{૧૦^{૩}} = \cdot ૦૦૧$

છેદના દશનો ઘાતાંક
= સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદમાં એકડા ઉપરનાં મીડાંની સંખ્યા.
= દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં દશાંશ ચિહ્ન પછીનાં દશાંશસ્થળની સંખ્યા.

$\cdot ૫ \times \cdot ૦૭ = \frac{૫}{૧૦} \times \frac{૭}{૧૦૦} = \frac{૩૫}{૧૦૦૦} = ૦\cdot ૦૩૫$

$૩\cdot ૨૮૪ \times ૧૩\cdot ૬ = \frac{૩૨૮૪}{૧૦૦૦} \times \frac{૧૩૬}{૧૦} = \frac{૪૪૬૬૨૪}{૧૦૦૦૦} = ૪૪\cdot ૬૬૨૪$

સામાન્ય રીતે કહીએ : अ અને ब એ બે દશાંશ અપૂર્ણાંક છે. તેમનો ગુણાકાર $\frac{अ}{૧૦^{क्ष}} \times \frac{ब}{૧૦^{य}} = \frac{अब}{૧૦^{क्ष+य}}$ તેમાં अब એ બેનો સાદો ગુણાકાર છે, અને તેની આગળ ૧૦ નો ઘાતાંક क्ष + य છે તેટલા દશાંશ સ્થળ ગણીને દશાંશ ચિહ્ન મૂકવાથી દશાંશમાં ગુણનફળ તૈયાર થાય છે. જેમ કે

(૧) ૪·૨૩ × ૪·૫ = ?

```
    ૪·૨૩
   × ૪·૫
  ------
   ૧૬૯૨
  ૨૧૧૫
  ------
 ૧૯·૦૩૫
```

આ રીત અત્યંત સરળ છે. તેમ જ તદ્દન યાંત્રિક પણ છે. ગમે તે શિક્ષક આ રીત શીખવી શકે છે. પણ તેમાં સૌથી મોટો દોષ એ છે કે એના પ્રત્યેક આંશિક ગુણાકાર (Partial product) ની વાસ્તવિક કિંમતનો ખ્યાલ આવતો નથી. અર્થાત્ આંશિક ગુણાકારમાં દશાંશ ચિહ્ન મૂકવામાં આવતું નથી.

ભૂતકાળમાં અને આજે પણ ઘણે ભાગે આ રીતનો પ્રચાર ચાલે છે. પણ અત્યારે કેટલાક ગણકો આ ગણતરી સંખ્યાની ઘટનાની દૃષ્ટિએ રજૂ કરવાનો આગ્રહ સેવે છે. કારણ કે જેમ દશાંશના સરવાળા

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અને બાદબાકી શીખવવા માટે જો સામાન્ય અપૂર્ણાંકનો આધાર લેવામાં આવતો નથી, અને સંખ્યાની ઘટનાના આધારે ગણતરી કરીએ છીએ તો એના ગુણાકાર પણ એ જ દૃષ્ટિએ શા માટે ગણવા ન જોઈએ ? દશાંશ અપૂર્ણાંકનું શિક્ષણ સ્વતંત્ર રીતે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના આધાર સિવાય આપવા ધારીએ તો આ ગણતરી કેવી રીતે કરાવવી જોઈએ એ જાણવું એ પણ એક હેતુ છે.

૨. (અ) કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦ એવી દશ અને દશની ઘાત સંખ્યા વડે ગુણતી વખતે આપણે ગણતરી કરવાની વિધિ જાણવી જોઈએ :

ला.	दह.	ह.	श.	द.	ए.	
			૨	૩	૫	= (અ)
		૨	૩	૫		= (બ) = અ × $૧૦^{૧}$
	૨	૩	૫			= (ક) = બ × $૧૦^{૧}$ = અ × $૧૦^{૨}$
૨	૩	૫				= (ડ) = ક × $૧૦^{૧}$ = બ × $૧૦^{૨}$ = અ × $૧૦^{૩}$

આ વિધિની નિરીક્ષા કરવાથી જણાશે કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ વડે ગુણીએ એટલે એના બધા અંકો—આખી સંખ્યાને એક સ્થાન ડાબી બાજુએ હઠાવીએ છીએ, તેમ ૧૦૦ વડે ગુણીએ એટલે તે આખી સંખ્યાને બે સ્થાન ડાબી બાજુએ હઠાવીએ છીએ, ૧૦૦૦ વડે ગુણીએ છીએ ત્યારે તે આખી સંખ્યાને ત્રણ સ્થાન ડાબી તરફ હઠાવીએ છીએ. જેમ કે,

૪૯૬	
× ૨૫૭	
૯૯૨	એટલે ૧૦૦ વડે ગુણીને પછી ૨ વડે ગુણ્યા.
૨૪૮૦	એટલે ૧૦ વડે ગુણીને પછી ૫ વડે ગુણ્યા.
૩૪૭૨	એમાં પહેલો આંશિક ગુણાકાર બે સ્થાન અને બીજો
૧૨૭૪૭૨	આંશિક ગુણાકાર એક સ્થાન ડાબી બાજુએ હઠાવીને

મૂકેલ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(બ) હવે એ જ દૃષ્ટિને સંખ્યાના દશાંશ સ્વરૂપમાં લાગુ કરીએ :

ला· दह· ह· श· द· ए · द· श· स·

૪ ૯ ૬ ·	(અ)
૪ ૯ · ૬	(બ) અ × ·૧
૪ · ૯ ૬	(ક) બ × ·૧ = અ × ·૦૧
· ૪ ૯ ૬	(ડ) ક × ·૧ = બ × ·૦૧ = અ × ·૦૦૧

એટલે ૦·૧ વડે ગુણીએ ત્યારે આખીય સંખ્યાને એક સ્થાન જમણી તરફ, ૦·૦૧ વડે ગુણીએ ત્યારે આખીય સંખ્યાને બે સ્થાન જમણી તરફ, અને ૦·૦૦૧ વડે ગુણીએ ત્યારે આખીય સંખ્યાને ત્રણ સ્થાન જમણી તરફ હઠાવવામાં આવે છે.

સૂચના: ઉપરનાં (અ) અને (બ) સત્યોને આપણે એક જુદી રીતે રજૂ કરી શકીએ: જેમ કે, કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ વડે ગુણવા હોય, ત્યારે તેની જમણી બાજુએ એક મીંડું ચઢાવવું, ૧૦૦ વડે ગુણવા હોય, ત્યારે તેની જમણી બાજુએ બે મીંડાં ચઢાવવાં, ૧૦૦૦ વડે ગુણવા હોય, ત્યારે તેની જમણી બાજુએ ત્રણ મીડાં ચઢાવવાં તેમ કહેવાને બદલે આપેલી સંખ્યાનો દરેક અંક આપોઆપ એક, બે, કે ત્રણ સ્થાન ડાબી તરફ હટી જાય છે, એમ કહેવું વધારે યથાર્થ છે.

(ક) પણ આ જ રીતે વિચાર કરતાં એ જ સંખ્યાને ·૧ વડે ગુણીએ અર્થાત્ ૧૦ વડે ભાગતા હોઈએ ત્યારે તેના અંકોને જમણી બાજુએ એક સ્થાન હઠાવવા જોઈએ. ·૦૧ વડે ગુણીએ એટલે ૧૦૦ વડે ભાગતા હોઈએ ત્યારે તેના અંકોને બે સ્થાન જમણી બાજુએ હઠાવવા જોઈએ. ·૦૦૧ વડે ગુણીએ ત્યારે એટલે ૧૦૦૦ વડે ભાગતા હોઈએ ત્યારે તેના અંકોને ત્રણ સ્થાન જમણી બાજુએ હઠાવવા જોઈએ.

(ડ) આખી સંખ્યાને અનુક્રમે એક, બે, કે ત્રણ સ્થાન જમણી તરફ હઠાવવી એમ કહેવાને બદલે આપણે દશાંશ ચિહ્ન એક, બે, ત્રણ સ્થાન જમણી કે ડાબી તરફ હઠાવવું એમ કહીએ છીએ તે યથાર્થ નથી. કારણ કે જેમ સંખ્યાનાં અંકસ્થાનો નિશ્ચિત છે, તેમ જ દશાંશ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ચિહ્નનું સ્થાન પણ એકમ અને દશાંશના સ્થાનની વચ્ચે નિશ્ચિત છે. એટલે જો સ્થાન બદલાતાં નથી તો દશાંશચિહ્ન સ્થાન બદલે છે એમ કહેવું યથાર્થ નથી. વાસ્તવિક રીતે અંકો સ્થાનાંતર કરે છે.

૩. (અ) આ સિદ્ધાંત પ્રમાણે દશાંશ ગુણાકારનો એક હિસાબ ગણીએ : જેમ કે

૪૩·૩૫૬ × ૨૩૫·૬૮ = ?

ગુણ્યના એકમની નીચે ગુણકનો એકમ આવે તેમ મૂકીને આ ગુણાકાર કરેલો છે.

```
  ૪૩·૩૫૬
 ૨૩૫·૬૮
-----------------
 ૮૬૭૧·૨ – – – – – – →   ૧૦૦ વડે ગુણીને પછી ૨ વડે ગુણ્યા.
 ૧૩૦૦·૬૮  – – – – – →   ૧૦ વડે ગુણીને પછી ૩ વડે ગુણ્યા.
  ૨૧૬·૭૮૦  – – – →
   ૨૬·૦૧૩૬    – – →   ·૧ વડે ગુણી પછી ૬ વડે ગુણ્યા.
    ૩·૪૬૮૪૮    – →   ·૦૧ વડે ગુણી પછી ૮ વડે ગુણ્યા.
-----------------
૧૦૨૧૮·૧૪૨૦૮
```

આ રીતે ગણતરી કરવામાં ત્રણ લાભ છે:

(૧) ગુણ્ય, ગુણક, દરેક આંશિક ગુણાકાર, અને ગુણાકારના એકંદરમાં દશાંશ ચિહ્ન એકધારી રીતે રહે છે.

(૨) બધા આંશિક ગુણાકારોની વાસ્તવિક કિંમત દરેક પગથિયે બરાબર જાણી શકાય છે.

(૩) પૂરા ગુણાકારમાં દશાંશ ચિહ્ન નિશ્ચિત કરવા માટે કોઈ યાંત્રિક નિયમ જાણવો પડતો નથી.

છતાં પહેલો આંશિક ગુણાકાર મૂકવાની શરૂઆત કેવી રીતે કયા સ્થાનથી કરવી એમાં ગણતરીની સાચી સમજની પરીક્ષા થઈ જાય છે.

(બ) ગુણકને જરા જુદી રીતે મૂકીને એ જ વિધિ કરીએ :

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ગુણકના એકમનું સ્થાન ગુણ્યના છેલ્લા દશાંશ સ્થળ નીચે મૂકીને આ ગુણાકાર કરેલો છે.

આ રીતે ગણતરી કરવામાં બે મુખ્ય લાભ થતા જણાય છે:

```
     ૪૩.૩૫૬
       ૨૩૫.૬૮
   ---------------
  ૮૬૭૧.૨
  ૧૩૦૦.૬૮
   ૨૧૬.૭૮૦
    ૨૬.૦૧૩૬
     ૩.૪૬૮૪૮
 ---------------
૧૦૨૧૮.૧૪૨૦૮
```

૧. સાદી સંખ્યાના ગુણાકારની માફક દરેક આંશિક ગુણાકારનો આરંભ ગુણકના દરેક અંકની બરાબર નીચે જ મૂકવામાં આવેલ છે. આ રીતે આ ગણતરી પહેલી રીત કરતાં ચઢિયાતી છે.

૨. ગુણ્ય અને ગુણકનાં દશાંશ સ્થળોનો સરવાળો સામાન્ય અપૂર્ણાંકની દૃષ્ટિની રૂઢિગત રીત પ્રમાણે ગુણાકારમાં આપોઆપ થઈ જાય છે.

(ક) ઉપર મુજબ ગોઠવણી કરી તેને બદલે ગુણકના પ્રથમ મૂલ્યાંક (Significant figure)ને ગુણ્યના એકમની નીચે આવે તેમ ગોઠવીને ગુણાકાર કરીએ તો તેના આંશિક ગુણાકારના અંકો ગુણ્યના અંકો નીચે જ આવ્યે જાય છે.

```
     ૪૩.૩૫૬
     ૨ ૩૫.૬૮
  ---------------
    ૮૬૭૧.૨
    ૧૩૦૦.૬૮
     ૨૧૬.૭૮૦
      ૨૬.૦૧૩૬
       ૩.૪૬૮૪૮
  ---------------
  ૧૦૨૧૮.૧૪૨૦૮
```

આ રીતે ગણતરી કરતાં ગુણક અને બધા આંશિક ગુણાકારોમાં દશાંશ ચિહ્નનું સ્થાન એકધારી રીતે આવે છે. માત્ર ગુણ્યના દશાંશ ચિહ્નનું સ્થાન પ્રથમના સ્થાને ક્રમમાં નથી. બધા જ આંશિક ગુણાકારોની વાસ્તવિક કિંમત જાણી શકાય છે.

૪. આ ઉપર બતાવેલી ત્રણેય રીતોમાંથી નીચેનાં બે સત્યો જણાઈ આવે છે:

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(૧) ગુણકના એકમ વડે ગુણવાથી ગુણાકારમાં ગુણ્ય જેટલાં દશાંશ સ્થળો આવે છે.

(૨) પહેલા મૂલ્યાંક વડે ગુણીને મેળવેલો આંશિક ગુણાકાર એ બધી ગણતરીનો પાયો છે. માટે જો પહેલા મૂલ્યાંકને ગુણકનો મુખ્ય અંક બનાવીએ તો આંશિક ગુણાકાર અને આખાય ગુણાકારની વાસ્તવિક કિંમત આપોઆપ આવી જાય છે. એટલે જો ગુણકના સ્વરૂપનું એવું રૂપાંતર કરવામાં આવે કે તેનો પહેલો મૂલ્યાંક પૂર્ણાંક બને, તો આવા ગુણાકાર કરવામાં સરળતા અને વાસ્તવિકતા આવે. જેમ કે ૨૩·૬૧૨ × ૪૨·૧ એમાં ૪૨·૧ ને ૪·૨૧ના સ્વરૂપમાં લાવવા જોઈએ. જો તેમ કરીએ તો ગુણકને દશ વડે ભાગ્યા ગણાય, તેથી ગુણ્યને દશ વડે ગુણવા જોઈએ. ટૂંકામાં

૨૩·૬૧૨ × ૪૨·૧ = ૨૩૬·૧૨ × ૪·૨૧ થાય. હવે તેમનો ગુણાકાર કરીએ તો ગુણકનું પૂર્ણાંક એકમવાળા સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરીએ, ત્યારે એ સ્વરૂપને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું આદર્શ સ્વરૂપ (Standard form) કહેવાય છે. કેટલીક વખત ગુણકને આદર્શ સ્વરૂપમાં લાવીને ગણતરી કરવાની રીત બહુ સરળ થતી નથી. જેમ કે

```
   ૨૩૬·૧૨
    ૪·૨૧
 ---------
   ૯૪૪·૪૮
   ૪૭·૨૨૪
   ૨·૩૬૧૨
 ---------
  ૯૯૪·૦૬૫૨
```

૦·૦૧૨૩ × ૦·૦૪૫ = ૦·૦૦૦૧૨૩ × ૪·૫

અથવા = ૦·૦૦૦૪૫ × ૧·૨૩

આ પ્રમાણે રૂપાંતર કરીને ગણતરી કરવા કરતાં ૧૨૩ × ૪૫ કરી દશાંશ સ્થળ ગણીને ચિહ્ન મૂકવું એ ઘણું જ સરળ છે.

કેટલીક વખત ગુણકને આદર્શ સ્વરૂપમાં લાવવાના નિયમનો અતિરેક પણ થાય છે. જેમ કે,

અં—૧૪

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

		·૨૧ અથવા	·૪૩
૪·૩ × ·૨૧ = ·૪૩ × ૨·૧ એટલે		× ૪·૩	× ૨·૧
		·૮૪	·૮૬
		·૦૬૩	·૦૪૩
		૦·૯૦૩	૦·૯૦૩

૫. આદર્શ સ્વરૂપની હિમાયત કરનાર બે મુખ્ય લાભો ગણાવે છે:

૧. સંક્ષિપ્ત ગુણાકારમાં અડસટ્ટે ગણતરી કરવાનું વધારે સરળ થઈ પડે છે.

૨. સાદી સંખ્યાને લાઘવસંખ્યા (Logerithm)માં રૂપાંતર કરવાનું સરળ બને છે.

૬. કોઈ વાચક કે અભ્યાસક મને પૂછે કે આ ઉપર જણાવેલી પાંચ છ રીતોના પીંજણની અમોને શી જરૂર છે?

આખા ગુજરાતમાં દશાંશ ગુણાકારની કોઈ પણ એક જ રીત ચાલતી હોય, એ સંભવિત નથી. અને વિદ્યાર્થીઓ શાળાંતર કરે, ત્યારે એક સ્થળે શીખેલી રીત બીજે સ્થળે ઉપયોગમાં ન આવે તો વિદ્યાર્થીને ત્રાસ ઉત્પન્ન થાય છે. શિક્ષક બાળકને મદદગાર તો ત્યારે જ થઈ શકે કે જો તે બાળકની રીતો સંપૂર્ણ શાસ્ત્રીય દૃષ્ટિએ જાણતો હોય.

વિદ્યાર્થીને એવું પણ સમજાવું જોઈએ કે કોઈ પણ એક રીત બીજી રીતને મળતી જ છે. એકથી બીજી તદ્દન ભિન્ન નથી.

વિદ્યાર્થી કોઈ પણ એક રીત હસ્તગત કરે એ ઇષ્ટ છે. પણ તે સાથે એટલું પણ યાદ રાખવું જોઈએ કે એક જ શાળાના બધા વર્ગોમાં પણ એકસરખી રીત વપરાતી હોવી જોઈએ. છતાં શિક્ષકોએ તો એક જ વિધિની આ સર્વે રીતો સર્વાંગ સ્વરૂપે અને શાસ્ત્રીય દૃષ્ટિએ એ દરેકના લાભાલાભ જાણીને સાચી રીતે સમજવી જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૮. દશાંશના ભાગાકાર

૧. ભાજક જ્યારે પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય ત્યારે:

દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં તેના મૂલ્યાંકો સામાન્ય અપૂર્ણાંકના અંશ તરીકે અને દશાંશ ચિહ્ન સાથે દશાંશ સ્થળ છેદ તરીકે આવે છે. છેદ એ અપૂર્ણાંકના મહત્ત્વને સૂચવે છે. હવે અંશના જેટલા ભાગ કરવામાં આવે તે પ્રત્યેક ભાગનું મહત્ત્વ મૂળના છેદ જેટલું જ રહે. માટે દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકારમાં ભાજક પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, ત્યારે ભાગમાં ભાજ્યના જેટલાં જ દશાંશ સ્થળ આવે છે.

જેમ કે ૨·૩૪૫ ÷ ૭ = ?

૭	૨·૩૪૫
	૦·૩૩૫

(અ) જ્યારે ભાજક મોટો હોય, અને તેના અવયવ પડી શકતા હોય, તો ભાગાકાર અવયવ પાડીને પણ ગણી શકાય.

જેમ કે, ૧૫·૫૫૨ ÷ ૨૪ = ?

તેમાં ૨૪ = ૧૨ × ૨ = ૮ × ૩ = ૬ × ૪ હોઈ શકે, માટે

૧૨	૧૫·૫૫૨	૮	૧૫·૫૫૨	૬	૧૫·૫૫૨
૨	૧·૨૯૬	૩	૧·૯૪૪	૪	૨·૫૯૨
	૦·૬૪૮		૦·૬૪૮		૦·૬૪૮

આ રીતે ગમે તે અવયવના જૂથનો સ્વીકાર કરીને ગણીએ, તોપણ જવાબ તો એનો એ જ આવે છે.

(બ) ભાજક જ્યારે ૧૦ કે ૧૦૦ નો અવયવી હોય, એટલે ૩૦, ૪૦, ૬૦, ૭૦ અથવા ૩૦૦, ૪૦૦, ૬૦૦, ૭૦૦ વગેરે હોય, ત્યારે ભાગાકાર વધારે સરળતાથી ગણી શકાય છે. જેમ કે

(૧) ૪૫૬ · ૮૪ ÷ ૩૦ = ?   (૨) · ૭૮૪૯૮ ÷ ૭૦૦ = ?

૧૦ × ૩	૪૫૬ · ૮૪	૧૦૦ × ૭	· ૭૮૪૯૮
૩	૪૫ · ૬૮૪	૭	· ૦૦૭૮૪૯૮
	૧૫ · ૨૨૮		· ૦૦૧૧૨૧૪

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ક) ભાજક ઘણી મોટી સંખ્યા હોય તેવો દાખલો : જેમ કે

૨૦૪.૦૭૯ ÷ ૪૩૭ = ?

ભાગની સંખ્યા મૂકવાની ગોઠવણી

જૂની રીત	નવી રીત
	૦.૪૬૭
૪૩૭)૨૦૪.૦૭૯(૦.૪૬૭	૪૩૭)૨૦૪.૦૭૯
૧૭૪ ૮	૧૭૪.૮
૨૯.૨૭	૨૯.૨૭
૨૬.૨૨	૨૬.૨૨
૩.૦૫૯	૩.૦૫૯
૩.૦૫૯	૩.૦૫૯
—	—

(ડ) ઘણી વખત એવા ભાગાકાર કરતી વખતે ભાજ્યમાં દશાંશ સ્થળ હોતાં નથી, ત્યારે ત્યાં મીંડાં ચઢાવીને ભાગાકાર કરવામાં આવે છે, અને તેને દશાંશ સ્થળ તરીકે ગણવામાં આવે છે.

જેમકે (૧) ૧ ÷ ૮ અથવા $\frac{૧}{૮}$? = ૮ | ૧.૦૦૦
૦.૧૨૫

તેમ જ (૨) ૧૩ ÷ ૩૫ = ? $\frac{૧૩}{૩૫}$ = ? ની કિંમત દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં ત્રણ દશાંશ સુધી ગણી આપો.

તેમાં ૩૫ = ૭ × ૫ છે. તેથી ૫ | ૧૩.
૭ | ૨.૬૦૦૦
| ૦.૩૭૧૪

એટલે $\frac{૧૩}{૩૫}$ ≏ .૩૭૧ જવાબ

૨. ભાજક જ્યારે દશાંશ અપૂર્ણાંક હોય ત્યારે :

દશાંશ અપૂર્ણાંકની રીતો લગભગ સાદી રીતો જેવી જ છે. સાદી રીતોમાં પણ ભાગાકારની રીત મુશ્કેલ છે. એટલે દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકારમાં એ મુશ્કેલી તો ઊભી છે જ. ઉપરાંત દશાંશચિહ્ન ક્યાં મૂકવું એ નિર્ણય કરવાની મુશ્કેલી વધે છે. એ મુશ્કેલી ઓછામાં ઓછી અનુભવવી પડે એટલા સારુ એવી ગણતરી કરવાની જુદી જુદી પાંચ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

રીતો આ નીચે આપવામાં આવેલી છે. તેમાંની પહેલી ત્રણ રીતોમાં આપેલ ભાજ્ય અને ભાજકની કિંમતમાં કાંઈ પણ ફેરફાર કર્યા સિવાય ગણતરી કરવામાં આવે છે, અને છેલ્લી બે રીતોમાં ભાજ્ય અને ભાજકની આપેલી કિંમતમાં ફેરફાર કરીને ગણતરી કરવામાં આવે છે.

૩. $૨૪\cdot૦૯૬ = ૨૪૦૯૬ \times ૧૦^{-૩}$, અને

$૦\cdot૦૦૩૨ = ૩૨ \times ૧૦^{-૪}$ છે એમ સ્વીકારીએ તો

$$૨૪\cdot૦૯૬ \div \cdot૦૦૩૨ = ૨૪૦૯૬ \times ૧૦^{-૩} \div (૩૨ \times ૧૦^{-૪})$$
$$= \frac{૨૪૦૯૬}{૩૨} \times ૧૦^{-૩-(-૪)}$$
$$= ૭૫૩ \times ૧૦^{-૩+૪} = ૭૫૩ \times ૧૦$$
$$= ૭૫૩૦ \text{ જવાબ.}$$

આ જ વિધિ વધારે સર્વ સામાન્ય સ્વરૂપમાં તપાસીએ :

अ અને ब એ બે દશાંશ અપૂર્ણાંકવાળી સંખ્યાઓ છે.

એટલે अ દશાંશ અપૂર્ણાંક = अ પૂર્ણાંક સંખ્યા $\times ૧૦^{-म}$

ब દશાંશ અપૂર્ણાંક = ब પૂર્ણાંક સંખ્યા $\times ૧૦^{-न}$

∴ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં $अ \div ब = अ \times ૧૦^{-म} \div (ब \times ૧૦^{-न})$

$$= \frac{अ}{ब} \times ૧૦^{-म+न} \text{ ગણાય.}$$

(૧) જો તેમાં म > न હોય તો એ બંને દશાંશ સંખ્યાનાં દશાંશ સ્થળોની સંખ્યાના તફાવત જેટલાં દશાંશસ્થળ ગણીને ભાગમાં દશાંશ ચિહ્ન મૂકવું.

(૨) પણ જો म < न હોય, તો એ બંને દશાંશ સંખ્યાનાં દશાંશ સ્થળોની સંખ્યાના તફાવત જેટલાં મીડાં ભાગમાં ઉપર ચઢાવવાં. અને (૩) જો म = न હોય, તો ભાગમાં બધા પૂર્ણાંક મળે છે.

આટલા સૈદ્ધાંતિક દર્શન પછી નીચે કહેલી પાંચેય રીતોની સમજણ સહેલાઈથી જાણી શકાય છે.

(૧) જ્યારે ભાજ્યમાં ભાજક કરતાં વધારે દશાંશ સ્થળ હોય ત્યારે :

જેમ દશાંશ અપૂર્ણાંકના ગુણાકારમાં ગુણ્ય અને ગુણકનાં દશાંશ સ્થળની સંખ્યાના સરવાળા જેટલાં દ. સ્થ. તેમના ગુણનફળમાં મૂકવામાં

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આવે છે. તે જ પ્રમાણે દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકારમાં ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ ભાજકનાં દશાંશ સ્થળથી જેટલાં વધારે હોય, તેટલાં દ. સ્થ. ગણીને ભાગાકારમાં દશાંશ ચિહ્ન મૂકવામાં આવે છે.

૨·૩૬૨૫ ÷ ૦·૧૩૫ = ?

```
૦·૧૩૫ ) ૨·૩૬૨૫ ( ૧૭·૫
         ૧૩૫
        ------
        ૧૦૧૨
         ૯૪૫
        ------
          ૬૭૫
          ૬૭૫
        ------
```

એમાં ભાજ્યમાં ૪ દ. સ્થ. છે, ભાજકમાં ૩ દ. સ્થ. છે. તેમનો તફાવત ૧ છે, માટે ભાગાકારમાં ૧ દશાંશ સ્થળ ગણીને જવાબ મૂકવો જોઈએ.

આ રીતમાં ગુણાકારની પહેલી રીત પ્રમાણે દશાંશ ચિહ્ન ભાગાકાર પૂરો કર્યા પછી જ પાછળથી ગોઠવવું પડે છે. એ એક જ દોષ હોવા છતાં વધારેમાં વધારે સહેલી અને શીખવનારને ઓછામાં ઓછી મહેનત આપનાર છે. છતાં કેટલાક ખાસ સંજોગોમાં આ રીત મુશ્કેલીમાં મૂકે છે. જેમ કે ૩૭૫ ÷ ·૦૭૫ = ? અથવા ૨૯·૨ ÷ ·૩૬૫ = ? આવા સંયોગોમાં નીચેની બે રીતો વધારે ઉપયોગી થઈ પડે તેમ છે.

(૨) સમાન મહત્ત્વવાળી સંખ્યાઓનો ભાગાકાર પૂર્ણાંક સ્વરૂપે મળે છે. અપૂર્ણાંકમાં સમાન મહત્ત્વ સમચ્છેદ કરવાથી મળે છે. દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં દશાંશ સ્થળ સરખાં કરવાથી તેમનો સમચ્છેદ થઈ જાય છે. એટલે દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ભાગાકાર કરવો હોય, ત્યારે પ્રથમ ભાજ્ય અને ભાજકમાં સરખાં દશાંશ સ્થળ કરવાં, અને તેવી સ્થિતિમાં કરેલો ભાગાકાર પૂર્ણાંક સ્વરૂપમાં મળે છે.

જેમ કે (૧) ૩૭૫ ÷ ૦·૦૭૫ = ? (૨) ૨૯·૨ ÷ ૦·૩૬૫ = ?

(૧) ૩૭૫ ÷ ૦·૦૭૫ = ૩૭૫૦૦૦ ÷ ૭૫

તેમ જ (૨) ૨૯·૨ ÷ ૦·૩૬૫ = ૨૯૨૦૦ ÷ ૩૬૫

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

ટૂંકામાં		ટૂંકામાં	
૦.૦૭૫	૩૭૫	૦.૩૬૫	૨૯.૨
૭૫	૩૭૫૦૦૦	૩૬૫	૨૯૨૦૦.
	૫૦૦૦.		૮૦.

આ નિયમાનુસાર નીચેના સ્વરૂપના હિસાબો સરળતાથી ગણી શકાય છે. જેમ કે

$\frac{૧૨.૩૨ \times .૧૨૬૭}{૦.૦૦૩૫ \times ૧૮.૧}$ નું સાદું રૂપ આપો.

અંશ અને છેદમાં અર્થાત્ ભાજ્ય અને ભાજકમાં દશાંશ સ્થળો સરખાં કરીએ તો તેમાં અંશના બંને અવયવોમાંથી એકંદર ૭ દશાંશ સ્થળો છે, અને છેદના બંને અવયવોમાંથી પાંચ દશાંશ સ્થળો છે. તેથી અંશમાં એક દશાંશ સ્થળ બાકી રહે તેમ કરીએ :

$$\frac{૧૨૩૨ \times ૧૨૬.૭}{૩૫ \times ૧૮૧} = \frac{૧૨૩૨ \times .૧}{૫} = \frac{૧૨૩.૨}{૫} = ૨૪.૬૪$$

(૩) ભાજ્ય અને ભાજકમાં સરખાં દશાંશ સ્થળ સુધી મેળવેલો ભાગાકાર પૂર્ણાંક આવે છે, અને તે પછી દશાંશ સ્વરૂપનો ભાગાકાર આવે છે. જેમ કે

૧૯.૫૭૯૩ ÷ ૧.૩૯૫ = ? ૪ દ. સ્થ. સુધી ગણવો.

```
           ૧૪.૦૯૧૭
૧.૩૯૫)૧૯.૬૫૭૯૩૦૦
       ૧૩૯૫
       ----
        ૫૭૦૭
        ૫૫૮૦
        -----
         ૧૨૭૯૩
         ૧૨૫૫૫
         -----
           ૨૩૮૦
           ૧૩૯૫
           ----
            ૯૮૫૦
            ૯૭૬૫
            ----
            ૦૦૮૫
```

એમાં ભાજ્યના ૧૯.૬૫૭ સુધીમાં મળતા ભાગાકારના અંકો પૂર્ણાંકના ગણાય, તે પછી ચાર દશાંશ સુધી ગણતરી કરીએ, ત્યારે માગ્યા પ્રમાણે ભાગાકાર ૪ દ. સ્થ. સુધી સાચી ગતણુરી કરી ગણાય.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

આ રીતે હિસાબની ગણતરીનો વિચાર કરવાથી ભાગમાં દશાંશ ચિહ્નનાં સ્થાનનો અર્થાત્ ભાગમાં પૂર્ણાંક આવશે તો કેટલા આંકડા, અથવા તેમ નહિ થાય, ત્યારે દશાંશ ચિહ્ન પછી કેટલાં મીંડાં આવશે તેની ગણતરીનો આરંભ કરતાં પહેલાં જ ખ્યાલ આવી જાય છે. જવાબમાં માગેલ દશાંશ સ્થળ સુધી હિસાબ ગણવા માટે ક્યાં સુધી હિસાબ ગણવો તેનો નિર્ણય પણ પહેલેથી જ થઈ જાય છે.

આ ઉપર જણાવેલી ત્રણેય રીતોમાં ભાજ્યનું દશાંશ ચિહ્ન ગણતરીમાં આપ્યા પ્રમાણે જ ચાલુ રહે છે. તેથી તેમાં દરેક દરજ્જે શેષની વાસ્તવિક કિંમતની ગણતરી સહેલાઈથી કરી શકાય છે. જેમ કે

ઉદાહરણ: ૩૬.૭ ઈંચ લાંબી પટીમાંથી ૨.૨૫ ઈંચ લંબાઈના કેટલા કકડા થશે, અને બાકી શું વધશે?

એમાં ૧૬ કકડા થશે, અને .૭ ઈંચનો કકડો વધશે. દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકારની સર્વે રીતોમાં વધારે શાસ્ત્રીય દૃષ્ટિવાળી આ રીત છે.

```
          ૧૬.
    ___________
૨.૨૫)૩૬.૭૦
      ૨૨.૫
      ______
      ૧૪.૨૦
      ૧૩.૫૦
      ______
      ૦૦.૭૦
```

(૪) દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકાર બાળકોને મુશ્કેલ જણાય છે. તેને યાંત્રિક રીતે વધારે સરળ બનાવનાર એક રીત આ નીચે આપવામાં આવેલ છે.

(અ) ૦.૦૦૦૭૫૧૪ ÷ ૨.૨૧ = ?

પહેલી રીતમાં આપણે જોયું કે જ્યારે ભાજક પૂર્ણાંક સંખ્યા હોય, ત્યારે ભાગમાં ભાજ્યનાં જેટલાં જ દ. સ્થ. ગણીને દ. ચિ. મૂકવું. આ હિસાબને એવા સ્વરૂપમાં લાવવાનો પ્રયત્ન કરીએ:

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

અપૂર્ણાંકના સુવર્ણ સિદ્ધાંતના આધારે :

$$\frac{\text{.૦૦૦૭૫૧૪} \times \text{૧૦૦}}{\text{૨ .૨૧} \times \text{૧૦૦}} = \frac{\text{૦.૦૭૫૧૪}}{\text{૨૨૧}}$$

```
        ૦.૦૦૦૩૪
   ૨૨૧ |૦.૦૭૫૧૪
          ૬૬૩
          ----
           ૮૮૪
           ૮૮૪
          ----
           ૦૦૦
```

(૪) ૦.૦૦૬૪૩૫ ÷ ૭.૨ = ?

ભાજકને પૂર્ણાંક બનાવીએ તો

$$\frac{\text{૦.૦૦૬૪૩૫} \times \text{૧૦}}{\text{૭.૨} \times \text{૧૦}} = \frac{\text{.૦૬૪૩૫}}{\text{૭૨}}$$

તેમાં ૭૨ = ૯ × ૮ છે.

```
૯ | ૦.૦૬૪૩૫
૮ | ૦.૦૦૭૧૫૦૦૦
  | ૦.૦૦૦૮૯૩૭૫
```

આ રીતમાં સૌથી મોટા દોષ એ છે કે તેમાં શેષની વાસ્તવિક કિંમત સરળતાથી જાણી શકાતી નથી.

આ રીત પહેલી રીતનું વિકસિત સ્વરૂપ જ છે.

(૫) ભાજકને દશાંશના આદર્શ સ્વરૂપ (standard form)માં લાવી ભાગાકારની કિંમતનો અડસટ્ટો કાઢી હિસાબ ગણવાની રીત.

જેમ કે ૦.૦૦૭૫૧૪ ÷ ૦.૦૨૨૧ = ?

તેમાં ભાજક ૦.૦૨૨૧નું આદર્શ સ્વરૂપ ૨.૨૧ ગણાય. તેવું રૂપાંતર કરવા માટે ભાજ્યમાં પણ તેની સાથે અનુકૂળ થાય તેવો ફેરફાર કરવો જોઈએ.

$$\frac{\text{૦.૦૦૭૫૧૪} \times \text{૧૦૦}}{\text{૦.૦૨૨૧} \times \text{૧૦૦}} = \frac{\text{.૭૫૧૪}}{\text{૨.૨૧}} \simeq \frac{\text{૦.૭}}{\text{૨.૨}} \simeq \text{.૩ ગણાય.}$$

```
         ૦.૩૪
  ૨.૨૧ |૦.૭૫૧૪
         ૬૬૩
         ----
          ૮૮૪
          ૮૮૪
         ----
          ૦૦૦
```

એમાં દશાંશ ચિહ્ન મૂકવાનો વિચાર અડસટ્ટે કિંમત ગણવામાં જ મળી જાય છે. પણ તેમાં શેષની વાસ્તવિક કિંમતનો ખ્યાલ સરળતાથી મળતો નથી. આ રીતનો સૌથી મોટો ફાયદો એ છે કે બાળકને અડસટ્ટે જવાબ શું આવશે તેનો નિર્ણય સૌથી પહેલાં કરતાં આવડે છે.

દશાંશ અપૂર્ણાંકના ભાગાકારની આ રીતોમાંથી કોઈ પણ એક રીત વિદ્યાર્થી જાણે, અને શિક્ષકને આ સર્વે રીતો અને તેનાં કારણોનું સર્વાંગસંપૂર્ણ જ્ઞાન હોય, તો તે પોતાના રોજના કામમાં સરળતા અને ઝડપ સાધી શકે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૨૯. સામાન્ય અને દશાંશ અપૂર્ણાંક : રૂપાંતર

૧. સામાન્ય અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં અથવા એથી ઊલટી ક્રિયા દશાંશ અપૂર્ણાંકને સામાન્ય અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપમાં લાવવાની વિધિ જાણવાથી પરસ્પરની તુલના કરવાની સરળતા મળી જાય છે.

(અ) દશાંશ અપૂર્ણાંકને સામાન્ય અપૂર્ણાંકમાં રજૂ કરવા હોય, ત્યારે આપેલી સંખ્યા અંશમાં મૂકી તેના છેદમાં એકડા ઉપર દશાંશ સ્થળ જેટલાં મીડાં ચઢાવવાં. જેમ કે,

$\cdot ૩ = \frac{૩}{૧૦}$; $૦\cdot૦૪૫ = \frac{૪૫}{૧૦૦૦}$; $૨\cdot૦૬ = \frac{૨૦૬}{૧૦૦}$ અથવા $૨\frac{૬}{૧૦૦}$

દશાંશ અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૧૦ કે દશની અવયવી સંખ્યા હોય છે, તેમાં ૧૦ = ૨ × ૫ છે. ૧૦ ના સિવાય બીજા કોઈ અવયવ સંભવતા નથી. માટે જ્યારે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદના અવિભાજ્ય અવયવો પાડીએ ત્યારે તેમાં ૨ અને ૫ એ બે જ પ્રકારના અવયવો હોય, અને તે સિવાય બીજો કોઈ પણ અવયવ ન હોય, ત્યારે તે સામાન્ય અપૂર્ણાંકનું આપણે **અંતવાન દશાંશ અપૂર્ણાંક**ના સ્વરૂપમાં રૂપાંતર કરી શકીએ છીએ. જેમ કે,

$$\frac{૩}{૨૫} = \frac{૩}{૫ \times ૫} = \frac{૩ \times ૨ \times ૨}{(૫ \times ૨)(૫ \times ૨)} = \frac{૧૨}{૧૦૦} = \cdot૧૨ \text{ થાય.}$$

તેમ જ
$$\frac{૩}{૮} = \frac{૩}{૨ \times ૨ \times ૨} = \frac{૩ \times ૫ \times ૫ \times ૫}{(૨ \times ૫)(૨ \times ૫)(૨ \times ૫)}$$
$$= \frac{૩૭૫}{૧૦૦૦} = \cdot૩૭૫$$

આ છેદના અવયવોની સંખ્યાની દૃષ્ટિએ નિરીક્ષા કરીએ, તો ૨ અથવા ૫ ના વધારેમાં વધારે અવયવો જે પ્રકારના હોય, તેટલાં દશાંશ સ્થળ તેના રૂપાંતરમાં મળી જાય છે.

(બ) હવે એ જ ગણતરી અવયવની દૃષ્ટિએ ન કરતાં ભાગાકારની દૃષ્ટિએ કરીએ : જેમ કે,

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$\frac{૩}{૨૫}$. તેના છેદમાં ૨૫ છે. તેને ૧૦ ના અવયવીના સ્વરૂપમાં લાવવા જોઈએ. તેથી તેની સાથે કિંમતમાં અનુરૂપ થાય તે પ્રમાણે અંશમાં પણ ફેરફાર કરવો પડે છે.

$\frac{૩}{૨૫} = \frac{૩ \times ૧૦ \div ૨૫}{૨૫ \times ૧૦ \div ૨૫} = \frac{૩૦ \div ૨૫}{૧૦}$ તેમાં ૩૦ ને ૨૫ વડે નિઃશેષ ભાગી શકાતા નથી. માટે

$$\frac{૩}{૨૫} = \frac{૩ \times ૧૦૦ \div ૨૫}{૨૫ \times ૧૦૦ \div ૨૫} = \frac{૩૦૦ \div ૨૫}{૧૦૦} = \frac{૧૨}{૧૦૦} = ·૧૨$$

એટલે (૧) અંશ ઉપર જોઈતાં મીડાં ચડાવીને છેદ વડે ભાગતાં ભાગાકાર નિઃશેષ આવે, ત્યારે અંશ ઉપર ચઢાવેલાં મીડાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ ગણીને ભાગમાં દશાંશ ચિહ્ન મૂકવું.

(૨) અંશ ઉપર જોઈતાં મીડાં ચડાવીને છેદ વડે ભાગતાં ભાગાકાર નિઃશેષ ન આવે, ત્યારે માગેલાં દશાંશ સ્થળ પ્રમાણે એ જ રીતે એનો જવાબ મેળવવા પ્રયત્ન કરવો જોઈએ.

જેમ કે $\frac{૫}{૧૬}$ ને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં લાવો. ૧૬ | ૫·૦૦૦૦ | ૦·૩૧૨૫

તેથી $\frac{૫}{૧૬}$ = ૦·૩૧૨૫ થાય.

૨. (અ) જ્યારે સામાન્ય અપૂર્ણાંકના છેદના અવિભાજ્ય અવયવોમાં ૨ અને ૫ સિવાયની કોઈ પણ સંખ્યા અવયવ તરીકે આવેલ હોય, ત્યારે આ પ્રમાણે ભાગાકારનો અંત આવતો નથી, અને ભાગમાં એના એ જ અંકો ફરી ફરીને આવ્યા જ કરે છે. જેમ કે,

$\frac{૧}{૩}$ = ૦·૩૩૩૩... ટૂંકામાં ૦·$\dot{૩}$

$\frac{૫}{૬}$ = ૦·૮૩૩૩... ટૂંકામાં ૦·૮$\dot{૩}$

$\frac{૫}{૧૧}$ = ૦·૪૫૪૫... ટૂંકામાં ૦·$\dot{૪}\dot{૫}$

ઘણી વખત થોડા આંકડા આવ્યા પછી પુનરાવર્તપ્રદેશ શરૂ થાય છે. ત્યારે અમુક સ્થળ સુધી જ કિંમત કાઢવાનું કહેવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

જેમ કે $\frac{૩}{૭} = ૦\cdot\dot{૪}૨૮૫૭\dot{૧}$ એમ ૬ આંકડા ફરી ફરીને (પુનરાવર્ત-પ્રદેશ) આવે છે. પણ સામાન્ય ગણતરીમાં એટલા બધા આંકડાની જરૂર હોતી નથી. ત્યારે સામાન્ય રીતે ૪ દશાંશ સ્થળ સુધી ગણતરી કરવાનું કહેવામાં આવે છે. તેથી $\frac{૩}{૭} = ૦\cdot૪૨૮૫૭ = ૦\cdot૪૨૮૬$, ૪ દશાંશ સ્થળ સુધીની કિંમત ગણાય છે.

નોંધ: (અ) એક વખત શાળાઓમાં આવા પુનરાવર્ત દશાંશ વિષે ખૂબ જ બારીકાઈથી શિક્ષણ આપવાનો પ્રબંધ કરવામાં આવેલ હતો. પણ વ્યવહારમાં તેનો ઉપયોગ લગભગ કાંઈ જ નથી. અલબત્ત સંખ્યાના સ્વરૂપની દૃષ્ટિએ એ ચમત્કારિક હોઈ આકર્ષક છે. એટલે એ બાબતમાં અત્યારે શાળાઓમાં ઓછું ધ્યાન અપાય છે, અને એ વિષયમાં વિશાળ જ્ઞાન મેળવવા ઇચ્છનાર એના સિદ્ધાંતોનો અભ્યાસ કરે એ ઇચ્છવા યોગ્ય યોજના ગણાય.

(બ) સામાન્ય અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં રૂપાંતર કરવાની વિધિ અવયવના અવયવની દૃષ્ટિએ વિચાર કરવાથી એવી ગણતરી ઘણી વખત સરળ થઈ જાય છે. જેમ કે,

$$\frac{૩}{૩૨} = \frac{૩}{૪} \text{ ના } \frac{૧}{૮} = \cdot૭૫ \text{ નો } \frac{૧}{૮} = ૦\cdot૦૯૩૭૫$$

$$\frac{૫}{૨૮} = \frac{૫}{૪} \text{ નો } \frac{૧}{૭} = ૧\cdot૨૫ \text{ નો } \frac{૧}{૭} = ૦\cdot૧૭૮૫$$

$$\frac{૩}{૫૫} = \frac{૩}{૫} \text{ નો } \frac{૧}{૧૧} = \cdot૬ \text{ નો } \frac{૧}{૧૧} = \cdot૦\dot{૫}\dot{૪}$$

(ક) સામાન્ય અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં લાવીએ છીએ, ત્યારે જો તે અંતવાન સ્વરૂપમાં ન હોય, ત્યારે તેની કિંમત અમુક દશાંશ સ્થળ સુધી કાઢવામાં આવે છે, પછીનો શેષ છોડી દેવામાં આવે છે. અલબત્ત એ છોડી દીધેલા ભાગની કિંમત ઘણી જ નજીવી હોય છે. છતાં તદ્દન ચોક્કસ સ્વરૂપમાં જવાબ નોંધવો હોય, તો દશાંશ અપૂર્ણાંકની સાથે સામાન્ય અપૂર્ણાંક જોડીને પૂર્ણાંકની સાથે સામાન્ય અપૂર્ણાંક લખીએ તેમ લખી શકાય છે. જેમ કે,

જેમ કે, $\frac{૮}{૧૫} = \frac{૮}{૫}$ નો $\frac{૧}{૩} = ૧\cdot૬$ નો $\frac{૧}{૩} = \cdot૫૩૩\ldots$ ને બદલે $\cdot૫૩$ એમ લખીએ છીએ, તેને બદલે $\cdot૫૩\frac{૧}{૩}$ એમ લખીએ તોએ તેની કિંમત તેની તે જ રહે છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

$\frac{૬}{૧૩}$ = ·૪૬૧૫$\frac{૫}{૧૩}$ એ રીતે રજૂ કરીએ ત્યારે ચાર દશાંશ સ્થળ પછી આગળ દશાંશ સ્થળ લાવવાં હોય, તો તેમાં કયા કયા અંકો આવશે તેનો નિર્ણય સહેલાઈથી કરી શકાય છે.

૩. વિવિધ પરિમાણને દશાંશ અપૂર્ણાંક સંખ્યાના સ્વરૂપમાં ત્રણ રીતે લાવી શકાય છે. જેમ કે રૂ. ૭–૯–૩ ને દશાંશ સ્વરૂપ લાવી આપો.

૧. ૩ પાઈ = ૧ આનાનો $\frac{૧}{૪}$ = ·૨૫ આના

૯ આના ૩ પાઈ = ૯·૨૫ આના = ૯·૨૫ રૂ. નો $\frac{૧}{૧૬}$ = ·૫૭૮૧૨૫

એટલે રૂ. ૭–૯–૩ = રૂ. ૭·૫૭૮૧૨૫

૨. (અ) ૧ આનો = ૧ રૂ. નો $\frac{૧}{૧૬}$ = ૧ રૂ. નો $\frac{૧}{૪}$ નો $\frac{૧}{૪}$

= ·૨૫ રૂ. નો $\frac{૧}{૪}$ = ·૦૬૨૫ રૂ.

તેમ જ (બ) ૧ પાઈ = ૧ આનાનો $\frac{૧}{૧૨}$ = ·૦૬૨૫ રૂ. નો $\frac{૧}{૧૨}$

= ·૦૦૫૨૦૮$\dot{૩}$

= ·૦૦૫૨૧; ૫ દશાંશ સ્થળ સુધીની કિંમત.

આ બે પરિણામો યાદ રાખીને તેને આધારે રૂ. ૭–૯–૩ ની કિંમત દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં લાવી શકાય :

૩ પાઈ	= ·૦૦૫૨૦૮$\dot{૩}$ રૂ. × ૩	= ·૦૧૫૬૨૫	રૂ.
૯ આના	= ·૦૬૨૫ રૂ. × ૯	= ·૫૬૨૫	રૂ.
૭ રૂ.	=	૭·	રૂ.

એ ત્રણેય પરિમાણોનો સરવાળો કરીએ તો ૭·૫૭૮૧૨૫ રૂ. થાય.

૩. ૧ પાઈ = $\frac{૧}{૧૯૨}$ રૂ. = $\frac{૫}{૯૬૦}$ રૂ.

$$= \frac{\frac{૫}{૯૬૦} \times ૧૦૦૦}{૧૦૦૦} = ·૦૦૧ \times \left(\frac{૧૨૫}{૨૪}\right)$$

(cancelled: ૯૬૦ → ૨૪, ૧૦૦૦ → ૨૫)

= ·૦૦૧ (૫ + $\frac{૫}{૨૪}$) રૂ.

એટલે **પાઈની સંખ્યાની પાંચ ગણાઈમાં તે પાંચ ગણાઈનો ચોવીસમો ભાગ ઉમેરો, મળેલી સંખ્યા જેટલા સહસ્રાંશ રૂપિયા થાય.** જેમ કે રૂ. ૭–૯–૩ એટલે રૂ. ૭–૧૧૧ પાઈ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૧૧૧ પાઈ = ૫૫૫ પાઈની પાંચ ગણાઈ

૨૩.૧૨૫ પાંચ ગણાઈનો ૨૪ મો ભાગ

૫૭૮.૧૨૫ નો .૦૦૧

= .૫૭૮૧૨૫ રૂ.

તેથી રૂ. ૭–૯–૩ = ૭.૫૭૮૧૨૫ રૂ. જવાબ.

આમાંની પહેલી રીત સામાન્ય અપૂર્ણાંકમાં કરીએ છીએ તેમ જ છે. આ જમાનામાં ઘણી ગણતરીઓ તૈયાર કોઠા પ્રમાણે જ કરવાની હોય છે. બુદ્ધિ તો કોઠા તૈયાર કરનારની છે. કોઠાની ગણતરી કરી આપનાર સૂત્રાત્મક નિયમ (Formula)માં છે. કોઠાનો ઉપયોગ કરવો એ તો માત્ર યાંત્રિક તત્ત્વ જ છે. એ પ્રમાણે બીજી અને ત્રીજી રીતે કોઠા તૈયાર કેમ કરવા તે બતાવી શકાય.

આથી અવળી ક્રિયા બે સ્વરૂપે ગણી શકાય છે: ૯.૭૩૬૫ રૂ. ની કિંમત કાઢો.

૧. ૦.૭૩૬૫ રૂ. = ૧ રૂ.ના ૦.૭૩૬૫ = ૧૬ આના × ૦.૭૩૬૫

= ૧૧.૭૮૪ આના. અને

૦.૭૮૪ આના = ૧ આના ના ૦.૭૮૪ = ૧૨ પાઈ × ૦.૭૮૪

= ૯.૪૦૮ પાઈ

તેથી ૯.૭૩૬૫ રૂ. = રૂ. ૯–૧૧––૯.૪ પાઈ લગભગ.

૨. રૂ. ૯.૭૩૬૫ = રૂ. ૯ અને ૭૩.૬૫ દોકડા.

દોકડા અથવા ટકા એ શતાંશનાં જુદાં સ્વરૂપો જ છે.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૩૦. મેટ્રિક પદ્ધતિ

૧. રોજના સામાન્ય વ્યવહારમાં ઉપયોગમાં આવતાં પરિમાણો ચાર સ્વરૂપનાં હોય છે. **મહત્ત્વ, વજન, સમય,** અને એ ત્રણેયનું મૂલ્યાંકન કરનાર **અર્થ.** એ સમૂહોને માપનાર મુખ્ય માપને **પ્રધાન** એકમ કહે છે. આપણે ત્યાં અત્યારે જે વપરાય છે, તેવા પ્રધાન એકમો શાસ્ત્રીય સ્વરૂપે યોજાયેલા નથી. જેમ કે અંતર માપવાના પ્રધાન એકમ તરીકે એકે હાથ વાપર્યો, તો બીજાએ પગ વાપર્યો, તો ત્રીજાએ ખભા ઉતાર આવડું, તો ચોથાએ હાથમાં રાખવાની ડાંગ વાપરી. આ પ્રમાણે લંબાઈ માપનાર પ્રધાન એકમનો સ્વીકાર કોઈ પણ નૈસર્ગિક, સર્વદા અને સર્વત્ર સમાન સ્વરૂપ દર્શાવનાર વૈજ્ઞાનિક માપ ઉપરથી સ્વીકારેલ નથી; વજનના પ્રધાન એકમના સ્વીકારમાં પણ એવી જ સ્થિતિ પ્રવર્તે છે. માત્ર સમયમાપનો પ્રધાન એકમ આકાશી નિરીક્ષણને આધારે દુનિયા ઉપરની લગભગ બધી પ્રજાએ એકસરખી રીતે સ્વીકારવા પ્રયત્ન કરેલો છે. ત્યારે અર્થના પ્રધાન એકમને જુદા જુદા પ્રદેશમાં વસનારી જુદી જુદી પ્રજાએ તદ્દન ભિન્ન ભિન્ન સ્વરૂપે સ્વીકારી પ્રજાને ચૂસવાની એક અદ્ભુત તરકીબ યોજી છે. હવા અને વીજળીનાં મોજાંના આધારે જીવતી દુનિયા આજે નાનકડા પ્રદેશ જેવી થઈ પડી છે, ત્યારે પૃથ્વી ઉપર વસનાર સમસ્ત જનતાના કલ્યાણ માટે જેમ સમયમાપનો પ્રધાન એકમ એકસરખો સ્વીકારાયો છે, તે જ પ્રમાણે બીજા બધાં પરિમાણોના પ્રધાન એકમ એક સરખા સ્વીકારાશે ત્યારે જ વિશ્વશાંતિ અને વિશ્વએકતાનો આરંભ થવાનાં ચિહ્નો જણાશે.

૨. સાદી સંખ્યામાં એક અંકસ્થાનથી તેની પાસેનું બીજું એક સ્થાન દશગણું, કે દશ દશમા ભાગનું ચડતું કે ઊતરતું હોય છે. તેમાં તેના દરેક ચડતા કે ઊતરતા સ્થાન વચ્ચેનો સંબંધ એકસરખો અને નિશ્ચળ હોય છે. ત્યારે વિવિધ પરિમાણના માપના પ્રધાન એકમો જેમ વિવિધ છે; તેમ જ પ્રધાન એકમના પ્રભાગ કે વિભાગ દર્શાવનાર ગૌણ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

એકમોનો સંબંધ પણ જુદા જુદા પ્રદેશોમાં અને જુદી જુદી જાતિઓમાં વિવિધ — જુદો જુદો હોય છે. આ વિવિધતા તેની ગણતરી કરવામાં શ્રમ આપે છે, અને સમય લે છે. જેમ જુદા જુદા પાયાની સાદી સંખ્યાઓ દુનિયાભરમાંથી લગભગ અદૃશ્ય થઈ ગઈ છે, તે જ પ્રમાણે એક જ પ્રકારના પરિમાણને માપનાર જુદા જુદા પ્રધાન એકમો, અને તે ઉપરથી ઊભા કરેલા ગૌણ એકમોના મહત્ત્વ અને સંબંધ એકસરખા થઈ જાય, એ દુનિયાભરના વેપારઉદ્યોગની સફળતાની સર્વશ્રેષ્ઠ ચાવી છે.

૩. ફ્રેંચ રેવોલ્યુશને જેમ દુનિયાભરમાંથી રાજાશાહીની રૂઢ રાજકીય પ્રણાલીનો નાશ કર્યો છે; અને રાજ્યનું પ્રજાસત્તાક સ્વરૂપમાં સર્જન કર્યું છે, તેમ જ સામાજિક વ્યવસ્થા સાચવનાર પરિમાણ માપની યોજના સાદી સંખ્યાની ઘટનાને અનુરૂપ થાય, તેવી વૈજ્ઞાનિક અને એકસરખી કરવાનો આરંભ પણ એ જ રાજકીય પરિવર્તને કરેલો છે. પરિમાણ માપની એ પદ્ધતિ સ્વાભાવિક અને વૈજ્ઞાનિક હોવાથી જગતસમસ્તને નિરપવાદ સ્વીકારવા યોગ્ય છે. જોકે દુનિયાની વસ્તીના ઘણા મોટા ભાગે ફ્રેંચ પ્રજાએ ઊભી કરેલી એ પરિમાણ માપ યોજનાનો સ્વીકાર કરી લીધો છે.

પરિમાણના પ્રધાન એકમના અશાસ્ત્રીય મહત્ત્વે દેશમાં તેમ જ આંતરરાષ્ટ્રીય ક્ષેત્રમાં ગણતરી કરવામાં જનસમાજની કાર્યશક્તિ અને સમયની ખૂબ જ બરબાદી કરેલી છે, કરે છે, એમ દુનિયાની જે પ્રજાને સમજાયું, તેણે કાયદાથી એ મુશ્કેલી દૂર કરી, અને એ વિવિધ પરિમાણ પદ્ધતિને બદલે દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિનો સ્વીકાર કર્યો છે. માત્ર અંગ્રેજી કૉમનવેલ્થ, U. S. A. એ બે જ રાજ્યોએ હજી પણ વ્યવહારમાં એ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો નથી. વિજ્ઞાનમાં તો તેમનું ચાલે તેમ નથી. તેથી જ્ઞાનના તે પ્રદેશમાં તે રાજ્યોને પણ એ દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિનો સ્વીકાર કરવો જ પડ્યો છે. આપણે પણ એ બંને દેશ જેવા જ રૂઢિરક્ષક છીએ, છતાં તેથી આપણે ત્યાં તે

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

પદ્ધતિનો સાર્વત્રિક સ્વીકાર હવે થોડા સમયમાં જ થાય એવી પરિસ્થિતિ ઊભી થતી જાય છે.

૨. મેટ્રિક પદ્ધતિમાં પરિમાણની ગણતરી કરનાર એકમો

૪. લંબાઈનો પ્રધાન એકમ શાસ્ત્રીય અને સ્વાભાવિક હોય, એવી પસંદગી કેવી રીતે કરવી એ એક મહાન વિવાદિત પ્રશ્ન હતો. કોઈ કહે કે જે લોલક એક સેકંડમાં આંદોલન કરે તે લોલકની લંબાઈને લંબાઈના પ્રધાન એકમ તરીકે સ્વીકારવો. બીજો કહે કે વિષુવવૃત્તની લંબાઈનો અમુક ભાગ પ્રધાન એકમ તરીકે સ્વીકારવો, ત્રીજો કહે કે ધ્રુવથી વિષુવવૃત્ત સુધીના અંતરનો અમુક ભાગ લંબાઈના પ્રધાન એકમ તરીકે સ્વીકારવો. આ ત્રીજો મત આ પદ્ધતિનો વિચાર કરનાર મંડળોએ સ્વીકાર્યો છે. વર્ષો પછી ફરીને એ માપની ચોકસાઈ કરવામાં આવી, ત્યારે જે અંતર પ્રથમ ૧૦^{૭} મીટર ગણેલ હતું. તે જ અંતર પાછળથી ૧,૦૦,૦૦,૮૫૬ મીટર થયું. આ ફેરફાર થવાનાં કારણો નૈસર્ગિક છે. પૃથ્વીના પેટાળમાં રહેલાં આંતરિક બળોથી તેના આકારમાં રોજ ફેરફાર થતો જ રહે છે. એટલે એ માપ પણ સાવ નૈસર્ગિક તો ન જ ગણાય. એટલે છેવટ પ્રથમ સ્વીકારેલા માપને વધારે ચોક્કસ અને વૈજ્ઞાનિક પાયા ઉપર મૂકવા માટે પ્રકાશના કિરણના પૃથક્કરણના રંગોમાંથી તેને એક છેડે આવેલા લાલરંગના પ્રકાશનાં મોજાંની લંબાઈની સાથે મીટરને સરખાવ્યો. એવાં ૧૫,૫૩,૧૬૩-૫ મોજાંની લંબાઈ બરાબર એક મીટર થાય છે. આ પ્રમાણે લંબાઈ માપવાના પ્રધાન એકમ મીટરના માપને વધારે ને વધારે ચોક્કસ અને શાસ્ત્રીય દૃષ્ટિએ વિચારવાનો પ્રયત્ન થઈ રહ્યો છે.

૫. પારીસમાંથી પસાર થતા મુખ્ય રેખાંશવૃત્તની લંબાઈના ચોથા ભાગનો એટલે વિષુવવૃત્તથી ધ્રુવ સુધીના અંતરના એક કરોડાંશમા ભાગને ફ્રેંચ લોકોએ લંબાઈના માપના પ્રધાન એકમ – **મીટર** તરીકે સ્વીકાર્યો છે. પૃથ્વીનો પરિઘ સામાન્ય રીતે ૨૫૦૦૦ માઈલ ગણાય

અં–૧૫

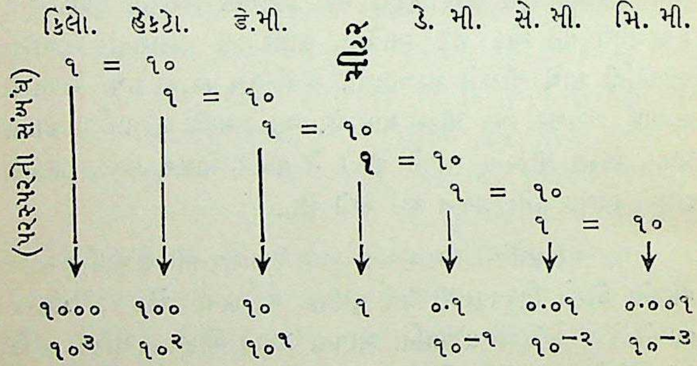
CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

છે. તો તેનો ચોથો ભાગ લગભગ ૬૨૫૦ માઈલ ગણાય છે તેથી ૧૭૬૦ યાર્ડ × ૬૨૫૦ = ૧,૧૦,૦૦,૦૦૦ = ૧,૦૦,૦૦,૦૦૦ મીટરનો સ્વીકાર કરવામાં આવેલ છે. એટલે દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિનો ૧ મીટર = ૧.૧ યાર્ડ લગભગ ગણાય. વધારે ચોકસાઈથી લીધેલા માપને આધારે એ ગણતરી કરીએ તો નીચેની જુદી જુદી સરખામણી થઈ શકે: ૧ મીટર = ૩૯.૩૭ ઇંચ = ૧.૦૯ યાર્ડ = $\frac{૧૧}{૧૦}$ યાર્ડ = ૧ યાર્ડ ૩$\frac{૧}{૩}$ ઇંચ = ૧ યાર્ડ ૩$\frac{૩}{૮}$ ઇંચ એમ જુદી જુદી દષ્ટિએ જુદી જુદી કિંમતો તૈયાર કરી શકાય છે.

૬. (અ) મીટરના પ્રધાન એકમથી દશદશગણા ડેકા. હેક્ટો. કિલો. એવા ઉપસર્ગો મીટર સાથે જોડીને મોટા-પ્રભાગ–એકમો યોજેલા છે. તેમ જ એ પ્રધાન એકમથી દશદશમા ભાગના ડેસી. સેન્ટિ. મિલિ. એવા ઉપસર્ગો મીટર સાથે જોડીને નાના-વિભાગ–એકમો યોજેલા છે.

એ રીતે લંબાઈના મહત્ત્વને માપનાર નવી દશાંશ પરિમાણ સૃષ્ટિ રચાઈ છે. એ દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિની મુખ્ય ખૂબી એ છે કે તેના દરેક એકમનો પરસ્પરનો પાસપાસેનો સંબંધ એક સરખો દશ દશ ગણાઈનો છે. તેથી આપણે તેવી ગણતરી સાદી સંખ્યાની માફક સરળતાથી કરી શકીએ છીએ:



(પ્રત્યેક એકમનો મીટર સાથેનો સંબંધ)

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

તેમાં કિ. મી. માઈલની માફક લાંબાં અંતરો માપવા માટે વપરાય છે. મીટર યાર્ડની માફક સામાન્ય અંતરો અને લંબાઈથી વેચાતા પદાર્થોના માપ લેવામાં વપરાય છે. અત્યંત નાનાં માપો માપવા માટે સે. મી. અને મિ. મી. નાં માપો લેવામાં આવે છે.

(બ) અત્યંત મોટા કે અત્યંત નાના માપ માટે કિલોમીટરથી ૧૦^{૩} ગણા અને મિલીથી ૧૦$^{-૩}$ ગણા માપના એકમો યોજીને મૂળના એકમથી ૧૦$^{-૧૨}$ જેટલા માપની ગણતરી કરવાની જોગવાઈ કરી છે.

અત્યંત મોટા માપ માટે	અત્યંત નાના માપ માટે
ટેરા (T) = ૧૦^{૧૨} મીટર	ડેસી (d) = ૧૦$^{-૧}$ મીટર
ગિગા (G) = ૧૦^{૯} મીટર	સેન્ટિ (c) = ૧૦$^{-૨}$ મીટર
મેગા (M) = ૧૦^{૬} મીટર	મિલી (m) = ૧૦$^{-૩}$ મીટર
કિલો (K) = ૧૦^{૩} મીટર	માઈક્રો (μ) = ૧૦$^{-૬}$ મીટર
હેક્ટો (H) = ૧૦^{૨} મીટર	નેનો (n) = ૧૦$^{-૯}$ મીટર
ડેકા (D) = ૧૦^{૧} મીટર	પિકો (p) = ૧૦$^{-૧૨}$ મીટર

મીટર : આધારભૂત પ્રાથમિક એકમ

આ રીતે સંખ્યાની ઘટનાને અનુરૂપ વિશાળ દૃષ્ટિએ પરિમાણ માપનું આયોજન કરેલું છે.

૭. હવે દશાંશ પરિમાણ અને વિવિધ પરિમાણનો સંબંધ બંને સ્વરૂપે જોવો જોઈએ.

(અ) ૧ ઇંચ = ૨·૫૪૦ સે. મી.
૧ ફૂટ = ૩૦·૪૮૦ સે. મી.
૧ યાર્ડ = ૦·૯૧૪૩૯૯ મીટર
૧ માઈલ = ૧·૬૦૩૪ કિ. મી. = $\frac{૮}{૫}$ કિ. મી. = ૧·૬ કિ. મી.

(બ) ૧ ડેસી મી. = ૪ ઇંચ લગભગ
૧ મીટર = ૩૯·૩૭૦૧૧ ઇંચ = ૧·૦૯૩ યાર્ડ
૧ કિ. મી. = ૦·૬૨૧૩૭ માઈલ = $\frac{૫}{૮}$ માઈલ = ૫ ફર્લાંગ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૮. ૧૫.૪૩૯ કિ. મી. = ૧.૫૪૩૯ મીરિયામીટર = ૧૫૪.૩૯ હેક્ટોમીટર = ૧૫૪૩.૯ ડે. મી. અને = ૧૫૪૩૯ મીટર ગણાય છે. એ રીતે આ પદ્ધતિમાં એક એકમમાંથી બીજા એકમમાં રૂપાંતર કરવાની સરળતા હોવાથી તે સમાજનો કેટલો સમય, અને કેટલો બધો શ્રમ બચાવે છે. એ દરેક નાગરિકે વિચારવા જેવી વિગત છે.

૩. સપાટીના પરિમાણની ગણતરી કરનાર એકમો

૯. સામાન્ય રીતે લંબાઈના એકમો ઉપરથી ચોરસમાપના એકમો ઉત્પન્ન થાય છે. એ રીતે મીટર ઉપરથી **ચોરસમીટરને** પ્રધાન એકમ સ્વીકારીએ તો તેના વિભાગો માટે એ જ પ્રમાણે ચો. ડે. મી. ચો. સે. મી., ચો. મી. મી. તેમ જ પ્રભાગો માટે ચો. ડે. મી.; ચો. હે. મી., ચો. કિ. મી. ના એકમો યોજી શકાય. એ રીતે તેનું કોષ્ટક નીચે પ્રમાણે તૈયાર કરાવી શકાય.

$૧૦^૨$ ચો. મીલીમીટર = ૧ ચો. સેન્ટિ મી.
$૧૦^૨$ ચો. સેન્ટિમીટર = ૧ ચો. ડેસી. મી.
$૧૦^૨$ ચો. ડેસી મીટર = ૧ ચો. મીટર
$૧૦^૨$ ચો. મીટર = ૧ ચો. ડેકા મીટર
$૧૦^૨$ ડેકા મીટર = ૧ ચો. હેક્ટો મીટર
$૧૦^૨$ હેક્ટો મીટર = ૧ ચો. કિલો મીટર

પણ દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિમાં તો વિભાગ અને પ્રભાગ માટેના ગૌણ એકમોનો સંબંધ દશ-દશગણાનો, દશ-દશમા ભાગનો હોવો જોઈએ, અને આ ગોઠવણમાં તો આ સંબંધ સો સોગણા કે સો સોમા ભાગનો મળે છે. માટે આ પદ્ધતિની વિશિષ્ટતા દર્શાવનાર વચ્ચે વચ્ચે દશ દશ ગણા કે ભાગનો સંબંધ દર્શાવનાર એકમો યોજવા જોઈએ. એટલે ચોરસમાપ સપાટીના માપને માપનાર પ્રધાન એકમ તરીકે ૧ ડેકા મીટરને સ્વીકારેલ છે. તેનું નામ **આર** પાડેલ છે. જેમ એકર કે ગુંઠાની પહેલાં ચોરસ વિશેષણ યોજવાની જરૂર નથી. તેમ જ આરની પહેલાં પણ ચોરસ શબ્દ યોજવાની જરૂર નથી.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

લંબાઈના એકમ ઉપરથી ઉત્પન્ન થતા દશાંશ પદ્ધતિએ યોજેલ એકમો :

૧ ચો.મીટર	= ૧ સેન્ટિઆર = ૧૦ મીલીઆર	
૧૦ સેન્ટિઆર	= ૧ ડેસીઆર	
૧ ચો.ડેકામીટર	= ૧ આર = ૧૦ ડેસીઆર = ૧૦૦ સે.આર	
૧ ચો.હેક્ટોમીટર	= ૧૦ ડેકાઆર = ૧ હેક્ટોઆર	
૧૦ હેક્ટોઆર	= ૧ કિલોઆર.	

આ યોજનામાં ૭ એકમોમાંથી ત્રણ એકમો લંબાઈના એકમ ઉપરથી ઉત્પન્ન થયેલ એકમો સાથે મળતા આવે છે. બાકીના એમની વચ્ચેના ગાળામાં આવી દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિનો સિદ્ધાંત બરાબર સાચવે છે.

ગામ તળિયાની સપાટીના માપ લેવામાં ચોરસ મીટરનો ઉપયોગ થાય છે. પણ સીમની જમીનની માપણી કરવામાં આરનો ઉપયોગ થાય છે.

હવે વિવિધ અને દશાંશ પરિમાણની સરખામણી કરીએ.

(અ) ૧ ચોરસમીટર = ૧·૧૯૫૯૯ ચો. વાર = ૧$\frac{૧}{૫}$ ચો. વા.

૧ ચો. યાર્ડ = (૩૯·૩૭)^{૨} ચો. ઈંચ

= ૧૫૫૦ ચો. ઈંચ.

૧ આર = ૧૧૯·૬ ચો. વાર = ૧ ગુંઠો લગભગ ગણાય છે.

= ૧૦૦ ચો. મીટર = ૧૧૯·૫૦૬૧૭ ચો. યાર્ડ.

હેક્ટોઆર = ૨·૪૭૧૧ એકર = ૨$\frac{૧}{૨}$ એકર લગભગ.

૧ ચો. સે. મી. = ·૧૫૫ ચો. ઈંચ.

એથી ઊલટું (બ) ૧ ચો. યાર્ડ = ૦·૮૩૬૧૨૬ ચો. મી.

૧ એકર = ૦·૪૦૪૬૩ હેક્ટોઆર

૧ ચો. માઈલ = ૨૫૯ હેક્ટોઆર

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

૪. અવકાશના પરિમાણની ગણતરી કરનાર એકમો

૧૦. ઘનમાપની યોજના પણ લંબાઈના એકમો ઉપરથી જ કરવામાં આવેલ છે. એથી સે. મી., ઘન સે. મી. ડે. મી., ઘન ડે. મી., ઘન હેકટો મી., ઘન કિલો. મી. વગેરે એકમો તૈયાર થાય છે. ઘનમાપ અને ભરતર એક જ પ્રકારનાં માપ હોવા છતાં ભરતર માપના એકમો ઘનમાપના એકમોથી જુદા જ યોજવામાં આવેલ છે.

લંબાઈના એકમ ઉપરથી તૈયાર કરેલ ઘનમાપ	દશાંશ પદ્ધતિએ તૈયાર કરેલું ઘનમાપ
10^3 ઘન મીલીમીટર = ૧ ઘન સે. મીટર =	૧ મીલીલીટર
	૧૦ મીલીલીટર = ૧ સે. લીટર
	૧૦ સે. લીટર = ૧ ડે.મી. લીટર
10^3 ઘન સે. મી. = ૧ ઘન ડેસી. મીટર =	૧૦ ડે. લીટર
	= ૧ લીટર
	૧૦ લીટર = ૧ ડે. લીટર
	૧૦ ડે. લીટર = ૧ હેકટોલીટર
10^3 ઘન ડે. મી. = ૧ ઘન મી. =	૧૦ હે. લીટર = ૧ કિ. લીટર

લંબાઈના માપ ઉપરથી યોજેલ ઘનમાપમાં એક એકમથી બીજો એકમ એક હજાર ગણો કે એક હજારમા ભાગનો હોય છે. પણ દશાંશ પરિમાણ પદ્ધતિમાં એક એકથી બીજો એકમ દશ ગણો કે દશમો ભાગ જ હોવો જોઈએ. તેમ કરવા માટે ૧ ઘન ડેસી. મીટર = ઘનમાપનો પ્રધાન એકમ ગણ્યો. અને તેનું સ્વતંત્ર નામ **લીટર** આપવામાં આવેલ છે.

હવે એ દશાંશ અને વિવિધ પરિમાણની સરખામણી કરીએ:

(અ) ૧ લીટર = ૧·૭૫૯૮ પિન્ટ = ૧·૭૬ પિન્ટ = ૧$\frac{3}{4}$ પિન્ટ લગભગ
= ૦·૦૨૨ ગૅલન = ૬૧·૦૩ ઘ. ઇંચ = ૧ ગૅલન
= ૪·૫૪૬ લીટર

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

(ખ) ૧ પિન્ટ = ૦·૫૬૮૨ લીટર
૧ ઘ.ફૂટ = ૨૮·૩ લીટર

(ક) ૧ લીટર પાણી (૪° સે. ગ્રે.)નું વજન ૧ કિ. ગ્રામ થાય છે.

૫. વજનના પરિમાણની ગણતરી કરનાર એકમો

વાયુભારમાપક યંત્રમાં પારો ૭૬૦ મિ. મી.ની ઊંચાઈએ હોય ત્યારે, અને વરાળમાંથી ઠારેલા પાણીનું ઉષ્ણતામાન ૪ સે. ગ્રે. હોય તેવા ૧ ઘ. સે.મી. પાણીના વજનને **ગ્રામ** કહે છે. તેને વજનના પ્રધાન એકમ તરીકે સ્વીકારેલ છે. તે ઉપરથી નીચે પ્રમાણે સંબંધો તૈયાર કરેલ છે.

૧૦ મિલિગ્રામ = ૧ સેન્ટિગ્રામ
૧૦ સેન્ટિગ્રામ = ૧ ડેસીગ્રામ
૧૦ ડેસીગ્રામ = **૧ ગ્રામ**
૧૦ ગ્રામ = ૧ ડેકાગ્રામ
૧૦ ડેકાગ્રામ = ૧ હેક્ટોગ્રામ
૧૦ હેક્ટોગ્રામ = **૧ કિલોગ્રામ**
૧૦ કિલોગ્રામ = ૧ મિરિયાગ્રામ
૧૦ મિરિ.ગ્રામ = ૧ ક્વિન્ટલ
૧૦ ક્વિન્ટલ = ૧ ટન (મેટ્રિક)

(અ) ૧ ગ્રામ = ૧૫·૪૩૨૪ ગ્રેન
= ૦·૦૩૫૩ ઔંસ (એવડું)
૧ કિલોગ્રામ = ૨·૨૦૪૬૨ રતલ = ૨ ૧/૫ રતલ
૧ મેટ્રિકટન = ૦·૯૮૪૨ ટન

(બ) ૧ રતલ = ૦·૪૫૩૫૯ કિ.ગ્રા.
૧ હંડ્રવેટ = ૫૦·૮ કિ. ગ્રા.
૧ ટન બ્રિટિશ = ૧·૦૧૬ મેટ્રિકટન

સામાન્ય વજનમાં કિ. ગ્રા. વપરાય છે. મોટાં વજન માટે મેટ્રિકટન પણ વપરાય છે.

૬. નાણાંની ગણતરી કરનાર એકમો

ઈંગ્લંડ સિવાય લગભગ બધા દેશો નાણાના એકમ કાંઈક અંશે દશાંશ પદ્ધતિએ યોજેલ છે. કેનેડા અને U. S. A. એ ૧ ડૉલર = ૧૦૦ સેન્ટ્ (દોકડા) નક્કી કરેલ છે. ફ્રાંસમાં ૧ ફ્રેંક = ૧૦૦ સેન્ટ્-ટાઈમ ઠરાવેલ છે. છતાં નાણાંની ગણતરી પરિપૂર્ણ દશાંશ પદ્ધતિએ

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

યેાજાયેલ નથી. U. S. A. માં ૫ સેન્ટનેા, ૫ા, અર્ધો ડેાલરના સિક્કાએા યેાજાયેલ છે. ત્યારે ફ્રાંસમાં ૫ સેન્ટ્ટાઈમ અને ૨૦ ફ્રેંકના સિક્કાએા યેાજાયેલ છે.

આપણા દેશમાં તા. ૧–૪–'૫૭ થી અમલમાં આવનાર રૂપિયાના વિભાગના સિક્કાએા ૧, ૨, ૫, ૧૦, ૨૫, ૫૦, નયા પૈસાના સિક્કા ૧ રૂપિયા = ૧૦૦ નયા સિક્કાના ધેારણે દાખલ કરેલા છે.

૧૮૭૦ માં આપણા દેશમાં વજન અને માપને માટે મેટ્રિકપદ્ધતિ દાખલ કરવાનેા કાયદેા આવ્યેા હતેા. પણ તે લંડનમાં સેક્રેટરી એાફ સ્ટેટે નામંજૂર કર્યો હતેા. ફરી ૧૮૭૧માં એનેા એ જ કાયદેા હિંદ માટે પસાર થયેા છે. કાયદાપેાથીમાં તેનું અસ્તિત્ત્વ છે છતાં તેનેા અમલ કરવામાં આવ્યેા નહેાતેા. તેથી તે મૃતપ્રાય હતેા. એટલે ૧૯૫૫માં નાણાનું દશાંશીકરણ કરવાનેા કાયદેા ફરી પસાર કરવામાં આવેલ છે. જૂના કાયદામાં કિલેાગ્રામને શેર સ્વીકારવામાં આવ્યેા હતેા.

નેાંધ: (૧) કેાઈ અજ્ઞાતનામ ભારતીય આચાર્યે અંકેાની સ્થાનિક કિંમત અને અંકેાની ગેરહાજરીમાં શૂન્યનેા ઉપયેાગ કરવાની યુક્તિથી દશના પાયાની અંકસંખ્યાની ઘટના સ્થાનિક કિંમતના યેાગસ્વરૂપે પરિપૂર્ણ કરી છે.

(૨) પૂર્ણાંક સંખ્યાને એ જ ક્રમે – દશાંશ પદ્ધતિએ – પૂર્ણાંકની સાથે અપૂર્ણાંક સ્વરૂપે વિકસિત કરી શકાય છે. એ રીતે **દશાંશ** અપૂર્ણાંકનું સ્વરૂપ તૈયાર થયું.

(૩) પરિમાણ માપના વિવિધ સંબંધેાને દશાંશ સંબંધે રજૂ કરવાથી ગણતરી સરળ અને સહજ બની જાય છે. એ શેાધ આ મેટ્રિક પદ્ધતિ છે. એ રીતે ખરેખર મેટ્રિક પદ્ધતિનું નામ 'પરિમાણ માપની દશાંશ પદ્ધતિ' એવું આપવું જોઈએ.

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

સંદર્ભ ગ્રંથોની યાદી

1. *Number Stories of Long Ago*, D. E. Smith, 1919
2. *The Art of Teaching of Arithmetic*, J. B. Thomson, 1923
3. *A Study of Mathematical Education*, By B. Branford, 1924
4. *The Teaching of Arithmetic*, F. F. Potter, 1924
5. *The Psychology and Teaching of Number*, M. Drummond, 1926
6. *The Teaching of Mathematics*, A. Schultze, 1926
7. *A Teaching of Arithmetic*, A. monteith
8. *Psychology of Arithmetic*, E. L. Thorndike, 1929
9. *Reason in Arithmetic*, E. A. G. Lamborn, 1930
10. *Teaching the Essentials of Arithmetic*, P. B. Ballard, 1931
11. *Teaching of Mathematics*, J. W. A. Young, 1931
12. *Elementary Mathematics, Arithmetic Algebra Analysis*, F. Klein, 1932
13. *Teaching of Elementary Mathematics*, C. G. Godfray & A. W. Siddons, 1932
14. *Craftmanship in Teaching of Elementary Mathematics*, F. W. Westaway, 1931
15. *The Teaching of Arithmetics*, Hamley, 1931
16. *The Psychology and Teaching of Arithmetic*, By H. G. Wheat, 1937

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

17. *An Introduction of Mathematics*, A. N. Whitehead, 1937

18. *Studies in Arithmetic Vol. I* (1934); *Vol. II* (1941), Reports on investigations relating to present practice and teaching methods in primary schools.

19. *The Teaching of Arithmetic and Elementary Mathematics*, by W. L. Sumner, 1941

20. *Diagnoses of Individual Difficulties in Arithmetic*. F. J. Schonell, 1946

21. *The Number*, T. Dantzig, 1947

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar

Digitized by Arya Samaj Foundation Chennai and eGangotri

CC-0. In Public Domain. Gurukul Kangri Collection, Haridwar